1969 – appunti di

Macchine termiche 6

condizionamento – Fourier – tubi di flusso – turbolenza – irraggiamento: lambda – esempi corpo nero – fotometria – sorgenti luminose

Condizionamento

Lo studio che facciamo vale per aria-vapore [acqueo] ma è estensibile in pratica a qualunque miscela gas-vapore

Poiché l'aria varia da luogo a luogo è necessario riferirci ad una atmosfera campione che è questa

			Volume	Peso
p. mol. 28	N_2		79	77
p. mol. 32	O_2		21	23

Supponiamo di avere 1 m^3 di aria umida,

m_v = massa vapore a quella temperatura e a quella pressione totale (t, P_t) è detta umidità assoluta

- naturalmente essa genererà una pressione parziale P_v
- per arrivare alla saturazione bisogna aggiun-

gere una certa massa tale che si arrivi a P_s, quindi

m_s a t e P_t è quella massa che si deve ~~mettere~~ avere per avere P_s

m_s = umid. ass. a saturazione

definiamo $$i = \frac{m_v}{m_s}$$ Umidità relativa

Poiché le pressioni parziali sono molto basse ($\simeq$ 15 mm Hg) possiamo considerare il vapore come un gas perfetto senza commettere errori rilevanti -

quindi $$p_v = m_v (R_i)_v T$$

[infatti $pv = R_i T$; $p = \delta R_i T$ poiché ci riferiamo ad 1 m^3 $\delta = m_v$]

- m_v = massa rif. all'unità di vol.

alla saturazione $\boxed{P_s = m_s (R_v)_s \; T}$

facendo il rapporto

$$\boxed{i = \frac{m_v}{m_s} = \frac{P_v}{P_s}} \quad *$$

se ricordiamo la legge di Dalton e la *

$$P_t = P_a + P_v = \boxed{P_a + i P_s = P_t}$$

si suole usare questa espressione perché con semplici strumenti si può misurare i e P_t, con tabelle nota T si ha P_s

Il ragionamento sulle pressioni si può estendere alle masse

$$m_t = m_a + m_v = \boxed{m_a + i m_s = m_t}$$

è bene conoscere ancora una grandezza che è la $(R_1)_i$ = **costante della miscela**

ricordiamo che

$$P_v = m_v (R_1)_v T$$

$$P_a = m_a (R_1)_a T$$

$$P_t = m_t (R_1)_i T$$

$p_t = p_a + i\, p_s$

sostituendo nell'equazione di Dalton

$$(R_1)_i = \frac{m_a (R_1)_a + i\, m_s (R_1)_v}{m_a + i\, m_s} =$$

$$= \text{costante della miscela}$$

sostituendo qualche valore

$$(R_1)_i = \frac{29{,}27\, m_a + 47{,}1\, i\, m_s}{m_a + i\, m_s} \left[\frac{Kgm}{Kg\ °K}\right]$$

in pratica, poiché le pressioni sono molto piccole sono comode le pressioni espresse in mm Hg. Per fare il passaggio basta una proporzione

$$(R_1)_a = \frac{29{,}27 \cdot 760}{10332} = 2{,}15 \left[mm\,Hg\ \frac{m^3}{Kg \cdot {}^\circ K} \right]$$

$$(R_2)_v = \frac{47{,}1 \cdot 760}{10332} = 3{,}46 \left[mm\,Hg\ \frac{m^3}{Kg \cdot {}^\circ K} \right]$$

da cui

$$\boxed{(R_1)_i = \frac{2{,}15\, m_a + 3{,}46\, m_1 \cdot i}{m_a + i\, m_g} \left[mm\,Hg\ \frac{m^3}{Kg \cdot {}^\circ K} \right]}$$

Osservazione se scaldiamo 1 m^3, poiché si dilata i cambia; se aggiungiamo vapore m_a è la stessa

$760\ mm\,Hg = 1\ atm = 10332\ \frac{Kg}{m^2} \Rightarrow 1\ \frac{Kg}{m^2} = \frac{760}{10333}\ mm\,Hg$

mentre m_v cambia, in somma ciò che sempre rimane costante è l'aria secca

Sarà bene allora riferire tutto all'aria secca

definiamo y = grado umidità = $\frac{\gamma_v}{\gamma_a} = \frac{m_v}{m_a}$

$$= \frac{\text{peso specifico vapore}}{\text{" " aria secca}} \left[\frac{\text{Kg vapore}}{\text{Kg aria secca}}\right]$$

osserviamo che y non è adimensionale perché sono Kg ma di differenti cose

- Usualmente sulle tabelle troviamo grammi di vapore per Kg di aria secca, però nei calcoli si usano $\frac{\text{Kg vap.}}{\text{Kg aria secca}}$

per l'aria secca vale

$$p_a = \gamma_a (R_1)_a T \Rightarrow \gamma_a = \frac{p_a}{2,15 \cdot T} \quad 1$$

con Dalton

$$\gamma_a = \frac{p_t - i\, p_s}{2,15 \cdot T}$$

$g = 1 \text{ m/sec}^2$ dato che ci troviamo nel sistema tecnico

per il vapore

$$p_v = \gamma_v (R_1)_v T \Rightarrow \gamma_v = \frac{i\, p_s}{3,46 \cdot T} \quad 2$$

ma $\gamma = \gamma_a + \gamma_v = \frac{p_t - i\, p_s}{2,15 \cdot T} + \frac{i\, p_s}{3,46 \cdot T} =$

$$= \frac{0,465\, p_t - 0,176 \cdot i \cdot p_s}{T}$$

sostituendo le due espressioni 1 e 2 in quella di γ si ha

$$y = \frac{i\,P_s}{3{,}46\,T} \cdot \frac{1{,}15\,T}{(P_t - i\,P_s)} = 0{,}622\,\frac{i\,P_s}{P_t - i\,P_s} \quad *$$

come si vede $y = f(i, T, P_t)$

NB nella * le pressioni sono messe in mm Hg

grado di umidità alla saturazione.

definiamo $y_s = 0{,}622\,\frac{P_s}{P_t - P_s}$ $[i = 1]$ ⇓ $m_v = m_s$

Domanda: se faccio $\frac{y}{y_s}$ cosa ho?

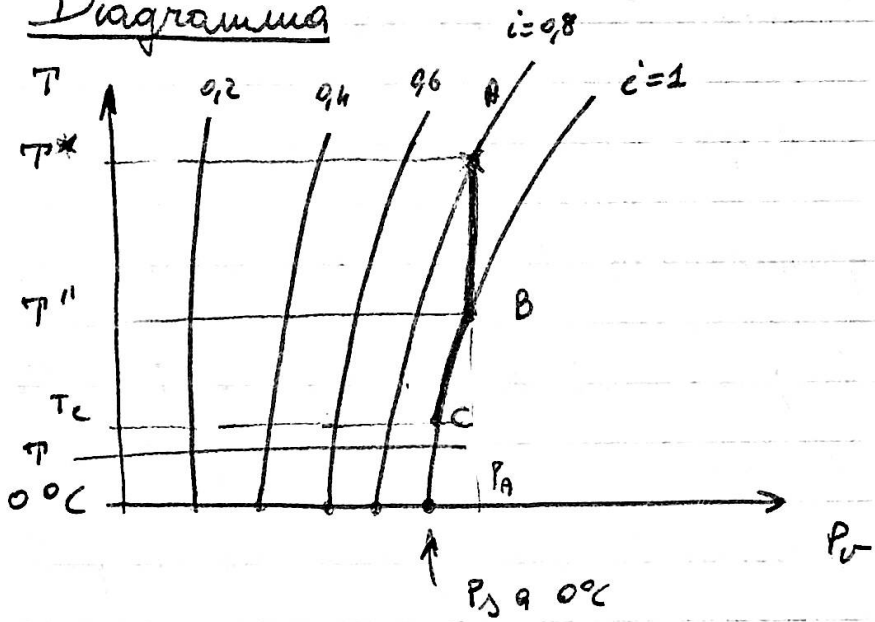
$\frac{y}{y_s} = j$ grado di saturazione miscuglio

ci dà una indicazione di quanto si è

lontani dalla saturazione

NB sostituendo le espressioni delle γ si vede che con ottima approssimazione $i^- \cong j$ e ciò è molto comodo

Diagramma



Queste linee valgono per una fissata P_t

noi vogliamo tracciare le $i = cost$

usiamo la $i = \frac{P_v}{P_s}$; $P_v = i\, P_s$

per $i = 1 \rightarrow P_v = P_s$

- quindi per ogni T trovo sulle Tabelle P_s e così posso graficare

per $i = 0{,}8 \rightarrow P_v = 0{,}8\, P_s$

quindi per ogni T trovo sulle Tabelle P_s ; a parità di T, P_v risulta ridotto del 20% → se traccio delle orizzontali e divido in parti uguali ho per punti le curve di $i = cost$

Vediamo una trasformazione di questo tipo :

partendo dal punto T^* e $i = 0{,}8$

raffreddiamo a ($p_v = cost$)

~~la quantità di vapore è costante~~ $p_v = cost$

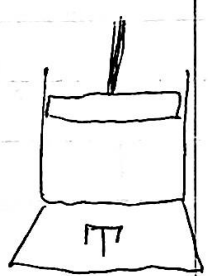
- raggiunta però la Temperatura T'' il vapore è saturo e comincia a condensare

T'' = Temperatura di rugiada

poiché del vapore condensa p_v diminuisce ma il vapore rimane sempre saturo ⟶ $i = cost$ (BC)

Supponiamo ora di comprimere o espandere isotermicamente. (la compressione riguarda solo p_v e non p_t)

- Comprimendo i aumenta
- espandendo i diminuisce



Introduzione entalpia e diagramma di Mollier

a questo scopo ricordiamo il significato di <u>calore specifico di una miscela</u> =
= media pesata dei calori specifici, cioè

$$c = \frac{c_a + c_v \, i \, \frac{m_v}{m_a}}{1 + i \, \frac{m_v}{m_a}} = \frac{c_a + y \, c_v}{1 + y}$$

poiché supponiamo di essere a $p = \text{cost}$ questi sono dei c_p

a $p = \text{cost}$ per <u>l'aria</u> $c_a = 0{,}24$ a 0°C e 760 mm Hg

per il <u>vapore</u> $c_v = 0{,}46$

$$\Rightarrow \boxed{c = \frac{0{,}24 + 0{,}46 \cdot y}{1 + y}}$$

Per le ragioni prima dette riferiamo la entalpia al Kg. di aria secca

$$I = \left[\frac{\text{Kcal}}{\text{Kg aria secca}} \right] \quad (*)$$

poniamoci questo problema: fissato uno stato di riferimento troviamo la entalpia della miscela alla temperatura T

ricordiamo che il tutto avviene a $p = \cos t$

$$\varphi' = 0{,}24\,(t - t_0) = 0{,}24 \cdot t \quad \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg aria secca} \cdot {}^\circ\text{C}} \cdot {}^\circ\text{C}$$

per l'aria

(a $p_g = \cos t$)

$$\varphi'' = 595 \cdot y \quad \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg vapore}} \cdot \frac{\text{Kg vap}}{\text{Kg aria secca}}$$

(calore vaporizz. H_2O pag 208 Tav.)

per il vapore per vaporizzato a $t = 0\,^\circ\text{C}$ vaporizzato

(a pressione p_g) (passaggio di stato)

l'entalpia di rif. è quella dell'aria a 0° e acqua a 0°

$$\varphi''' = 0{,}46 \cdot y \cdot (t - t_0) = 0{,}46 \cdot t \cdot y =$$

$$= \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg vap}} \cdot \frac{\text{Kg vap}}{\text{Kg aria secca}} \cdot {}^\circ C$$

q penine P_J (inviate dal P_J)

calore per riscaldare il vapore

poiché $p = cost \longrightarrow \Delta I' = \Delta \varphi$

$$I' = 0{,}24 \cdot t + (595 + 0{,}46 \cdot t)\, y = \frac{\text{Kcal}}{\text{Kg aria secca}}$$

NB I' perché riferita al Kg aria secca -

Ricordo che $I_0 (0°C) = 0$

I valori qui dati (trovati da Mollier) non sono esatti, quelli giusti sono:

597 (al posto di 595); 0,43 invece di 0,46;

Oss poiché ormai esistono già fatti i diagrammi coi vecchi valori e poiché non portano errori evidenti si possono usare con tranquillità i vecchi valori.

Oss c'è invece un "errore" di genere concettuale: per P_0 noi abbiamo usato quella a 0°C ma ciò non è strettamente vero, però l'errore è trascurabile.

Per tutti i calcoli di condizionamento si può usare il diagramma di Mollier.

Prendiamo un asse ausiliario tale che

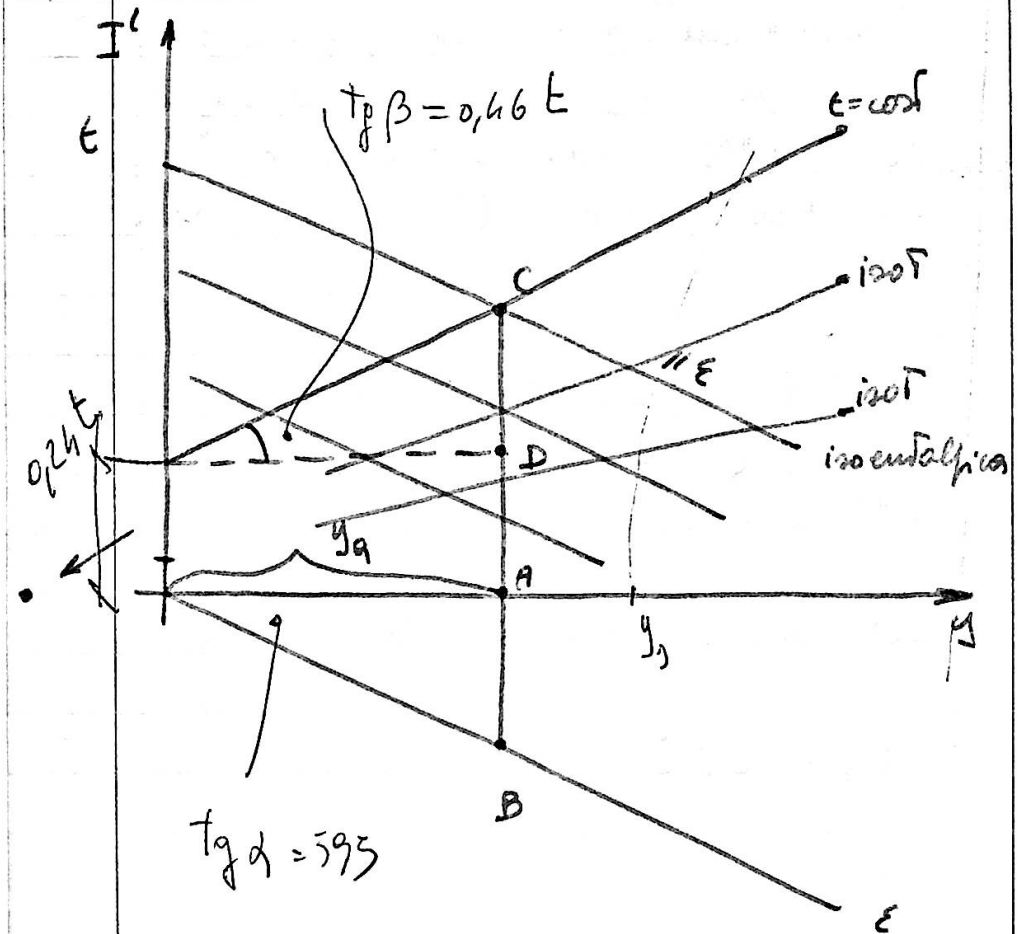
$$\lg q = 595$$

allora si ha $AB = 595\ y_q$

- da A poniamo il valore della entalpia

cioè $AC = 0{,}25\ t + 0{,}46 \cdot y \cdot t$

quindi fissata T e y_q trovo I



9-1-4·F

- vediamo le isoterme

segniamo D / AD = 0,74 C ⟶

DC = 0,46 · y · t si ha

$$\boxed{\text{tg}\,\beta = 0{,}46\,t}$$

quindi le isoterme sono le $\beta = \text{cost}$

le isoterme convergono in un p.to sull'asse y -

Poiché sulle ordinate ci staccano segmenti $\propto$ a t (e quindi a I)

