LE SCIENZE quaderni

70



a cura di Ludovico Lanz

contributi di:

C. Bernardini, M. Berry, R.S. Berry, D.C. Cassidy, R.J. Donnelly, J.H. Freed, M.C. Gutzwiller, Y. Imry, F. Laloë, O.V. Lounasmaa, G. Pickett, A. Shimony, I.F. Silvera, R.E. Slusher, B. Yurke, J. Walraven, R.A. Webb e H. Zwirn.

Autorizzazione Tribunale di Milano N. 93/82 del 27-2-1982 - Spedizione in abbonamento postale - gruppo IV/70 - febbraio 1993 - lire 9500

LE SCIENZE
quaderni lire 9500

numero 70 febbraio 1993

IL MONDO DEI QUANTI

Presentazione 3

LA REALTÀ DEL MONDO DEI QUANTI 5
di Abner Shimony

DALLO STATO QUANTISTICO ALLO STATO CLASSICO 13
di Hervé Zwirn

HEISENBERG, L'INDETERMINAZIONE
E LA RIVOLUZIONE QUANTISTICA 21
di David C. Cassidy

LA FASE GEOMETRICA 27
di Michael Berry

L'INTERFERENZA QUANTISTICA
E L'EFFETTO AHARONOV-BOHM 34
di Yoseph Imry e Richard A. Webb

IL CAOS QUANTISTICO 41
di Martin C. Gutzwiller

LUCE «SPREMUTA» 48
di Richart E. Slusher e Bernard Yurke

IL PRINCIPIO DI ESCLUSIONE DI PAULI 55
di Carlo Bernardini

LA TERMODINAMICA DEI MICROAGGREGATI 58
di R. Stephen Berry

LA STABILIZZAZIONE DELL'IDROGENO ATOMICO 64
di Isaac F. Silvera e Jook Walraven

GLI EFFETTI DELLO SPIN NEI GAS 73
di Franck Laloë e Jack H. Freed

I SUPERFLUIDI DELL'ELIO 3 81
di Olli V. Lounasmaa e George Pickett

LA TURBOLENZA NEI SUPERFLUIDI 88
di Russell J. Donnelly

Letture consigliate 96

Ludovico Lanz insegna istituzioni di fisica teorica all'Università di Milano. La sua attività di ricerca riguarda i fondamenti della meccanica quantistica e la meccanica quantistica di non equilibrio.

In copertina, sezione di Poincaré di un atomo di idrogeno in un intenso campo magnetico.

Un periodico LE SCIENZE S.p.A.
realizzato dalla redazione
della rivista «Le Scienze»
(sei numeri all'anno)

Consulenza scientifica
Felice Ippolito

Coordinamento editoriale
Gianbruno Guerrerio

Collaboratori
Giorgio Bonanomi (*grafica e copertina*)
Carlo Marcandalli

Fotocomposizione
Fotocompograf
via Anguissola 2/A
20100 Milano

Uffici:
Piazza della Repubblica, 8 - 20121 Milano
Telefoni: 29001753 R.A.

Abbonamento annuale L. 45.000

Direttore responsabile
Carlo Caracciolo
Registrazione del Tribunale di Milano
n. 93/82 del 27-2-1982

Distribuzione in Italia:
per le edicole
SO.DI.P. "Angelo Patuzzi" S.p.A.
via Bettola, 18
20092 Cinisello Balsamo
per le librerie
La Nuova Italia Editrice S.p.A.
via Ernesto Codignola
50018 Casellina di Scandicci (FI)

Stampa e legatoria
Seregni S.p.A.
via Puecher, 2
Paderno Dugnano (Milano)

Copyright © 1982, 1986, 1988, 1989, 1990, 1992, 1993 by LE SCIENZE S.p.A.
Copyright © 1992 by «Pour la Science».

Tutti i diritti sono riservati. Nessuna parte dell'opera può essere riprodotta in qualsiasi forma (per fotocopia, microfilm o altro procedimento) o rielaborata con l'uso di sistemi elettronici o diffusa senza l'autorizzazione scritta dell'editore.

I numeri arretrati possono essere acquistati in libreria o direttamente dall'editore al prezzo di copertina.