- perciò anche se fisicamente è non giusto stare sulle ordinate si trova t
- inoltre quelle che diciamo $i = \text{cost}$ sarebbero in realtà delle $j = \text{cost}$

ma in pratica coincidono

1-3-4-F

Equazione di Fourier

si usano quando la t varia col tempo.
Mostro compito è quello di risolvere le equazioni differenziali e le condizioni al contorno.
Supponiamo di avere un sistema solido (solo conduzione) e usiamo l'ipotesi di Fourier

$$dq = -K \Delta S \frac{dt}{dl} d\tau$$

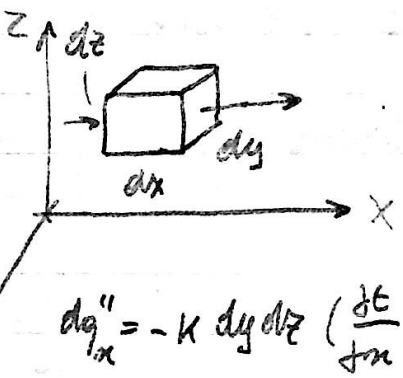
dq che attraversa una sup isoterma

ΔS superficie

$\frac{dt}{dl}$ gradiente normale allo ΔS

$d\tau$ tempo infinitesimo

Prendiamo un cubetto



$$dq'_x = -K \cdot dy\,dz \cdot \frac{dt}{dx} \cdot d\tau$$

$$dq''_x = -K\, dy\, dz \left(\frac{dt}{dx}\right)' d\tau =$$

$$= -K\, dy\, dz \left[\frac{dt}{dx} + \frac{d^2t}{dx^2} dx\right] d\tau$$

~~Metodo diretto~~

Facendo il bilancio dei q_x^i si ha

~~Metodo indiretto~~

$$\begin{cases} dq_x = K\,dV\,\dfrac{\partial^2 t}{\partial x^2}\,dz & \text{analogamente} \rightarrow \\ \rightarrow\ dq_y = K\,dV\,\dfrac{\partial^2 t}{\partial y^2}\,dz \\ dq_z = K\,dV\,\dfrac{\partial^2 t}{\partial z^2}\,dz \end{cases}$$

la somma di tutti questi dà il calore che rimane nel cubo:

$$dq = K\,dV\,\underbrace{\Delta_2 t}\,dz$$

operatore di Laplace

poiché si tratta di corpo solido poniamo sempre che tutto avvenga a V = cost. È lecito anche definire un calore specifico della trasformazione che moltiplicato per la massa presente e per dV e per dt ci dà:

M = massa del solido

$$K\,dV\cdot\Delta_2 t\cdot dz = C\,\delta\,dV\,dt = C'\,dV\,dt \leftarrow \text{equazione adimensionale}$$

calore specifico riferito alla massa — calore volumetrico

naturalmente per i solidi si trattera' di un c_v e per i fluidi di un c_p come già visto.

con un artificio matematico: $k \cdot dV \cdot \Delta_z t \cdot dz =$

$= c' \, dV \frac{\partial t}{\partial z} dz$

indico $a = \frac{k}{c'}$

$a = \frac{k}{c'} = \left[\frac{kcal \; m^3 \, ^\circ C}{m \, ^\circ C \, h \, kcal}\right] = \left[\frac{m^2}{h}\right]$ diffusibilità

riassumendo $\boxed{a \, \Delta_z t = \frac{\partial t}{\partial z}}$

proprio per risolvere questa equazione è nata la serie di Fourier.

Vediamo di studiare dapprima un caso semplice: <u>simmetria piana</u>, si può dunque studiare solo lungo un asse, per esempio l'asse x; l'equazione diventa

$$a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial t}{\partial z}$$

studiamone dapprima l'aspetto più semplice

<u>regime permanente</u>

evidentemente $\frac{d^2t}{dx^2} = 0 \rightarrow \frac{dt}{dx} = A \rightarrow$

$\rightarrow t = Ax + B$

dove A e B si trovano con le condizioni al contorno che supponiamo siano:

per $x = 0 \quad t = T_1 \rightarrow \boxed{B = T_1}$

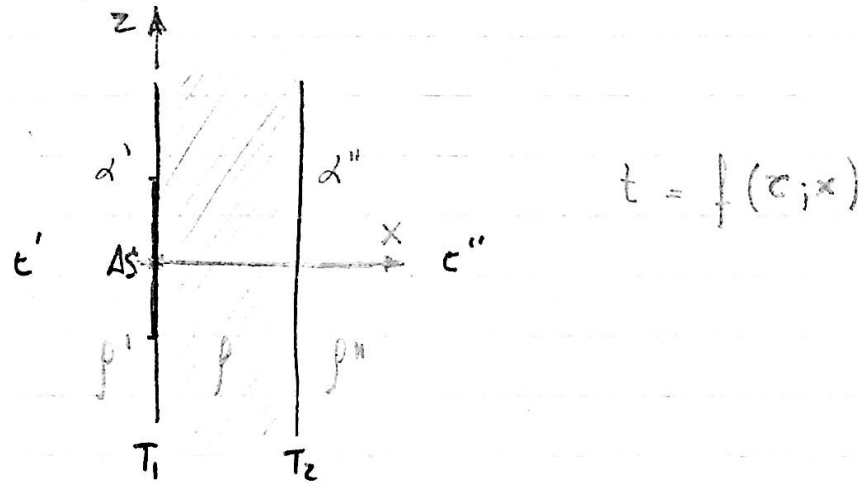
per $x = \ell \quad T_2 = A\ell + T_1 \rightarrow \boxed{A = -\frac{T_1 - T_2}{\ell}}$

quindi $\boxed{t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\ell} x}$

vediamo ora il <u>regime variabile</u>

poiché le equazioni sono alle derivate parziali le soluzioni sono date a meno di funzioni arbitrarie che sono precisate dalle condizioni

al contorno. Esaminiamo più profondamente questa situazione



- supponiamo t', t'' costanti e $|t' - t''| \cong 10°$ e di poter definire un α_i e un α_c $\rightarrow$

$\rightarrow$ $q = \alpha_c + \alpha_i$ $\Rightarrow$ $\alpha' = \alpha_c' + \alpha_i'$ e $\alpha'' = \alpha_c'' + \alpha_i''$

possiamo così fare il bilancio del calore scambiato, cioè

$$q' \cdot \Delta S \cdot (t' - t^*)\, d\tau = -K \cdot \Delta S \cdot \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} d\tau$$

naturalmente bisogna conoscere q'

t = temperatura attuale della faccia

- per trovare d' uso le condizioni al contorno
- un'altra condizione la posso avere per $x=\ell$ osservando che il calore che viene sulla seconda faccia arriva per conduzione interna alla parete

$$q'' = q''_c + q''_i$$

seconda faccia — seconda faccia →

$$-k\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\ell} \cancel{dz^2} = q''\,(t-t'')\,\cancel{dz^2}$$ per unità di sup.ce

- una terza condizione e' di tipo temporale

per $z=0$ $\quad t = F(x)$

l'unico modo per risolvere il problema e' usare la serie di Fourier, diamo la soluzione:

$$t = Ax + B + \sum_{n=0}^{\infty} \left(P_n \sin \mu_n x + Q_n \cos \mu_n x\right) e^{-a\mu_n^2 z}$$

per pareti piane e soluzione della

Si vuole ora vedere cosa succede quando l'ambiente non e' "inerte" ma e' esso stesso sorgente di calore (ad es. reattore nucleare)

$$\rightarrow \quad a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial t}{\partial z} \qquad \text{in cui } t = f(z;x)$$

consideriamo indipendentemente i due contributi

Supponiamo la sorgente uniformemente distribuita e di determinare una intensità di sorgente per unità di volume, cioè

$I\,dV\,d\tau = dq \rightarrow$

$\rightarrow K\,dV\,\Delta_z t\,d\tau + I\,dV\,d\tau^2 = C'\,dV\,\frac{\partial t}{\partial \tau^2}\,d\tau \rightarrow$

$\rightarrow a\,\Delta_z t + \frac{I}{C'} = \frac{\partial t}{\partial \tau} \Rightarrow a\,\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{I}{C'} = \frac{\partial t}{\partial \tau}$ per lastre piane *

se la sorgente è costante nel tempo $\frac{I}{C'} = \cos t$

- Vediamo ora la distribuzione di temperatura per simmetria piana

Per valutare meglio le differenze riportiamo qui l'andamento per il caso piano senza sorgenti:



Vediamo ora il nuovo caso:

* $t = B + Ax + Cx^2 + D\tau + \Sigma\left(P_n \operatorname{sen}\mu_n x + Q_n \cos\mu_n x\right) e^{-a\mu_n^2 \tau}$

- I costante nel tempo
- simmetria piana
- K uniforme in tutto il mezzo

} Hp. restrittive

In regime si ha: $a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{I}{c'} = 0$

$$\frac{K}{c'}\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{I}{c'} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{I}{K} = 0 \rightarrow$$

$$t = Ax + B - \frac{I}{2K}x^2$$

supponiamo il sistema in un ambiente a T ben definita in cui lo scambio per irraggiamento sia costante; si può così avere un ϑ_i ben definito (nell'ambiente praticamente $t = cost$) vediamo le condizioni al contorno:

per $x = 0$ $\quad q(t' - t) = -K\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0}$

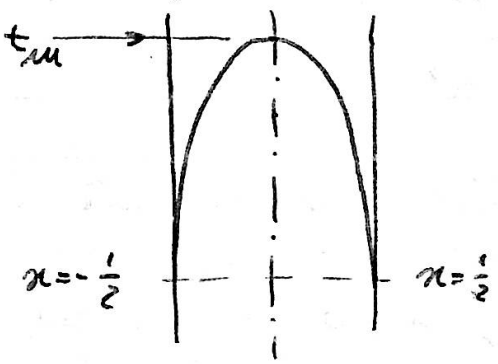
per $x = \ell$ $\quad q(t - t'') = -K\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=\ell}$

ma $t' = t''$ $\rightarrow$

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} = -\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=\ell}$$

quindi c'è simmetria rispetto all'asse →

→ poiché la soluzione è di 2° grado essa è una parabola. Con opportuna scelta dell'origine delle x si può avere



sostituendo $t = t_m - \frac{I}{2k} x^2$

questo se $I > 0$

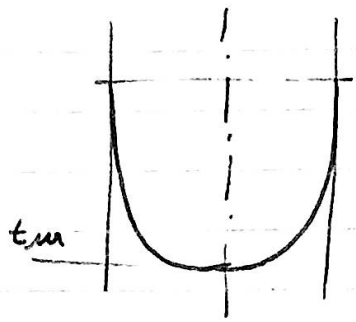
$I < 0$ dico $I' = -I$

l'equazione diventa

$$t = t_m + \frac{I'}{2k} x^2$$

6-3-4-F

è il grafico

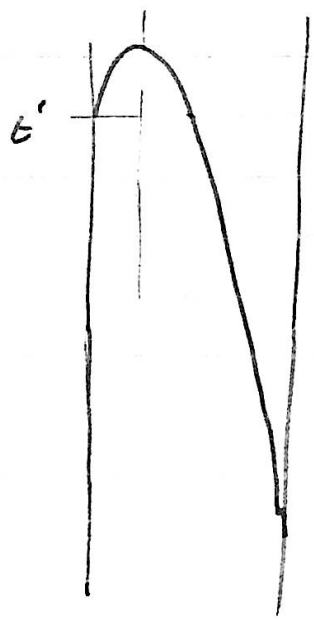


è il tipico caso per esempio di reazione endotermica.

---

studiamo il caso $t' \neq t''$

la soluzione è la stessa ma la parabola risulta spostata, supponiamo $t'' < t'$



qui il gradiente medio di sinistra è < di quello di destra → calore che si propaga a sinistra è < di quello che si propaga a destra.

Trasmissione del calore

Si hanno tre modi di trasmissione:

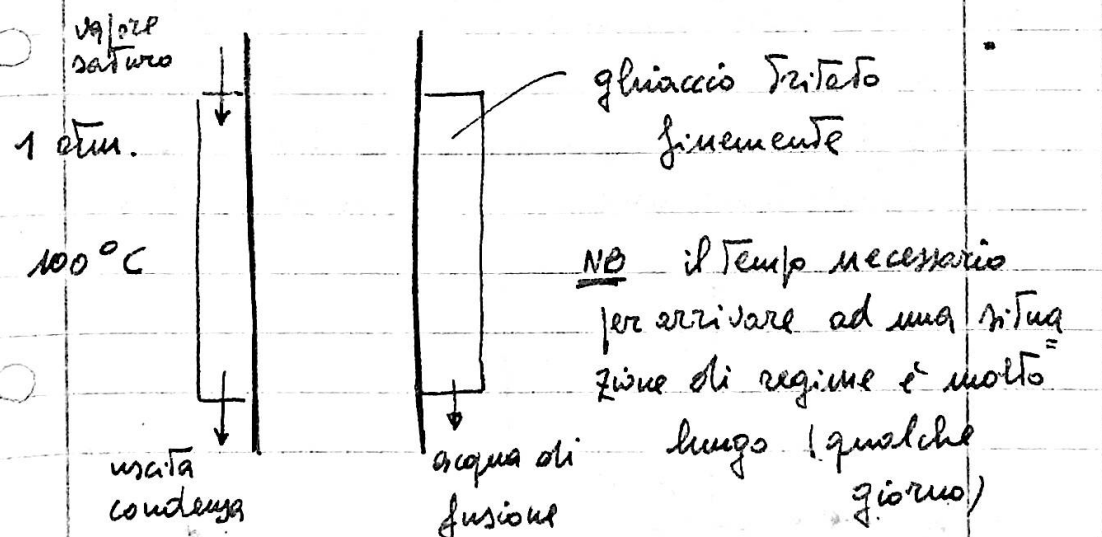
Conduzione: non si hanno movimenti relativi delle varie parti del mezzo (Tra solidi per es.) - Si usa l'ipotesi di Fourier -

Convezione: in un fluido a causa della diversa densità che causa spostamenti di masse.

Irraggiamento: l'energia viene trasportata in forma elettromagnetica e poi viene assorbita in senso Termodinamico (fuori dissipazione) -

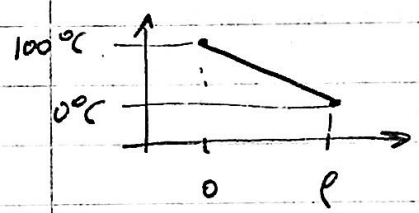
---

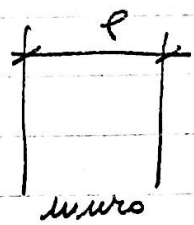
Esaminiamo la seguente esperienza -



NB il tempo necessario per arrivare ad una situazione di regime è molto lungo (qualche giorno)

misurando con coppie Termoelettriche si vede l'andamento delle $T = T(\ell)$





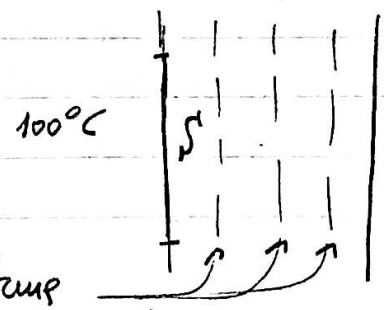
l'esperienza insegna che si ha un continuo flusso di calore da sinistra verso destra, e lo dimostra il fatto che è costante nel tempo il ghiaccio fuso.

In pratica con opportuni accorgimenti si può dire che l'acqua di fusione è dovuta principalmente al calore trasmesso.

Per fare una misurazione più raffinata prima si misura il ghiaccio fuso nell'unità di tempo senza la sorgente superiore (Taratura del calorimetro) Quindi fatta l'esperienza si fa la differenza.

In pratica è una esperienza molto delicata.

Esaminiamo meglio le cose in condizione di regime



L'ipotesi di Fourier dice

$$dq = -K S \frac{dt}{dl} d\tau$$

τ = tempo il segno - sta a significare che il calore si propaga nel verso dei gradienti negativi (t decrescenti) K = conduttività termica

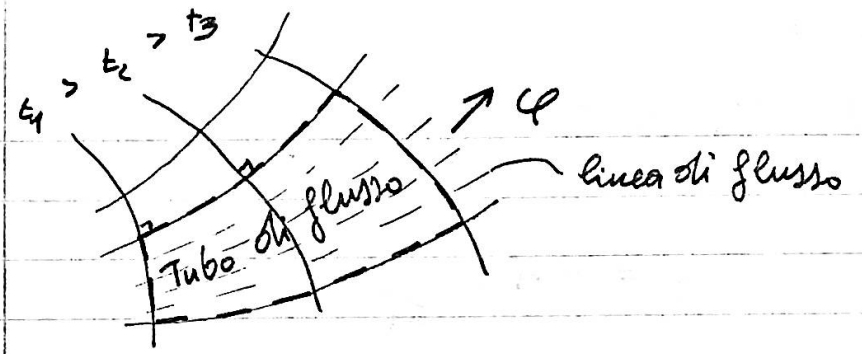
φ = flusso di calore $= \frac{dq}{d\tau} = -K S \frac{dt}{dl} = -\frac{dt}{dS}$

$dS = \frac{dl}{KS}$ S = resistenza termica

nel caso di superfici isoterme che siano piani paralleli l'ipotesi di Fourier è facilmente verificata per via sperimentale.

Più complesse sono le cose nel caso di superfici isoterme generiche (ma continue).

È facile vedere come si possono ottenere le linee di flusso:



per costruzione il Tubo di flusso è Tale che le sue superfici laterali non sono attraversate da calore.

la sua proprietà fondamentale è che <u>in regime permanente</u> <u>φ del Tubo = cost</u>

una delle relazioni precedenti $\varphi \, d\rho = -dt$

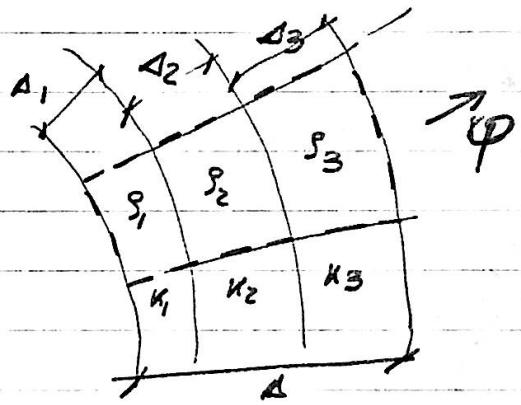
integrando $\varphi \cdot \rho = -\Delta t$

dalla fig. $\varphi \cdot \rho = -(t_3 - t_1)$ quindi

<u>in regime</u> $\varphi = \dfrac{t_1 - t_3}{\rho}$

<u>NB</u> notiamo l'analogia formale con la legge di Ω - $\exists$ anche le analogie con le leggi di Kirchoff -

Tubi di flusso in serie



sono caratterizzati dal fatto che hanno lo stesso φ e non si sono discontinuità di temperatura nei giunti:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 \qquad \text{ma} \quad \varphi = \frac{\Delta}{\rho_{TOT}}$$

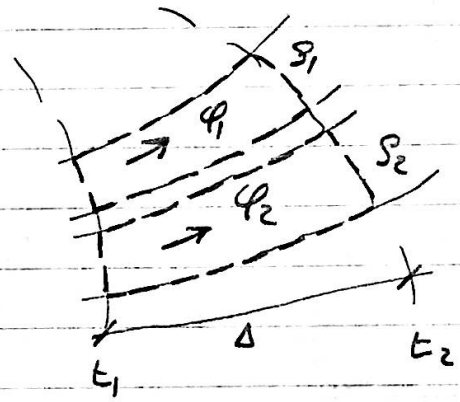
poiché φ è comune a tutti

$$\Delta = \varphi \rho_{TOT} = \varphi (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\rho_{TOT} = \sum_i \rho_i \qquad \text{serie}}$$

Tubi di flusso in parallelo

hanno la stessa Δt e le stesse temperature di ingresso (e quindi di uscita)



$$\varphi_{tot} = \varphi_1 + \varphi_2 = \Delta\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right) = \Delta \frac{1}{S_{tot}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{1}{S_{tot}} = \sum_i \frac{1}{S_i} \quad \text{parallelo}}$$

NB nel caso di superfici isoterme piane e $K = cost$ le equazioni si integrano facilmente.
In pratica se Δt non è molto grande (10^2 °C) $K = cost$; in generale $K = K(t)$

per <u>isoterme piane</u> $\underline{k = cost}$ si ha

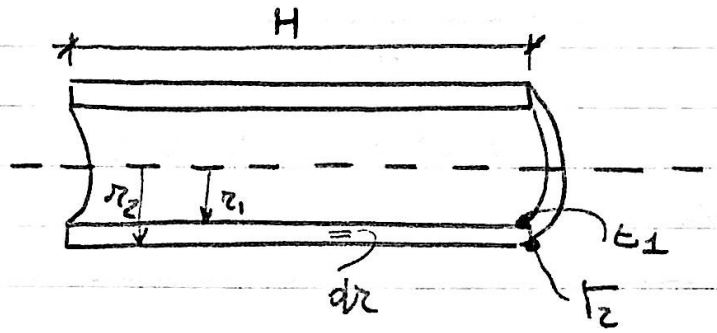
$$d\varphi = \frac{dl}{k \cdot S} \quad \text{che integrata dà} \quad \varphi = \frac{l}{k \cdot S}$$

di qui $$\varphi = \frac{\Delta}{l} \cdot k \cdot S$$

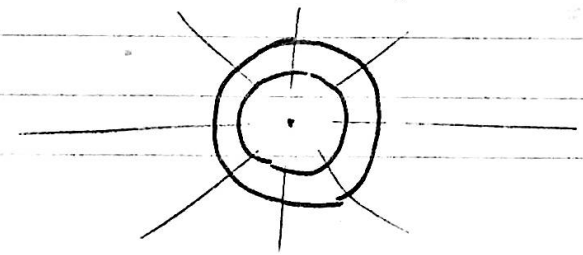
φ si misura sperimentalmente → $k = \dots$

— · —

Studiamo il caso di <u>simmetria cilindrica</u> (tubazioni)



se $t_1 > t_2$ φ esce dal tubo e se le pareti sono isoterme il flusso è radiale



con questa simmetria è facile calcolare ρ

infatti:

$$d\rho = \frac{dr}{2\pi r H K}$$

$$\rho = \frac{1}{2\pi H K} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Altro caso particolare ma raro in pratica.

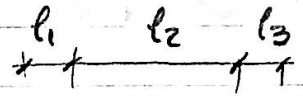
Simmetria sferica si ricava

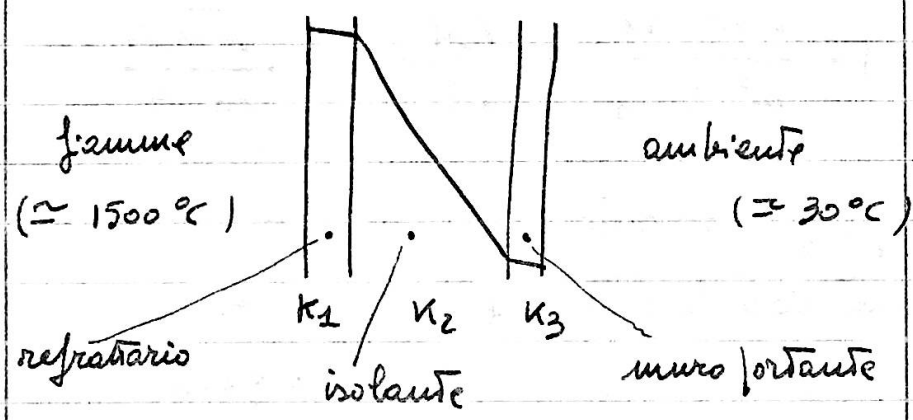
$$\rho = \frac{1/r_1 - 1/r_2}{4\pi K}$$

NB in questi casi è ottimo il 10%
usualmente 25 ÷ 30 %

Vediamo alcuni casi pratici.

Forni





di solito $K_2 < K_1 < K_3$

la pendenza è maggiore nell'isolante perché K_2 è molto piccolo (e $\varphi = \text{cost}$)

in fatti:

$$\varphi = -K S \frac{dt}{dl}$$

quindi $\frac{dt}{dl}$ è molto grande.

Poiché è una serie $\quad S_{tot} = S_1 + S_2 + S_3 =$

$$= \frac{1}{S}\left(\frac{l_1}{K_1} + \frac{l_2}{K_2} + \frac{l_3}{K_3}\right) \quad \Rightarrow \text{si trova } \varphi$$

studiamo le dimensioni di K

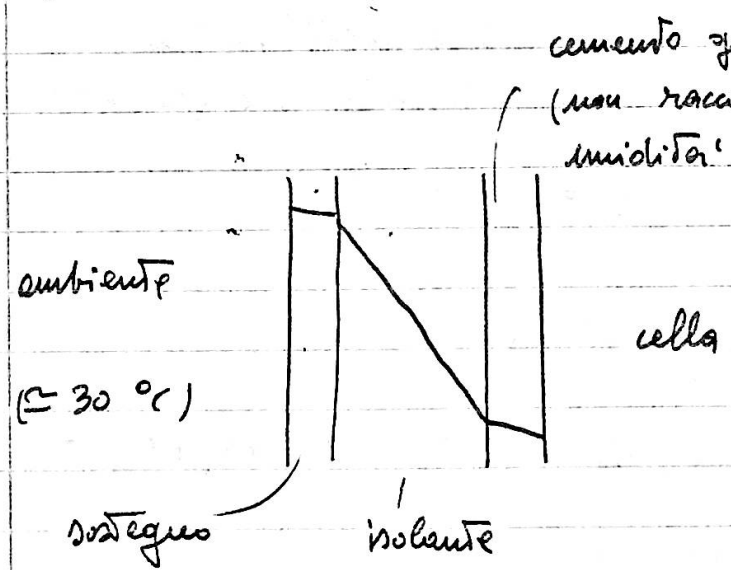
$$K = \frac{\text{kcal} \cdot m}{m^2\ ^\circ C\ h} = \frac{\text{kcal}}{m\ ^\circ C\ h} = \frac{\text{potenza}}{m\ ^\circ C}$$

per gli isolanti $K \quad 10^{-1} \div 10^{-2}$

materiali da costruzione $\simeq 1$

per i metalli $10^2 \div 3{,}6 \cdot 10^2$

Quale del forno è lo studio di una cella, ma cambiano i materiali.