Presentazione

L'indicazione più semplice della struttura a quanti *della materia viene dalla chimica: com'è noto lo studio delle trasformazioni chimiche porta a identificare diverse specie materiali a cui vengono associati dei quanti, chiamati* molecole. *La dinamica di un continuo materiale in cui avvengono trasformazioni chimiche può dar luogo a processi molto complessi, ma trae origine da interazioni più semplici, che avvengono* localmente, *cioè in regioni di estensione trascurabile a livello macroscopico, tra le molecole associate alle diverse componenti del sistema fisico: la riduzione della dinamica globale di un sistema a interazioni* locali, *di carattere* universale, *tra quanti associati a componenti del sistema è l'idea portante della meccanica quantistica ed è in realtà già acquisita da chi abbia anche solo modeste nozioni di chimica.*

La fisica moderna, sulla base di una adeguata meccanica quantistica, che tenterò di descrivere in modo qualitativo, è giunta tra l'altro a una completa unificazione concettuale tra chimica ed elettromagnetismo: dalla fine dell'Ottocento è stata sviluppata la fisica atomica*; i suddetti quanti collegati con le trasformazioni chimiche vengono descritti come strutture costruite con quanti più semplici: un quanto leggero, l'*elettrone, *dotato di una carica elettrica* $-e_0$, *e circa un centinaio di quanti pesanti, i* nuclei, *con carica elettrica* e_0Z, *con* Z *intero da 1 a 92 (nuclei più stabili); le strutture a un solo nucleo e* Z *elettroni sono dette atomi, quelle con più nuclei molecole, quelle con carica elettrica totale non nulla sono gli ioni.*

Il primo modello per queste strutture venne estrapolato in modo ingenuo dalla fisica macroscopica: i quanti erano punti materiali carichi, interagenti attraverso quel campo elettromagnetico che essi stessi creavano come sorgenti e di cui subivano l'azione attraverso la forza di Lorentz; questo modello fallì. Vennero quindi due contributi decisivi: la spiegazione di Planck dello spettro della radiazione elettromagnetica in una cavità (1900) e la spiegazione di Einstein dell'effetto fotoelettrico (1905).

Questi contributi spingono verso una direzione del tutto nuova: associare anche al campo elettromagnetico una struttura a quanti. Questa idea, che oggi sembra quasi ovvia, agli inizi del Novecento appariva decisamente rivoluzionaria. La profonda evoluzione del modo di concepire l'elettromagnetismo illustra in maniera esemplare come la fisica porti a una comprensione della realtà via via più profonda, ma pur sempre provvisoria.

È interessante sottolineare, anche solo in modo sommario, questa evoluzione. All'inizio l'elettromagnetismo è la brillante teoria che spiega la complessa interazione tra porzioni di materia portatrici a livello macroscopico *di cariche e di correnti elettriche e di polarizzazione elettrica e magnetica. Queste sorgenti creano un campo elettromagnetico, che si propaga nello spazio come un'onda; quando investe altra materia, questa risente del campo elettromagnetico, tipicamente attraverso la forza di Lorentz, che accelera le masse portatrici di cariche e di correnti elettriche. In questo discorso il campo elettromagnetico essenzialmente trasporta* a distanza *la forza.*

Questa teoria consistente nella meccanica, nelle forze elettromagnetiche e nella loro propagazione può essere riformulata in un modo molto significativo per gli sviluppi che ci interessano: per mezzo del campo elettromagnetico si costruiscono distribuzioni di energia, di quantità di moto e di momento angolare, portate dalle onde elettromagnetiche; poi si descrive la dinamica delle masse materiali come una conseguenza degli scambi tra energia, quantità di moto, momenti angolari meccanici con quelli di origine elettromagnetica, così che per il sistema complessivo meccanico ed elettromagnetico valgano le leggi di conservazione dell'energia, della quantità di moto e del momento angolare totali.

In questa rilettura, tra materia massiva *e* materia elettromagnetica *non c'è più alcuna sostanziale differenza: l'una e l'altra trasportano energia, quantità di moto e momento angolare. A questo punto l'idea che anche la materia elettromagnetica abbia una struttura a quanti appare del tutto naturale; sarebbe quasi una anomalia se essa venisse a mancare.*

Un'onda elettromagnetica differisce dalla materia massiva essenzialmente per una estrema e peculiare semplicità dei suoi quanti: quando questi sono assorbiti *da un rivelatore (lastra fotografica, fotomoltiplicatore) si* presentano *sempre come particelle neutre con massa nulla e dotate di momento angolare intrinseco; sono particelle essenzialmente relativistiche e quindi la loro cinematica è inconsueta: la loro velocità è invariabilmente quella della luce, indipendente dalla quantità di moto* $\mathbf{p}$, *che può essere un vettore qualunque, l'energia è* $E = c|\mathbf{p}|$. *Un pacchetto d'onda concentrato intorno a un'onda con vettore di propagazione* $\mathbf{K}$ *ha fotoni con quantità di moto concentrata intorno a* $\mathbf{p} = (h/2\pi)\mathbf{K}$, *dove* h *è la costante di Planck. Lo stato di polarizzazione dell'onda è collegato al momento angolare intrinseco dei suoi fotoni; la polarizzazione sempre trasversale dell'onda elettromagnetica implica che il momento angolare intrinseco dei fotoni sia diretto secondo* $\mathbf{p}$.