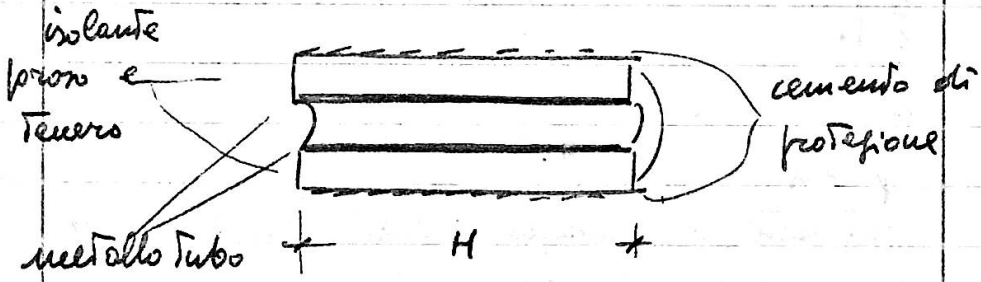


6.19.7.F

Tubazioni

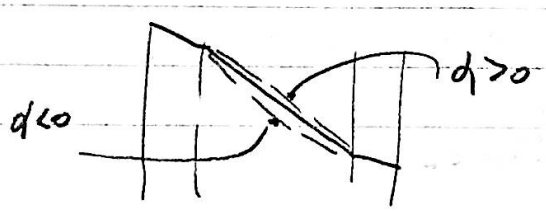
osserviamo che per i metalli $r_2 - r_1 \simeq$ mm
l'eternit " $\simeq$ cm

Quindi per piccoli spessori e K grande, ρ è piccolo e se non vogliamo dispersioni di calore bisogna isolare il Tubo



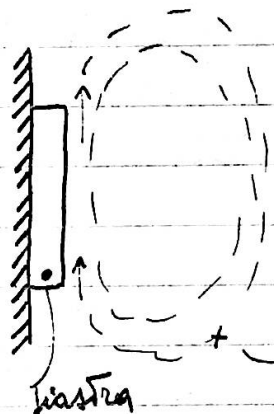
qui $$\rho = \frac{1}{2\pi H} \sum_n \frac{1}{K_n} \ln \frac{r_{n+1}}{r_n}$$

nel caso del ferro $K = K(t)$ e si può ammettere $K_t = K_0 (1 + \alpha t)$



1·21·2·F

<u>Convezione</u> si ha per esempio fra un tubo e l'esterno quando questo e' percorso da un fluido (es. radiatori del riscaldamento)
Di solito l'aria circostante e' $\simeq 20°C$



L'aria si riscalda, diminuisce la densità, per archimede sale, urta sul soffitto e va verso il centro del locale

moti convettivi

questi moti sono dunque dovuti alla variazione di peso specifico (o vol. specifico)
ma

$$V_t = V_0 (1 + \beta t)$$

in generale conosceremo Δt e β
ma il calore scambiato dipende dal calore specifico dell'aria, dalla densità

$$C \cdot M \cdot \Delta t = C \cdot \delta \cdot V \cdot \Delta t = C' \cdot V \cdot \Delta t$$

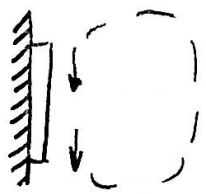
$C \cdot \delta$ = calore volumetrico = C'

- Quindi il tutto dipende da c', β, Δt .....
ma dipende anche da

$$\varphi = -K \beta \frac{\partial t}{\partial l}$$

- le variabili diventano K, c', β, Δt

è importante anche la dimensione e l'orientamento della piastra
(una piastra piccola ha un miglior rendimento di una grande, le verticali vanno meglio che le orizzontali)
osservazione: se la piastra è fredda il moto è così

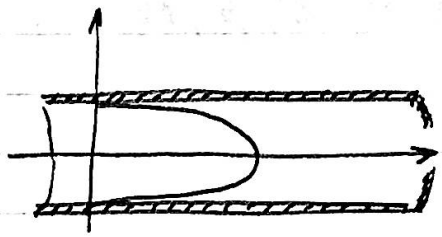


convezione libera

se c'è un propulsore si ha la convezione forzata

NB (un vento, in quanto esercita azione meccanica costituisce una convezione forzata)

Distribuzione delle velocità in un tubo

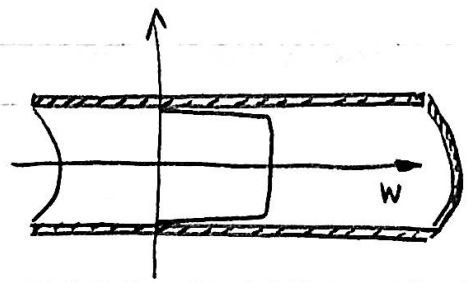


laminare

se è laminare ($Re < 2100$) si dimostra che la distribuzione di velocità è un paraboloide. In questo caso si usa per w la media quadratica

nel laminare $\frac{\sqrt{\overline{w^2}}}{\overline{w}} = \sqrt{2}$

nel turbolento $\frac{\sqrt{\overline{w^2}}}{\overline{w}} = 1{,}04$



Turbolento
(distrib. di Blasius)

la distribuzione di Temperatura segue più o meno quella della velocità

in caso di $\nu = \frac{\eta}{\delta} = \text{cost}$

3.21.2.F

$$Re = \frac{WD}{\nu} = \frac{W\ell}{\nu}$$

- le variabili diventano $K, c', \nu, \beta, \Delta t, W, \ell$

si è potuto condensare il discorso sulla geometria del sistema con un solo parametro ℓ se è presente, come di solito, una certa simmetria così che è sufficiente un solo parametro per determinare il sistema (un diametro per es)

a noi interessa ricavare quello che abbiamo chiamato φ_1

φ_1 = flusso per unità di area $\frac{Kcal}{m^2 h}$ e nell'unità di tempo

da quanto detto (uffa di dilatazione)

$$\varphi_1 = f(\ell, K, c', \nu, \beta, \Delta t, W)$$

Per venire a capo di questo groviglio l'unico sistema è quello dell'analisi dimensionale usiamo 4 unità fondamentali

(la 4ª è la temperatura)

data la continuità le equazioni si possono scrivere in serie

$$\varphi_1 = \sum_i A_i \cdot \rho^{u_i} \cdot \kappa^{x_i} \cdot c'^{y_i} \cdot \nu^{z_i} \cdot (\beta g)^{s_i} \cdot \Delta t^{n_i} \cdot W^{q_i}$$

poiché β è legato alla variazione di peso specifico (e quindi comprende g) si usa il prodotto βg perché più significativo

$$\frac{kcal}{m^2\,h} = m^{u} \left(\frac{kcal}{m\,{}^\circ C\,h}\right)^{x} \left(\frac{kcal}{m^3\,{}^\circ C}\right)^{y} \left(\frac{m^2}{h}\right)^{z} \left(\frac{m}{{}^\circ C\,h^2}\right)^{s} \left(\frac{m}{h}\right)^{q} ({}^\circ C)^{n}$$

dobbiamo scegliere una terna di esponenti di riferimento (i risultati sono indipendenti dalla terna) la più comoda è y s q

si arriva a

$$[\varphi_1] = \frac{\kappa \Delta t}{\rho} \left(\frac{c'\rho}{\kappa}\right)^{y} \left(\frac{W\rho}{\nu}\right)^{q} \left(\frac{\beta g\, \rho^3 \Delta t}{\nu^2}\right)^{s}$$

quindi

$$\varphi_1 = \frac{\kappa \Delta t}{\rho} f\left(\frac{c'\rho}{\kappa}, \frac{W\rho}{\nu}, \frac{\beta g\, \rho^3 \Delta t}{\nu^2}\right)$$

4.21.2.F n° di Prand n° di Grashof

$$\frac{\varphi_1 l}{\Delta t \cdot K} = f(P_r, Re, G_r)$$

α_c

$P_r = \frac{c' v}{K}$ ∝ diffusibilità termica $\frac{v}{a}$

$a = \frac{K}{c'}$

---

si propose $dq = \alpha_c S' \Delta t \, d\tau$ Newton

coeff. di convezione tempo ⇒

$\frac{\varphi}{S} = \varphi_1 = \alpha_c \Delta t$ va bene solo per $\Delta t \leq 10\,°C$

inoltre α_c varia da caso a caso

4 < α_c < 40'000 (200'000) 4 aria stagnante
12 un po' di vento
10^2 tempesta due bolle

sostituendo

$$N_u = \frac{\alpha_c l}{K} = f(P_r, Re, G)$$

n° di Nusselt

nel caso di convezione naturale Re non gioca nessun ruolo →

$$Nu = f'(Pr, Gr)$$

è caratteristico del fluido (compare sempre)

nel caso di convezione forzata

$$Nu = f''(Pr, Re)$$

NB queste relazioni sono importanti perché si può dare una rappresentazione spaziale

nella convezione naturale $Pr \cdot Gr$ $3 \div 8$ (campo $10^?$)

per gas e liquidi poiché hanno lo stesso legame funzionale

$$Nu = f' = f''(Pr \cdot Gr)$$

questa formula va in sede bene per convezione forzata dei gas

Pr è indipendente da T → $Nu = f^{IV}(Re)$

per i metalli liquidi si può raggruppare

$$Nu = f^{V}(P'_e)$$

per forzata e liquidi non va bene

Trasmissione per irraggiamento

Ciascun corpo poiché è ad una certa temperatura emette con regolarità e continuità energia sotto forma di onde (energia raggiante), parte della quale può essere visibile e può essere analizzata e dispersa (spettro luminoso).

Newton analizzò lo spettro e vide che esso contiene una infinità di colori (od onde), che si propagano nel vuoto con una velocità W caratteristica. Questa velocità è una delle quattro costanti universali e la indichiamo con W. La diciamo W_0 se riferita alle onde emesse dal sole (quindi nel vuoto).

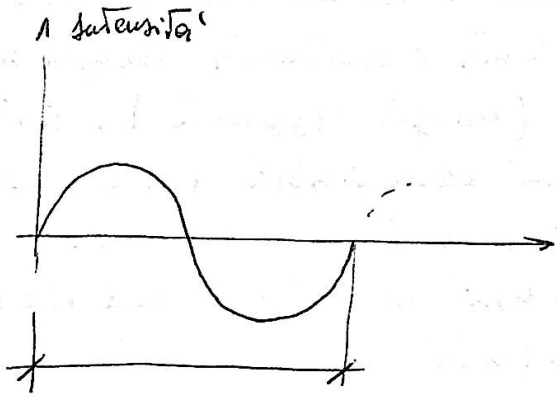
Nel vuoto W_0 è la stessa per tutte le componenti dell'emissione.

L'esperienza insegna che questi fenomeni sono oscillatori e che si tratta di energia ordinata.

Quindi si sono potuti introdurre un vettore elettrico e uno magnetico con variazione sinusoidale.

La caratteristica di ciascuna componente è

la frequenza (n° oscillazioni al secondo)
In un semplice diagramma



$$\tau = \frac{1}{f} = \frac{1}{\text{frequenza}}$$

in pratica però si usa la <u>lunghezza d'onda</u>:
<u>spazio percorso in un periodo</u> quindi

$\lambda = W \cdot \tau$ ma λ è ben definito solo se è ben definito il mezzo in cui avviene il fenomeno.

Ricordiamo che in un mezzo materiale un "raggio" viene dispersо perché le varie componenti si propagano con diversa velocità.

Quindi se vogliamo caratterizzare i fenomeni

con λ dobbiamo fissare un mezzo di riferimento - Fissiamo il vuoto perché in esso λ è indipendente dalla frequenza, quindi:

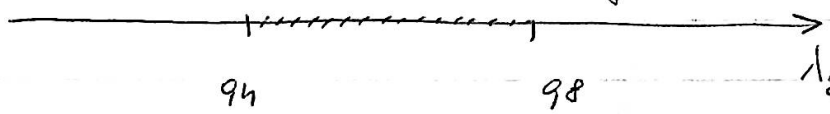
$$\lambda_2 = W_0 \tau = \frac{W_0}{f}$$

l'occhio umano percepisce radiazioni con λ_2

$0{,}38 \div 0{,}78$ micron; arrotondato $0{,}4 \div 0{,}8\ \mu$

vediamo più da vicino quale è l'estensione del campo dello spettro

X ultravioletto | viola spettro luminoso rosso | infrarosso radio



i corpi hanno di solito uno spettro ~~luminoso~~ continuo che si estende di più che lo spettro luminoso

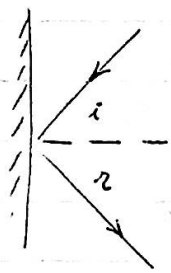
l'ultravioletto confina coi raggi X, e dei coi γ poi si hanno le onde radio

Osservazione

è stata estesa la continuità di tutto lo spettro: si è visto $\lambda = 0{,}32\ \mu$ sia con mezzi termici che con mezzi elettrici.

Normalmente nei corpi caldi si hanno molti raggi luminosi, moltissimi infrarossi, pochi ultravioletti.

Fenomeni della propagazione: riflessione rifrazione



Riflessione regolare

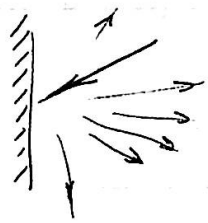
$i = r$ e sono complanari

raggio luminoso ≡ sottile pennello di luce

NB i due mezzi sono separati in quanto offrono diverse velocità di propagazione per il raggio luminoso.

Riflessione irregolare si ha per esempio

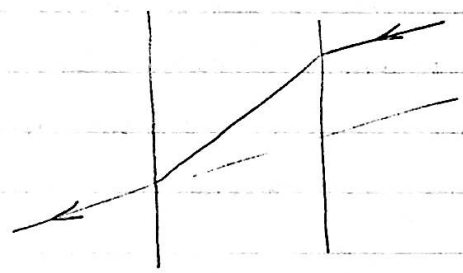
sopra una foresta, e in genere su superfici scabre



Riflessione diffusa

Caso limite diffusione egualmente diffusa

Rifrazione



A noi interessa lo studio da un pto di vista energetico - Per es. qui, quanta energia emerge dalla lastra? Dipende dal mezzo, dall'angolo di incidenza - Considereremo allora alcuni opportuni coefficienti -

Fattore di riflessione $r = \frac{E_{riflessa}}{E_{incidente}}$

noi lo useremo per la riflessione diffusa.

Naturalmente la non riflessa "penetra" nella lastra, l'altra fuoriesce.

$$t = \frac{E_{trasmessa}}{E_{incidente}} = \frac{E_t}{E_i}$$

una lastra di vetro colpita da luce si riscalda $\Rightarrow$ in essa c'è dissipazione (assorbimento in senso termodinamico, quindi accompagnato da dissipazione); introduciamo

$$a = \frac{E_{assorbita}}{E_{incidente}} = \frac{E_a}{E_i}$$

L'esperienza insegna che la E_i non si presenta in altre forme che in quelle viste $\Rightarrow$

$$r + t + a = 1 \qquad \text{conservazione energia}$$

naturalmente questi coefficienti dipendono da

λ e quindi sono validi caso per caso (ad es. il vetro è molto trasparente ai lumini, poco agli infrarossi e ultravioletti ...) -

Vediamo di spingere oltre la nostra indagine:

Dato un corpo "definito" a temperatura T, quale è la massima energia che il corpo può emettere, in tutto lo spettro?

Ovviamente questa energia avrà un valore finito e ben definito $\Rightarrow$

$$\text{energia}_{max\ emessa} = f(T)$$

naturalmente essa interessa tutto lo spettro $\Rightarrow$

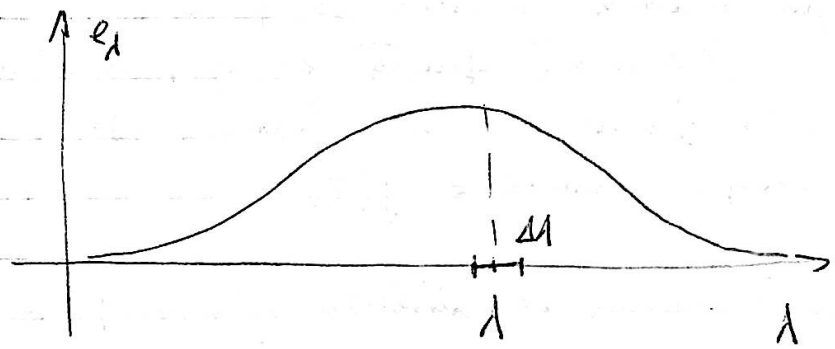
$$E_{\text{totale emessa}} = \int \text{energie (progressive)}$$

quindi questa E_{max} la trova facendo questo integrale -

Ma a noi più che l'energia interessa la potenza e in particolare la potenza per unità di superficie in tutto l'angolo solido -

se studiamo riferendoci a { unità di Tempo
" " area
Tutto l'angolo solido

Studiamo e_λ, cioè ~~una~~ emissione specifica per la lunghezza d'onda λ; se facciamo il grafico otteniamo



se $\Delta\lambda \to 0$ cioè prendo $d\lambda$

posso scrivere $dE_\lambda = e_\lambda\, d\lambda$?

Vedi pag 66 - 75

e_λ emissività specifica totale $\left(e_\lambda = \int e_\lambda d\omega\right)$

evidentemente e_λ sottende un'area finita

e' altrettanto evidente che

$$e_\lambda = f(T, \lambda)$$ (per l'irradiatore integrale)

e_λ distribuzione normale dello spettro

<u>normale</u> perché si assume come <u>norma</u>, come modello perché in laboratorio lo si può fare bene.

Il corpo che ha la E_{max} si dice <u>irradiatore integrale</u>

vediamo come è fatto

Prendiamo una cavità <u>opaca</u> <u>a tutto lo spettro</u>

il che equivale a dire $E_\lambda = 0$ $\quad \forall \lambda$

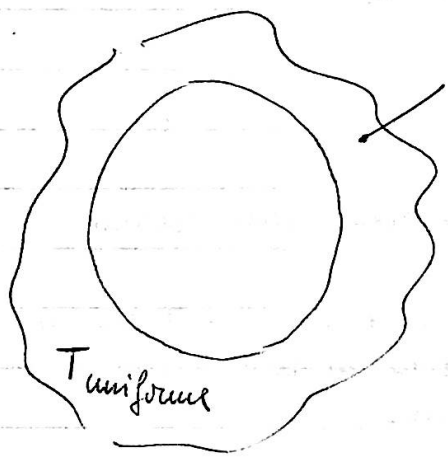
$\tau = 0$

[invece un riflettore perfetto è $\rho = 1$]

è subito evidente che per un corpo <u>opaco</u> vale

$$\boxed{\rho + a = 1}$$

e viene tutta assorbita in senso termodinamico



supponiamo $\delta\mathring{Q}=0$; $\delta\mathring{L}=0$ $(\delta W=0)$

ne segue $\delta\mathring{U}=0 \Rightarrow U = \text{cost}$ (condiz. di regime ed equil.)

[il $\mathring{}$ sta per "perché non ci riferiamo alla unità di massa ma a tutto il sistema] -

La Termodinamica insegna che per l'equilibrio deve essere [per un sistema isolato] S max,

T uniforme [anche nella cavità']

p " " " "

NB per la uniformità' si vede che si ha una

pressione anche nel vuoto: **pressione di radiazione**
che si può determinare anche sperimentalmente
(vedi come se è una conseguenza)

si trova che $p_{radiazione} = \frac{u}{3} = \frac{\dot{U}}{3V}$ per dire ciò bisogna considerare le ipotesi restrittive (vedi pag 78)

dove $u = \frac{\dot{U}}{V}$ densità di energia

Se supponiamo nulle le reazioni chimiche
si hanno 2 sole variabili $\Rightarrow$

$$d\dot{U} = T\, d\dot{S} + A\, p_r\, dV \qquad (dQ)_{rev} = T dS$$

se $dL = 0$ si ha $d\dot{U} = T\, d\dot{S}$

se $\dot{S}$ è max $\Rightarrow$ $\dot{U}$ è max (quando picco l'en. è max è proprio il reticolo interpolati)
[$\dot{U}$ dovuta a tutto lo spettro]

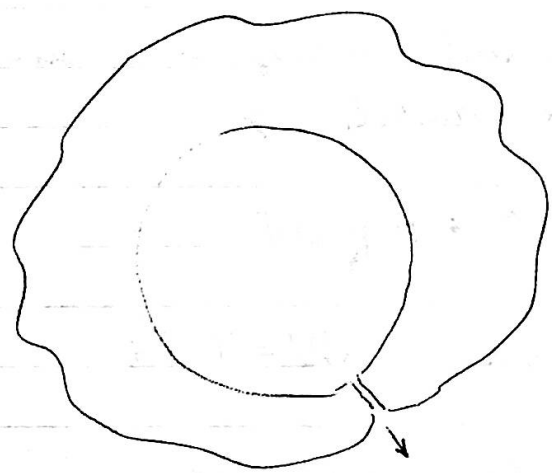
Ci si può porre una domanda:
Per un fissato λ, si ottengono le stesse
conclusioni? La teoria quantistica viene

a darci una risposta ed è positiva

se p_z è uniformemente distribuita $\Longrightarrow$

$\frac{\dot{U}}{V}$ " " " .

Vediamo ora di misurare il valore di quell'integrale -



raccolgo l'uscita su un calorimetro in modo che il flusso venga totalmente assorbito -

Tenendo conto della sezione, del tempo, - - - - -

si arriva a

Radianza di cavità → $\mathcal{C}_1 = \sigma T^4$ $\qquad \sigma = 4{,}96 \cdot 10^{-8} \frac{Kcal}{m^2\, h\, T^4}$

(riferito all'area unitaria) $\qquad$ dal radiatore integrale $= 5{,}66 \cdot 10^{-8}\, w 2\pi / m^2 K^4$

naturalmente il ricevitore sarà opaco $\Rightarrow$

$\tau + \alpha = 1$ quindi

ε = radiazione relativa a corpi in equilibrio

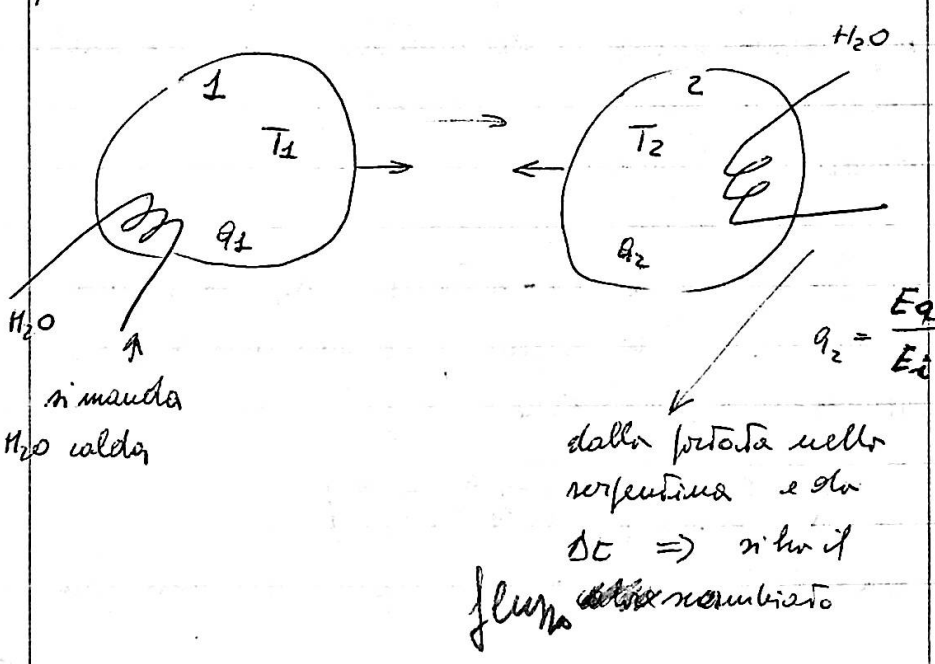
$$\boxed{\varphi_1 = \varepsilon \sigma T^4}$$ assorbita dal misuratore

T Temp. corpo emittente

il foro è molto piccolo / $d\dot{Q} \cong 0$

$\Delta \dot{Q}$ è così piccolo che non si riesce a misurare con gli strumenti

A noi interessa valutare lo scambio tra più corpi particolarmente tra due



è evidente che lo scambio di calore dipende dalla geometria del sistema (solo una parte è assorbita) entrambi i corpi sono opachi, dipenderà anche da ε_1, ε_2 –

Poiché uno stesso ragggio fa più riflessioni dobbiamo tenerne conto – Fatto il bilancio vediamo di esprimerlo in funzione del modello, cioè

$$\Delta\varphi = S\, X_\varepsilon\, \sigma \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

- S: superficie corpo di area minore (di solido) oppure di quello più freddo
- X_ε: dipende dalla geometria del sistema [si ricava dalla esperienza]

Si è proposto di scrivere X_ε in un prodotto di due – lo si può fare ma non sempre; nel caso si possa fare

$$\Delta\varphi = S\, X_1\, X_\varepsilon\, \sigma \left(T_1^4 - T_2^4\right)$$

ma è possibile riferirci però ad una formula

più semplice dove la dipendenza con T sia lineare

Trasformando

$$\Delta\varphi = X_q \, S \, \sigma \, \frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2} \, (T_1 - T_2) =$$

$$= \alpha_i \, S \, (T_1 - T_2)$$

dove $\alpha_i = \sigma \, X_1 \, X_e \left(\frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2} \right) = X_q \, \sigma \, (x_t)$

NB con le lettere minuscole di riferimento si indicano numeri adimensionali

con le minuscole le quantità dimensionali

qui $x_t = [T^3]$

per $\Delta t \cong 10^2$ x_t è tabellato in funzione di T_{medio}

quindi tutto va bene se è noto X_q

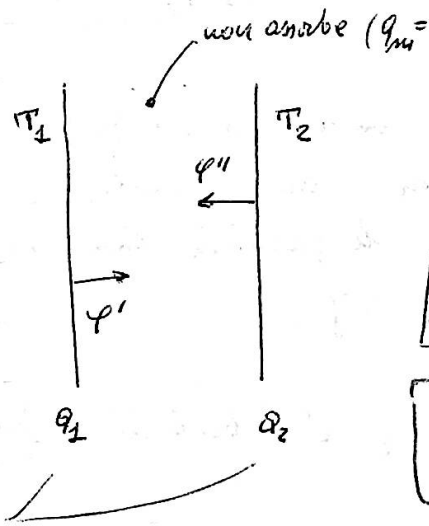
per i fumi questo discorso non va più bene

1-5-3-F

Scambio per irraggiamento

Due casi 1) superfici piane parallele
2) corpo in una cavità

1) Potrebbe ad es. essere un pannello di un apparato elettrico. Studiamo con l'ipotesi di corpo grigio: cioè coefficiente di assorbimento indipendente dalla lunghezza d'onda



$$\varphi' = q_1 \sigma T_1^4$$

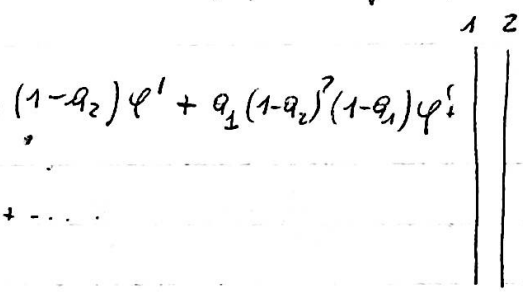
σ costante di Stefan-Boltzmann =

$$= 4{,}96 \cdot 10^{-8} \ \frac{\text{Kcal}}{\text{m}^2 \text{ h } {}^\circ\text{K}^4}$$

2-5-3-F

- questo calore viene assorbito in percentuale $a_2 \varphi'$
- viene riflesso in percentuale $(1-a_2)\varphi'$
- questa incide su 1 e viene assorbita in percentuale $a_1(1-a_2)\varphi'$.
- la parte riflessa da 1 è $(1-a_2)(1-a_1)\varphi'$

in uno schema, per la prima superficie



$$a_1(1-a_2)\varphi' + a_1(1-a_2)^2(1-a_1)\varphi' + \dots$$

quindi della quantità emessa viene assorbita

$$\varphi'_a = a_1(1-a_2)\varphi' \left[1 + \underbrace{(1-a_2)(1-a_1)}_{b} + (1-a_2)^2(1-a_1)^2 + \cdots\right]$$

$$\varphi'_a = a_1(1-a_2)\varphi' \left[1 + b + b^2 + \cdots\right]$$

poiché $b < 1$ la serie converge a $\Rightarrow \boxed{\frac{1}{1-b}}$

quindi

$$\varphi'_a = \frac{a_1(1-a_2)\varphi'}{1-b} = \frac{a_1(1-a_2)\varphi'}{1-(1-a_1)(1-a_2)}$$

per la 2ª superficie

$$\varphi'' = a_2 \sigma T_2^4$$

- assorbe $a_1 \varphi''$ riflette $(1-a_1)\varphi''$
- $(1-a_1)\varphi''$ ne assorbe $(1-a_1)(1-a_2)\varphi''$ ne riflette $a_2(1-a_1)\varphi''$
  e viene assorbita $a_1(1-a_1)(1-a_2)\varphi''$

quindi

$$\varphi_a'' = a_1 \varphi'' \left[1 + (1-a_1)(1-a_2) + (1-a_1)^2(1-a_2)^2 + \cdots\right] =$$

$$= a_1 \varphi'' \left(1 + b + b^2 + \cdots\right) = a_1 \frac{a_2 \sigma T_2^4}{1-(1-a_1)(1-a_2)}$$

NB sono i calori assorbiti da 1 per effetto suo e dell'altra lastra.

$\Delta \varphi_1 = \varphi' - \varphi_a' - \varphi_a''$ = energia scambiata con 2

$$= a_1 \sigma T_1^4 - \frac{a_1(1-a_2)\varphi'}{1-(1-a_1)(1-a_2)} - \frac{a_1 a_2 \sigma T_2^4}{1-(1-a_1)(1-a_2)}$$

poiché siamo all'equilibrio esso è anche il calore da $2 \to 1$ per unità di area e di tempo

Con opportune semplificazioni

$$\Delta \varphi_1 = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1}$$

supponiamo di introdurre una lamina T_3, a_3
il calore scambiato tra 1 e 3 sarà

$$\varphi_1 = \frac{\sigma (T_1^4 - T_3^4)}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_3} - 1} \quad \leftarrow \frac{1}{X_A'}$$

Tra 3 e 2

$$\varphi_1 = \frac{\sigma (T_3^4 - T_2^4)}{\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_2} - 1} \quad \leftarrow \frac{1}{X_a''}$$

NB in regime essi sono evidentemente uguali ($T_3 = \cos t$)

bisogna trovare T_3

$$T_3^4 = \frac{X_q' T_1^4 + X_q'' T_2^4}{X_q' + X_q''}$$

dove

$$X_q' = \left(\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_3} - 1\right)^{-1} \qquad X_q'' = \left(\frac{1}{q_3} + \frac{1}{q_2} - 1\right)^{-1}$$

se $q_1 = q_2 \Rightarrow$

$$T_3^4 = \frac{1}{2}\left(T_1^4 + T_2^4\right)$$

supponiamo $q_1 = q_2 = q_3 \Rightarrow$

$$\varphi_1 = \frac{\sigma\left[T_1^4 - \frac{1}{2}\left(T_1^4 - T_2^4\right)\right]}{\frac{2 - q_1}{q_1}} = \frac{\sigma q_1}{2 - q_1} \cdot \frac{T_1^4 - T_2^4}{2}$$

$\Downarrow$

calore scambiato tra 1 e 2 con lamina

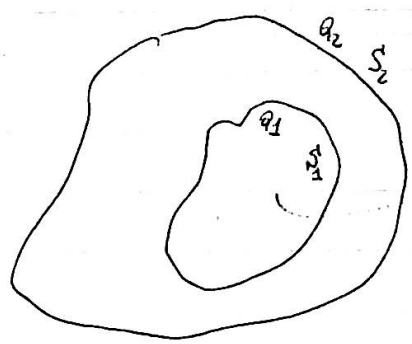
$$\varphi_1' = \frac{\varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{2 - \varepsilon_1}$$

Tra 1, 2 senza lamina

come si vede la lamina dimezza il flusso, se ci sono n lamine il flusso è $\frac{1}{n-1}$ del primario

---

2) Cavità (ad es. radiatore in un ambiente)

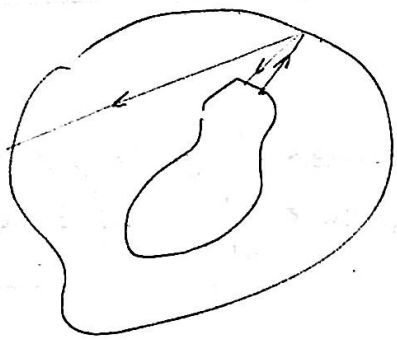


corpo più caldo

~~Facciamo~~ diamo solo i risultati che sono validi solo se i corpi sono grigi e in equilibrio termodinamico.

Esaminiamo dapprima il caso di corpi sferici. Prima di proseguire dobbiamo distinguere tra corpi a superficie speculare e superfici a

diffusione perfettamente uniforme:



parte dei raggi cadono su 1,
parte su due

Osservazione il calore scambiato è espresso in funzione della superficie del corpo **interno**

$$\Delta\varphi = \sigma \left(T_1^4 - T_2^4 \right) S_1 X_q$$

$$X_q = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

per riflessione regolare

~~Se~~ Se il corpo più caldo è l'ambiente scrivere $\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{S_1}{S_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_1} - 1\right)$

$$X_q = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}$$

per diffusione

NB se le superfici sono $S_1 \cong S_2$ si ricade dato il valore del rapporto ($\simeq 1$) nel caso precedente

se $S_2 \gg S_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\varphi = \sigma \varepsilon_1 \left(T_1^4 - T_2^4\right) S_1}$$

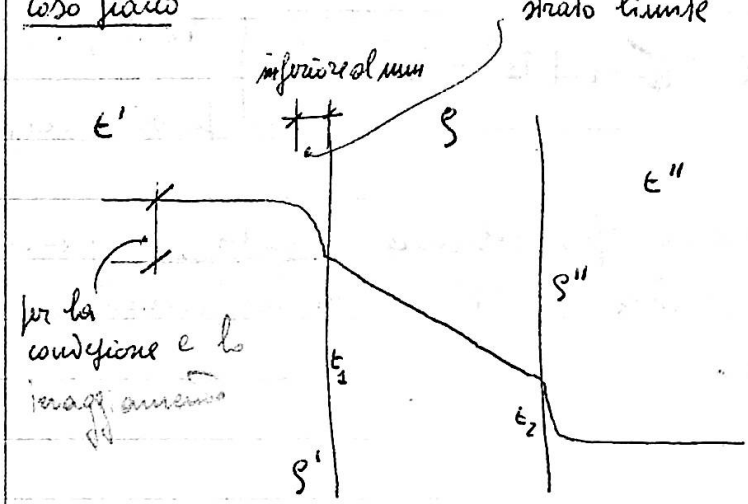
buono per es. per stanze ampie

Se invece di sfere abbiamo cilindri, le formule sono circa le stesse, c'è qualche coefficiente di correzione.

1-6-3-F

Trasmissione calore tra due fluidi separati da una parete solida, piana o cilindrica

Caso piano



esprimiamo il flusso termico in funzione di t', t''

esaminiamo dapprima la distribuzione della Temperatura

In generale t_1, t_2 non sono note perché lo strato limite è molto piccolo e il termometro è troppo grosso per poter distinguere.

Le termocoppie dentro lo strato alterano le isoterme che non sono più piane.

Noi supponiamo t', t'' ben definite - la Temperatura si può considerare definita per condizionamenti, forni, non va bene per esempio per lunghi condotti -

Per risolvere il problema poiché t_1, t_2 non sono note supponiamo che il calore incontri delle resistenze termiche che dipendono dalla parete - Vediamo le resistenze che compaiono:

1) resistenza dovuta alla convezione e all'irraggiamento
2) " liminare s', s''

la si può determinare ricordando le equazioni della convezione e dello irraggiamento ricordando che

$$\boxed{s = \frac{\Delta t}{\varphi}}$$

se supponiamo uguali le due cadute di Temperatura

$$\varphi_c = \alpha_c s \Delta t \qquad \text{(convezione)}$$

$$\varphi_i = \alpha_i s \Delta t \qquad \text{(irraggiamento)}$$

così possiamo valutare il flusso totale $\varphi = \varphi_i + \varphi_c =$

di qui $\rho' = \dfrac{1}{(\alpha_c' + \alpha_i')\, S'}$; analog. $\rho'' = \dfrac{1}{(\alpha_i'' + \alpha_i'')\, S''}$

nel caso di parete piana $S' = S''$

dentro la parete $\rho = \dfrac{\ell}{\kappa S}$



nel caso di parete composta $\rho = \Sigma \dfrac{\ell_i}{\kappa_i S}$

$$\rho_{totale} = \rho' + \rho + \rho'' = \frac{1}{\alpha' S} + \frac{1}{\kappa S} \Sigma \frac{\ell_i}{\kappa_i} + \frac{1}{\alpha'' S}$$

si chiama coeff. di adduzione per la sinistra
" " " " " dispersimento per la destra

ora ricordando che $\rho = \dfrac{\Delta\epsilon}{\varphi}$ $\quad [\Delta\epsilon = \epsilon' - \epsilon'']$

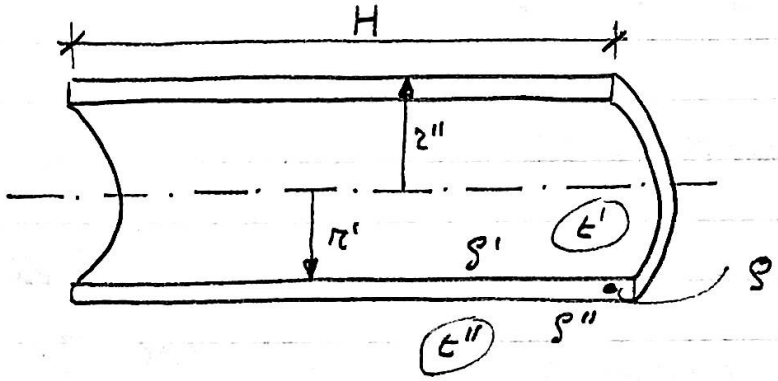
$$\varphi = \frac{(\epsilon' - \epsilon'')}{\rho_\epsilon} = \frac{\epsilon' - \epsilon''}{\dfrac{1}{\alpha' S} + \dfrac{1}{S} \Sigma \dfrac{\ell_i}{\kappa_i} + \dfrac{1}{\alpha'' S}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\alpha'} + \Sigma \frac{l_i}{K_i} + \frac{1}{\alpha''}} \cdot S\,(t' - t'') = K \cdot S \cdot (t' - t'')$$

$$\boxed{K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha'} + \Sigma \frac{l_i}{K_i} + \frac{1}{\alpha''}}}$$

K coefficiente di trasmissione
è in $\left[\frac{kcal}{m^2\ h\ ^\circ C}\right]$

Cilindriche qui si usa riferire il flusso invece che all'unità di area alla unità di lunghezza



$$S' = \frac{1}{\alpha' S'} = \frac{1}{2\pi r' H \alpha'}\,; \qquad S'' = \frac{1}{\alpha'' S''} = \frac{1}{2\pi r'' H \alpha''}\,;$$

$$d\varphi = \frac{dr}{2\pi r H K} \qquad \text{(per una corona infinitesima)}$$

integrando $\quad S = \dfrac{1}{2\pi H K} \ln \dfrac{r''}{r'}$

$$S_\epsilon = S' + S + S'' = \frac{1}{2\pi r' H \alpha'} + \frac{1}{2\pi H K} \ln \frac{r''}{r'} + \frac{1}{2\pi r'' H \alpha''}$$

ma $\quad \varphi = \dfrac{\epsilon' - \epsilon''}{S_\epsilon} = \dfrac{\epsilon' - \epsilon''}{\dfrac{1}{2\pi r' H \alpha} + \dfrac{1}{2\pi H K} \ln \dfrac{r''}{r'} + \dfrac{1}{2\pi r'' H \alpha''}} =$

$$= \frac{\pi}{\dfrac{1}{D'\alpha'} + \dfrac{1}{2K} \ln \dfrac{r''}{r'} + \dfrac{1}{D''\alpha''}} H (\epsilon' - \epsilon'') =$$

$$= U \cdot H \cdot (\epsilon' - \epsilon'')$$

U coefficiente di trasmissione per unità di lunghezza

$$\varphi = U \cdot H \cdot (\epsilon' - \epsilon'') \qquad U \left[\frac{Kcal}{m \cdot h \cdot {}^\circ C} \right]$$

$$\boxed{U = \frac{\pi}{\dfrac{1}{D'\alpha'} + \dfrac{1}{2K} \ln \dfrac{r''}{r'} + \dfrac{1}{D''\alpha''}}} \quad *$$

se adoperiamo K' basta fare $\frac{U}{S} = \frac{U}{\pi D}$

U è riferito all'unità di lunghezza

D diametro riferito alla faccia che presenta maggior resistenza

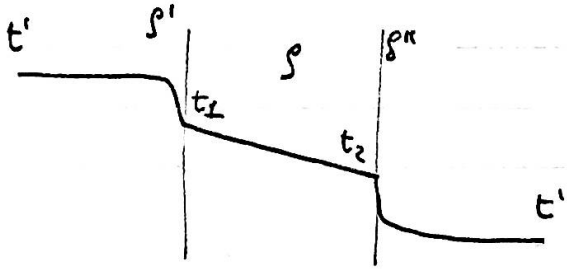
NB se i diametri esterni e interni diventano n volte maggiori si ha

$$U' < n\,U$$

$nU - U'$ è tanto maggiore quanto più grande è il termine che contiene la conduttività, è tanto più forte quanto più è isolato [vedi *]

E' necessario sapere le temperature t_1, t_2 del tubo per determinare d' e d''

Caso piano ricordiamo che le cadute di temperatura sono $\propto$ alle resistenze



$$\frac{t'-t_1}{t'-t''} = \frac{s'}{s_t} = \frac{1}{\alpha' s \cdot \frac{1}{Ks}} = \frac{K}{\alpha'}$$

$\Rightarrow t_1, t_2$

$$\frac{t_2-t''}{t'-t''} = \frac{s''}{s_t} = \dots = \frac{K}{\alpha''}$$

$$t_1 = t' - \frac{s'}{s_t}(t'-t'') \qquad t_2 = t'' + \frac{s''}{s_t}(t'-t'')$$

$$t_1 = t' - \frac{K}{\alpha'}(t'-t'') \qquad t_2 = t'' + \frac{K}{\alpha''}(t'-t'')$$

$t_1, t_2, \alpha', \alpha''$ sono tutti incogniti

allora si procede così: si va per tentativi, si prefissa α', α'' (a vuole pratica) $\Rightarrow t_1, t_2$

poi si fa la verifica con $t' \dots$

Caso cilindrico

$$\frac{t'-t_1}{t'-t''} = \frac{\varphi'}{\varphi_t} = \frac{1}{2\pi r' \cancel{H} \alpha'} \cdot \frac{1}{\frac{1}{U \cdot \cancel{H}}} = \frac{U}{\pi D' \alpha'}$$

$$\frac{t_2-t''}{t'-t''} = \frac{\varphi''}{\varphi_t} = \frac{U}{\pi D'' \alpha''}$$

$$\begin{cases} t_1 = t' - \dfrac{U}{\pi D' \alpha'} (t'-t'') \\ t_2 = t'' + \dfrac{U}{\pi D'' \alpha''} (t'-t'') \end{cases}$$

in pratica una delle due temperature si può ritenere coincidente con quella del fluido (il discorso va bene se $\frac{U}{\pi D'' \alpha''}$ è molto piccolo

oppure $\frac{U}{\pi D' \alpha'}$ " " "

le φ_i possono essere molto diverse

$$\frac{t_1-t_2}{t'-t''} = \frac{\varphi}{\varphi_t} = \frac{1}{2\pi \cancel{H} k} \cdot \frac{\ln \frac{r''}{r'}}{\frac{1}{U \cdot \cancel{H}}} = \frac{U}{2\pi k} \ln \frac{r''}{r'}$$

1-11-3-F

Illuminotecnica

E' bene analizzare come le radiazioni si distribuiscono fra le varie lunghezze d'onda -

per il nero $\boxed{W_0 \; T = \lambda}$

NB nei mezzi materiali λ diminuisce -

Ricordiamo qualcosa sulla emissione specifica (in tutto l'angolo 4π solido)

$dE = e_\lambda \, d\lambda$ [energia emessa nello spettro $d\lambda$]

Vediamo di introdurre la Temperatura e λ in e_λ

per il radiatore integrale $e_\lambda = f(\lambda, T)$ solamente

coi metodi classici non si arriva a nulla, mentre cose solide si hanno con la Termodinamica quantistica

spesso si usa introdurre una grandezza ε della precedente

I_λ emissione nell'angolo unitario (c'è un fattore 4π con l'altra)

riportiamo ora i risultati della fisica quantistica:

$$\varepsilon_\lambda = \frac{K \lambda^{-5}}{e^{\frac{B}{\lambda T}} - 1} \qquad (*)$$

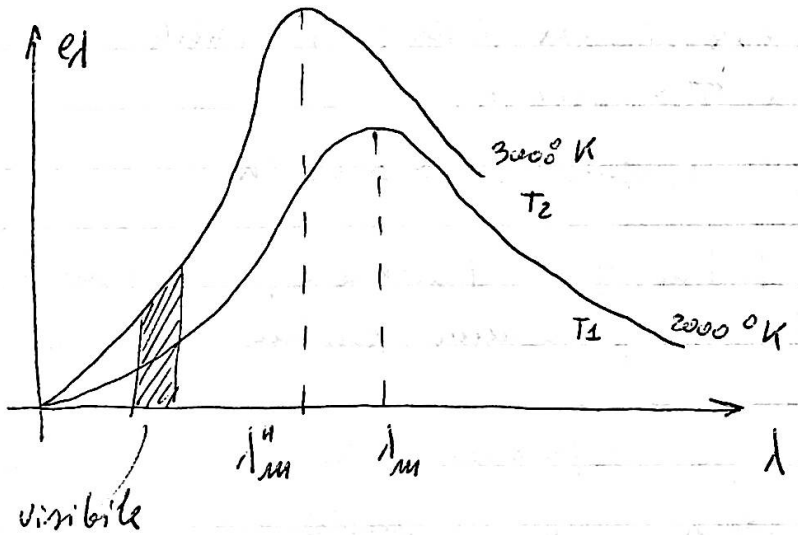
K dipende dall'angolo solido considerato.

La formula ottenuta per altra via ma senza il -1 va bene ma fino a 2000°C circa.

La $(*)$ invece va sempre bene. La Teoria dei quanti dice anche che l'energia negli atti elementari è $\propto$ frequenza e allora:

$$h f = h \nu = E_1 \quad \text{[emissione singola]}$$

ma più che la formula conviene ricordare la forma del grafico



λ_m lunghezza d'onda di max

se $T_2 > T_1$ il λ_m si sposta indietro

Una legge che controlla questo spostamento

essa è $\boxed{\lambda_m T = cost}$

cost dipende dalle unità di misura

se λ_m è in micron, T in °K $\boxed{cost = 2890}$

nei casi pratici le $T \simeq 3000$ °K con' che

di solito $\lambda_m \simeq 1$ micron

per avere il max nella zona visibile si dovrebbe avere $T \simeq 6000°K$

NB superficie sole $\simeq 5000°K$

in pratica spesso il max energia cade nello infrarosso più o meno lontano

$1 \div 7\ \mu$ infrarosso vicino

$20 \div 30\ \mu$ " medio

$100\ \mu$ " lontano

la conseguenza di tutti questi fatti è che il rendimento luminoso è piccolo -

Kirkoff ha proposto il seguente principio

l'emissione per unità di area (emissività) di un corpo reale è sempre minore di quella che corrisponde ad un radiatore integrale e si può scrivere con

$$e'_\lambda = a_\lambda \, e_\lambda$$

dove a_λ è caratteristica di quel corpo a quella temperatura T

Supponiamo di mettere in una cavità un corpo opaco quindi $a_\lambda + r_\lambda = 1$

evidentemente all'equilibrio la $U_{interna}$ del corpo rimane costante $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ energia assorbita = energia emessa

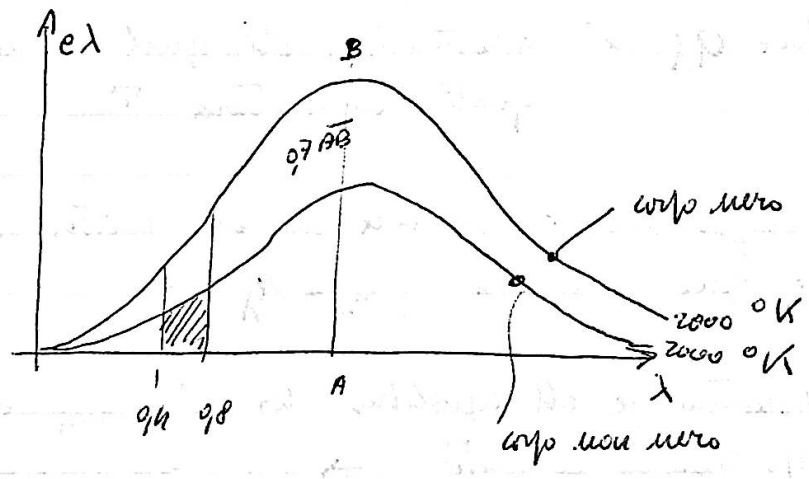
quindi è vero che $e'_\lambda = a_\lambda \cdot e_\lambda$

da ciò discende che si può definire la emissione di un corpo non radiatore integrale (o corpo nero) -

Per il carbone $0,97 \div 0,98$

un corpo ~~che~~ non emette per virtù propria assume il colore della radiazione riflessa ricevuta = luminante, se non riflette è nero

Corpo grigio se a_λ è indipendente da λ (esso sarà però in funzione di T)



Definiamo rendimento luminoso

$$\eta_l = \frac{\text{energia emessa spettro luminoso}}{\text{" " tutto lo spettro}} =$$

$$= \frac{\int_{0,4}^{0,8} q_\lambda \, e_\lambda \, d\lambda}{\int_0^\infty q_\lambda \, e_\lambda \, d\lambda}$$

di solito è dello ordine di alcuni centesimi

le prime lampadine avevano filamento a carbone (luce rossastra) che sublima facilmente -

Vediamo di capire perché il Tungsteno si presta bene per le lampadine :

prendiamo il valor medio di q_λ nel visibile e diciamolo q_e

il valor medio di q_λ in tutto il campo sia q_m

allora $$\varepsilon_e \simeq \frac{q_e \Big/ \int_{0,4}^{0,8} e_\lambda \, d\lambda}{q_m \Big/ \int_0^\infty e_\lambda \, d\lambda} = \frac{q_e}{q_m} \quad (\varepsilon_e)$$

(ε_e) del radiatore integrale

non per il corpo nero $\dfrac{q_e}{q_m} \simeq 1$

per il Tungsteno $\simeq 2$

per evitare almeno parzialmente la sublimazione

x esempio la lampada di gas inerte (opaco)
durata lampadina [1000 ore]

Rendimento di emissione $\eta_e = \dfrac{\int_0^\infty q_\lambda \cdot e_\lambda \, d\lambda}{\text{Potenza elett.}}$

$\simeq [0{,}75]$

il rendimento totale è $\eta_f \cdot \eta_e = \eta_t = \eta$

esempio lampada da 500 W
10% spettro luminoso
70% tutto lo spettro
20% Joule

per una lampadina media
il rendimento totale è $\simeq 6\%$

Si è voluto allora ricorrere ad altri metodi
come lampade al neon -
In un tubo con gas fortemente rarefatto
con elettrodi [e adatte tensioni] ($\alpha \simeq 100$ V)
/ fermentano la scarica elettrica nel gas rare=

fatto e conseguente luminescenza. -

NB si ha luce fredda

la quantistica ci dice che ogni emissione avviene per multipli di $h\nu$ (interi)

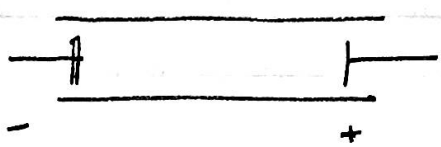
se vogliamo allontanare l'elettrone dobbiamo fare lavoro (salto quantico)

nel caso opposto l'elettrone salta ad un livello più interno $\Rightarrow$ emette radiazione

$\Delta E = n h\nu$ quindi dipende dai livelli quantici (non si ha un continuo ma uno spettro discontinuo, si ha una certa preferenza di emissione per la zona dell'ultravioletto e del visibile $\Rightarrow \nu_e$ è maggiore

- $\exists$ però un inconveniente che è il maggior potenziale di innesco -

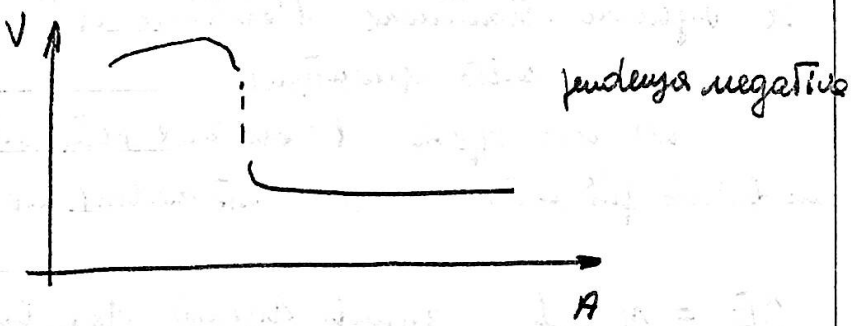
Se il campo elettrico nel tubo è sufficiente gli elettroni sono accelerati



$eV = \frac{1}{2} m w^2$

allora con gli urti estraggono elettroni periferici che daranno origine ad una corrente elettrica.

Può darsi che l'elettrone subisca solo un salto di livello e così l'elettrone (che urta) continua ad andare verso l'anodo



Si sfrutta anche il fenomeno della fluorescenza (emissione di fotoni). Qui l'eccitazione avviene a causa di altre radiazioni (lo zinco è ossido di Zn, Mg), ossidi / emettono perché colpiti da radiazioni.

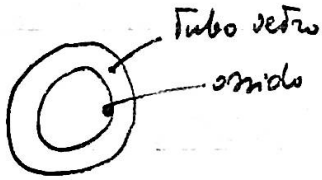
Ad esempio una radiazione ultravioletta avrà una certa energia, urtando l'atomo estrae o fa oscillare elettroni [nel primo caso si ha un fotoconduttore (ci entrano anche i semiconduttori)]. Se l'energia viene ceduta

con ritardo, si ha la fosforescenza.

Ma non tutta l'energia viene riemessa: se abbiamo $E_1 = h \cdot f \Rightarrow E_2 < E_1 \Rightarrow$

$h f_2 < h f_1 \Rightarrow \boxed{f_2 < f_1} \Rightarrow c_2 > c_1 \Rightarrow \lambda_2 > \lambda_1$

cioè l'energia emessa ha frequenza inferiore → se l'eccitatore è nell'ultravioletto il raggio che si ottiene sta nel visibile



↓ quindi si utilizza anche la parte violetta dei raggi → $\boxed{\eta_p \simeq 3\,\eta \text{ lampadina}}$

in pratica se si hanno 500 W

20% in visibile
30% " invisibile
50% " dissipazione (nel gas, nello ossido, nel reattore)

qui $\eta_{emissione} = 50\%$

per una lampada invece $\eta_{emissione}$ 80%

ma per un neon η_{tot} è maggiore (es. olio/fio)

i neon si distinguono in:

- catodo freddo $\approx$ 1000°C (ci vuole una forte tensione di innesco)
- catodo caldo $\approx$ ~~3000°C~~ 800-1000 (Tensione di innesco piccola ma non sono istantanei)

≠ lampade a vapore di mercurio (alta pressione
bona "

le lampade al sodio danno luce gialla non abbagliante (autostrade)

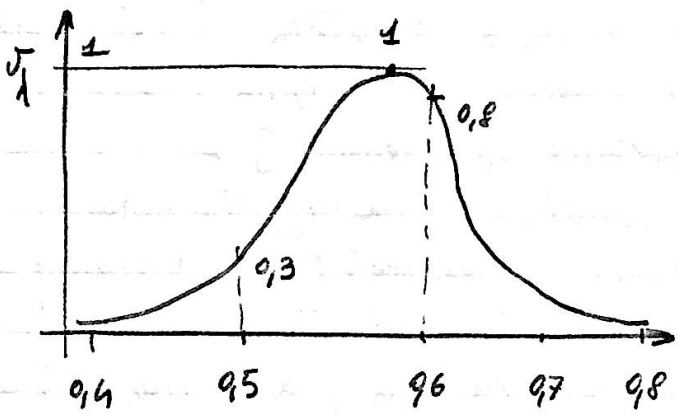
Cerchiamo una relazione tra fenomeno fisico e relative grandezze (energia) e sensazione per es. visiva o auditiva. Si tratta per es. di trovare la "risposta" dell'occhio [psicologia sperimentale] -

Se prendiamo un soggetto normale (giovane, occhi sani, senza malattie) vediamo che mandando una luce colorata e poi un'altra con la stessa energia, a seconda del colore si ha una diversa sensazione visiva. La max sensibilità si ha per il verde, mini per il rosso e il violetto. Così diminuendo l'energia del fascio disperso i primi colori a scomparire sono il rosso e il violetto. Si arriva così al concetto di <u>soglia</u> (per unità di area, di tempo) come energia mini. sotto la quale il raggio non si vede -

L'energia di soglia varia col variare di λ: in prossimità del verde l'energia è minima; <u>visibilità</u> (o coeff. di..) è il valore relativo della risposta in

quanto riferito a quello della sensibilità' max

Curva sensibilità'



il max vale 1 per convenzione.

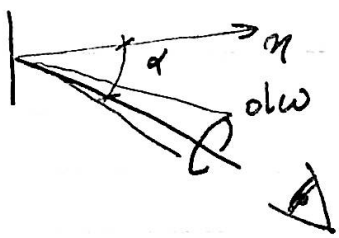
Di qui si può definire la quantità di luce che rappresenti la risposta dell'occhio

ricordiamo che e_λ / $dE_\lambda = e_\lambda d\lambda$ (vedi pag 66)

E_λ emissività sferica, per unità di sup., di tempo in tutto l'angolo solido

Generalizzando $\boxed{dS \cos\alpha = dS_\lambda}$

α = angolo che il raggio visuale fa con la $\perp$ alla sorgente



quella vista è la legge di Lambert (vedi pag 71)

va bene per quasi tutti i corpi opachi
va bene per il radiatore integrale, si ha

$$dS_1 \cdot d\omega \cdot d\tau \cdot d\lambda \cdot b'_{\lambda T} = dE$$

tempo — coefficiente

$b'_{\lambda T}$ = brillanza $\qquad b'_{\lambda T} = \dfrac{I \, d\omega}{S \cdot \epsilon \cdot \lambda \cdot \omega}$

poiché per il corpo opaco vale Kirchoff $\Rightarrow$

$$b'_{\lambda T} = a_{\lambda,T} \cdot b_{\lambda,T}$$

$b_{\lambda,T}$ brillanza radiatore integrale

$e_\lambda = \int e_\lambda' \, d\omega = e_\lambda' \, 4\pi$

quindi $e_\lambda = 4\pi \, b_{\lambda,T}$ ma altra

$$E = \int_0^\infty \iint_{S_1} \iint_{\omega} \iint_{\tau_2} a_{\lambda,T} \, b_{\lambda,T} \, d\lambda \, dS_1 \, d\omega \, d\tau$$

(1)

se restringiamo il campo a E_ρ (en. luminosa)

$$E_\rho = \int_{0,4\mu} \int_{0,8\mu} \dots$$

si può misurare con gli spettrometri ma è una misura difficilissima di spettografia (se si disperde il raggio, fotometria se non si disperde (questo secondo è più facile da misurare)

introduciamo ora la quantità di luce che rappresenta la risposta dell'occhio

$dL = N\lambda \, dEl$

$$L = \int_{q_4\mu}^{q_8\mu} \int_{S_1} \int_{\omega} \int_{z} J_1 \cdot g_{1,T} \, b_{1,T} \, d\lambda \cdot dS_1 \cdot d\omega \cdot dz$$

come spesso accade la costruzione delle unità fotometriche non parte da questa equazione perché troppo difficile -

Definiamo

Flusso luminoso = $\frac{\text{quantità di luce}}{\text{Tempo}} = \frac{L}{z} = \Phi$ in quella direzione

uno è una potenza, in generale $\Phi = \frac{dL}{dz}$

per uso si è costruito il lumen

quantità di luce : lumen · ora

in fotica si usa solo il lumen

Intensità di sorgente $I = \frac{\delta \Phi}{\delta \omega}$ in quella direzione

quindi bisogna dare due angoli, ϑ e φ

al limite $I = \dfrac{d\Phi}{d\omega}$

poiché in pratica il raggio cade su un piano di lavoro si introduce

$\underline{\text{Illuminamento}} = E = \dfrac{d\Phi}{dS}$

S superficie su cui incide il raggio

unità di intensità candela $= \dfrac{\text{lumen}}{4\pi}$

" " illuminamento lux $= \dfrac{\text{lumen}}{m^2}$

unità che si potrebbero definire con o/w come fiamme ... invece si preferiscono lampade al tungsteno (infatti fissate le grandezze elettriche E_e è sempre la stessa) - NB come tutte anche questa è una unità puramente convenzionale

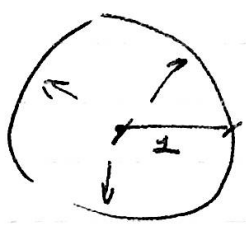
<u>candela internazionale</u> si sono costruiti dei campioni primari → secondari → terziari ... naturalmente dicendo si possono controllare tutte con l'equazione $E_\ell = \int\int\int\int \cdots$

data la candela abbiamo subito il flusso

da $I = \dfrac{d\Phi}{d\omega}$ se $d\omega = 1$ nell'angolo unitario avremo 1 lumen

se la sorgente è puntiforme e simmetria sferica con I uniformemente distribuita, essa emette il flusso di $4\pi I$ lumen

Se 1 lumen cade su 1 m^2 si ha un <u>lux</u>



$$\Phi = 4\pi I \Rightarrow$$

$$E = \frac{4\pi I}{4\pi r^2} = \frac{I}{r^2} = I$$

(se I ha intensità uniforme)

in pratica si usano i luxometri (esposimetro) è una cella fotoelettrica se ν cade in un certo urto si può ottenere estrazione di elettroni → si può avere una corrente -

$\exists$ una ν di soglia : min. energia per cui si ha l'effetto, ma

$$E = h \cdot f = h\nu$$ (emissione singola)

con miscele di ossidi e di filtri si sono ottenute sensibilità che riproducono la curva di sensibilità (previa taratura)

Se la disuniformità è piccola l'impianto si dice bene rispondente

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega}$$ in pratica si misura I in candele

e quindi $d\Phi = I\, d\omega \Rightarrow$

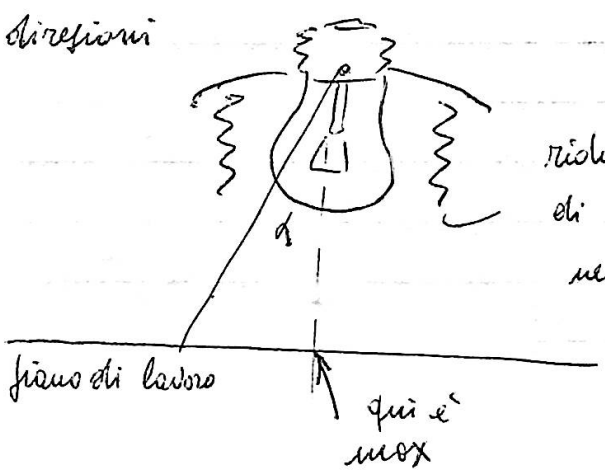
$$\Phi = \int_{4\pi} I\, d\omega$$

se si ha <u>simmetria rigorosamente sferica</u> $\Phi = 4\pi I$ (lumen)

in pratica questa sorgente non $\exists$ (max 10%)

Questa simmetria non interessa perché il piano di lavoro sta in uno semispazio. È interessante quindi l'emissione in un semispazio (angolo solido 2π)

Normalmente le sorgenti sono contenute in un apparecchio di illuminazione (di solito ben riflettente), il lampadario serve spesso anche a diffondere meglio la luce. Una lampada nuda ha una I molto variabile nelle varie direzioni



riducono le differenze di illuminazione nelle varie direzioni

Simmetria assiale : se ruotiamo attorno all'asse con $\vec{J} = \text{cost}$ si vede che $I(\vec{J})$ è praticamente costante - Per rappresentare bene questa condizione si considera il solido fotoelettrico : supponiamo una sorgente con I non uniforme ; con due angoli fissiamo una direzione , portiamo su di essa un segmento proporzionale a I così da ottenere un solido fotoelettrico , la cui superficie si dice sup. fotometrica -

Curva fotometrica : una qualunque intersezione con un piano passante per l'asse -

Nella pratica in genere bastano due curve a 90° (se ha simmetria cilindrica le due curve sono sovrapponibili)

Per simmetria cilindrica il solido è di rotazione - Una buona simmetria cilindrica si ottiene con vetro opalino -

In pratica per fare i conti si ammette vera la simmetria cilindrica -

Può essere utile paragonare Φ con la potenza elettrica consumata

ricordiamo $\eta = \eta_\rho \cdot \eta_e = \frac{\mathcal{E}_l}{P}$

$\eta_\rho = \frac{\mathcal{E}_l}{\mathcal{E}_\Sigma}$ (in unità di Tempo per unità di Sup^{ie} data in tutta l'angolo solido 4π)

$\eta_e = \frac{\mathcal{E}_\Sigma}{P}$ ($\mathcal{E}_l$ vedi pag 35 appunti)

P → potenza elettrica consumata (W)

η è un n.° puro

Efficienza sorgente luminosa $= \frac{\text{lumen}}{\text{Watt}} = \frac{\Phi}{W}$

lumen = quantità di luce emessa in tutto lo spazio per unità di Tempo

con queste considerazioni usando un $\overline{v_\lambda}$ si può scrivere

$$\frac{\text{lumen}}{\text{Watt}} = \overline{v_\lambda} \cdot \eta$$

nella pratica usiamo però solo il $\frac{\text{lumen}}{\text{Watt}}$

per le lampade a filamento $15 \div 12$ $\frac{\text{lumen}}{\text{Watt}}$

per alte potenze (500 ÷ 1000 Watt) $20 \div 25$ $\frac{\text{lumen}}{\text{Watt}}$

Tubi al neon $20 \div 30$ $\frac{\text{lumen}}{\text{Watt}}$

a fluorescenti fino a 50 $\frac{\text{lumen}}{\text{Watt}}$ [ottimale $35\text{-}40 \div \frac{\text{lumen}}{\text{Watt}}$]

vapore di Hg e Na [ad alta pressione] $50 \div 60$ $\frac{\text{lumen}}{\text{Watt}}$

Durata sorgenti

lampadine	800 – 1000	ore
fluorescenti	2000	ore
vapore	2000	ore

bisogna tener conto che verso la fine diminuisce

l'efficienza della lampada ($\frac{3}{5}$ dell'inizio)

ci si può domandare se conviene aspettare che la lampadina si fulmini o cambiarla prima –

esempi

una volta per leggere 100 lux

per operare 2000 lux

oggi si arriva fino a 10000 lux $\left[\frac{\text{lumen}}{m^2}\right]$

Impostazione calcolo impianto illuminazione

Questo calcolo si fa solo in casi particolari (musei sale esposizione ...)

Tutta la difficoltà sta nel fatto che ci sono pareti verticali e orizzontali che fanno più riflessi (in pratica se ne avvantaggia la migliore distribuzione di luce, ma il calcolo diventa molto complesso) –

Si è scoperto che diciamo Φ_p il

flusso sul piano di lavoro, esso è una frazione di Φ_a flusso emesso, cioè

$$\Phi_p = K\,\Phi_a \qquad \text{dove}$$

$$\Phi_a = \int_S E \cdot dS \qquad E\ [\text{lux}] \text{ illuminamento}$$

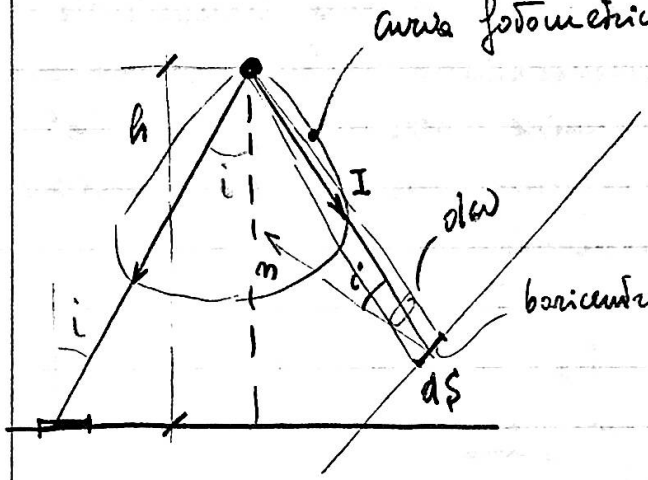
S ← sup. piano di lavoro

<u>K coefficiente di utilizzazione</u> che dipende dalla vicinanza alla simmetria assiale, dal valore del fattore di riflessione [di solito grande per il soffitto, meno per le pareti]

<u>Per parallelepipedi</u> con dimensioni confrontabili tra di loro, lo si può calcolare in funzione della ρ del soffitto e ρ delle pareti. Sui trattati K si trova tabellato per i casi più notevoli

Esaminiamo il calcolo in due casi particolari

(1) Sorgente concentrata



studiamo l'illuminazione su un piano A orientato. Unisco col baricentro e trovo I; esprimo il flusso elementare che interessa di dS

quindi $d\Phi = I\, d\omega$

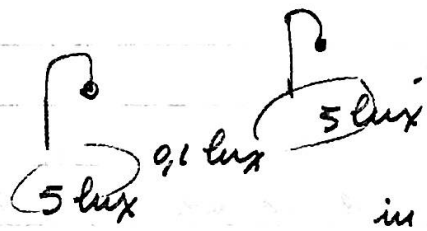
$$E = \frac{d\Phi}{dS} = I\,\frac{d\omega}{dS} = I\,\frac{dS\cdot\cos i}{dS\, r^2} = I\,\frac{\cos i}{r^2}$$

nel caso l'asse della sorgente sia $\perp$ al piano di lavoro

$$E = I\,\frac{\cos i}{z^2} = I\,\frac{\cos^3 i}{h^2}$$

infatti è: $r = \frac{h}{\cos i}$

nel caso di simmetria cilindrica e piano ⊥ tutte le circonferenze col piede della perp. come centro sono ugualmente illuminate: isolux ; aumentando la distanza dal piede, diminuisce così e poiché c'è il cubo, lo illuminamento diminuisce molto rapidamente

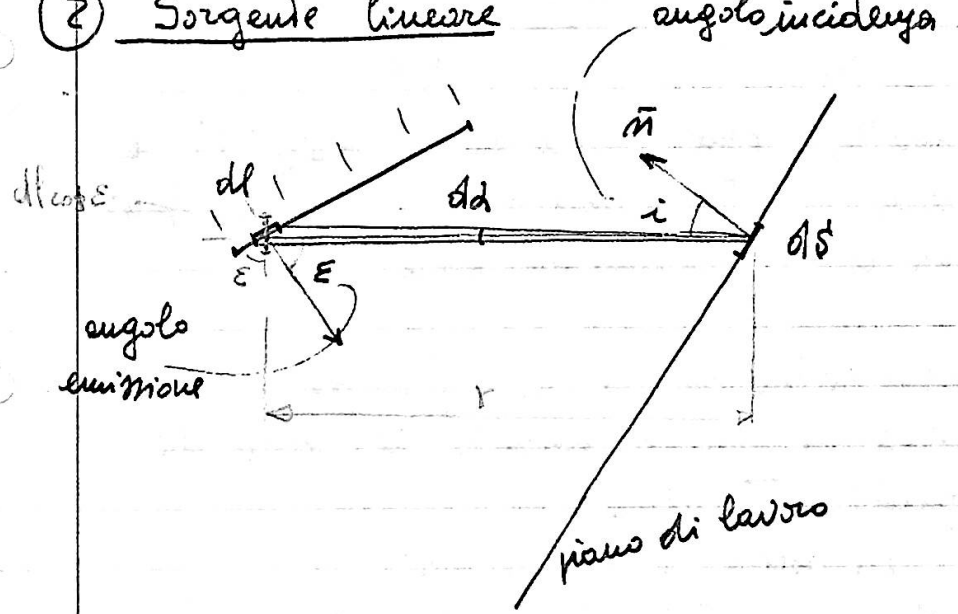


in ambiente chiuso invece l'illuminazione è più uniforme. Per diminuire la disuniformità si usano più sorgenti, si usa il principio di Σ se E_i è dovuta alla sorgente:

$$E_{totale} = \sum_i E_i$$

(uniformare l'illuminamento è fatto in gran parte dalle pareti, più che da tante lampade)

(2) Sorgente lineare



dico che $$d\Phi = B_\ell \frac{dl \cos\varepsilon \cdot dS \cos i}{r^2}$$

B_ℓ = <u>brillanza luminosa lineare</u> $\left[\frac{\text{lumen}}{m}\right]$

esso si determina sperimentalmente. La o è valida sempre nel senso che è sempre possibile un B_ℓ che soddisfa.

Viene spontaneo domandarci come si fa a trovare B_ℓ

$$E = \frac{d\Phi}{dS} = B_\ell \frac{dl \cdot \cos\varepsilon \cdot \cos i}{r^2} = B_\ell \frac{\cos i}{r}\,(dl)$$

$dl = \frac{dl \cos\varepsilon}{r}$

sarebbe bene trovare un $B_\ell = B_\ell(\alpha)$ e allora la integrazione sarebbe subito fatta, ma come facciamo ad avere B_ℓ ?

Non si può scrivere $E = \int \ldots d\alpha$ se non prima di aver esaminato il senso di questo integrale.

Di solito si procede così:
divido il tubo in 5 pezzi e considero 5 sorgenti puntiformi concentrate nei 5 centri; quale grandezza ha l'errore che io commetto ?

Se $l < \frac{1}{5}$ distanza dal piano di lavoro l'errore è inferiore all'1% quindi il metodo è più che buono.

E' anche comodo perché posso usare la formula per le sorgenti puntiformi.

Devo però trovare una I equivalente

$$I_{equiv.} \cdot \frac{\cos i}{r^2} = E$$

come si determina B_ℓ ?

B_ℓ si determina sperimentalmente, applicando di fronte al Tubo un diaframma mobile che copra il Tubo meno il segmento, si para gona I equiv. con quello di una lampada campione, e si determina con' B_ℓ

$$I_1 , I_2 , \ldots\ldots I_n$$

$$\Downarrow$$

$$B_{\ell_1}, B_{\ell_2} , \ldots\ldots B_{\ell_n}$$

si costruisce con' una funzione $B_\ell(\alpha)$ -
E' però' meglio considerare $I_1 \ldots\ldots I_n$ direttamente