È ora possibile produrre impulsi ottici estremamente brevi, con una durata $\tau = \sim 10^{-14}$ *secondi, che investono quindi una regione piccola dello spazio di dimensioni lineari* $\Delta x = c\tau = 10^{-4}$ *centimetri; per la teoria delle onde, l'impulso deve presentare uno spettro di frequenze* $\nu = (|\mathbf{K}|c)/2\pi$, *di larghezza* $\Delta\nu \geq 1/\tau$; *in corrispondenza:* $\Delta|\mathbf{K}| = (2\pi/c)\Delta\nu \geq (2\pi)/(c\tau) \geq (2\pi)/(\Delta x)$ *e infine* $\Delta p \geq h/\Delta x$. *I fotoni associati all'onda (anche uno solo per impulsi molto deboli) presentano una dispersione statistica della posizione e della quantità di moto collegate dalla relazione di incertezza di Heisenberg* $\Delta p \Delta x \geq h$.

Questo tipico risultato di meccanica quantistica emerge, come si è visto, già dall'elettromagnetismo classico, riletto con riferimento ai fotoni; la fisica procede non rinnegando mai le teorie già acquisite, ma continuamente rivedendole e precisandole da nuovi punti di vista.

La materia elettromagnetica, proprio per la particolare semplicità dei suoi quanti, praticamente non interagenti tra loro, è una materia estremamente semplice, come è indicato dal fatto che una parte consistente della sua fisica è descritta in maniera adeguata dalle semplici equazioni di Maxwell, equazioni lineari nelle regioni prive di sorgenti: questa fisica è l'ottica. Essa è letteralmente davanti ai nostri occhi.

A questo punto abbiamo una sorpresa, forse sconvolgente: quando la materia elettromagnetica emessa da una sorgente viene separata in due porzioni, per esempio perché passa attraverso due fenditure, e poi viene ricombinata, si presenta, come è ben noto, il fenomeno della interferenza. Questo significa molto semplicemente che non è possibile distribuire i quanti della materia elettromagnetica in due sottoinsiemi, quelli appartenenti alla prima porzione di materia elettromagnetica passante attraverso la fenditura 1 e quelli appartenenti alla seconda, passante attraverso la fenditura 2.

Appare dunque molto difficile dire a parole che cosa siano i quanti; è invece semplice descriverli nel contesto di un adeguato linguaggio matematico. Il campo elettromagnetico classico è descritto da funzioni, soluzioni di una equazione delle onde, *che in ogni punto dello spazio, a ogni tempo assumono un* valore numerico. *L'elettromagnetismo che tiene conto della struttura a quanti è una teoria in cui i valori assunti dall'onda sono* operatori *in un opportuno spazio di Hilbert: questo strumento matematico consente di rappresentare trasformazioni estremamente raffinate del sistema fisico, consistenti nell'aggiungere o nel togliere al sistema anche un solo quanto. In prima approssimazione possiamo dire che le trasformazioni* grossolane *coinvolgenti moltissimi fotoni sono praticamente descritte dall'elettromagnetismo classico.*

Vedremo tra poco che cosa appare possibile dire dei quanti usando il linguaggio ordinario. Prima però va messo in evidenza un aspetto generale di grande importanza: la peculiarità della fisica dei quanti della materia elettromagnetica è rivelata in modo plateale dall'ottica fisica, ma riguarda anche tutti gli altri quanti; abbiamo già ricordato gli elettroni, i nuclei e le molecole; al crescere della massa dei quanti è solo più difficile mettere in evidenza il fenomeno dell'interferenza.

Il formalismo matematico che descrive la materia elettromagnetica, cioè un campo d'onda quantizzato, viene immediatamente esteso agli altri quanti; tipicamente la materia elettronica *è descritta dal campo di Dirac quantizzato. L'insieme immenso dei processi fisici caratterizzati dal fatto che durante gli stessi i nuclei si comportano come quanti stabili viene ridotto, a livello locale, a un solo tipo di interazione elementare, quella elettromagnetica tra campo elettromagnetico quantizzato, campo quantizzato associato agli elettroni, campo quantizzato associato a ogni tipo di nucleo. Tale interazione elementare produce un grande numero di quanti composti, gli atomi e le molecole. Si tratta di strutture legate, con energie di legame quantizzate, costituite da nuclei ed elettroni: si usa il termine di atomo in diversi stati eccitati per indicare i quanti che differiscono tra loro per le diverse energie di legame dei loro componenti; tra questi quanti avvengono transizioni con emissione o assorbimento di fotoni. Questo è un solo capitolo della fisica moderna noto come* elettrodinamica quantistica*; i contributi contenuti in questo quaderno si collocano in tale ambito.*

Sull'elettrodinamica quantistica è modellato anche un altro grande capitolo della fisica: il considerevole numero di nuclei di cui abbiamo parlato impone una visione unitaria di questi; vengono introdotti nuovi quanti più fondamentali, i quark, *e una interazione fondamentale tra loro; appare così un nuovo mondo di quanti, quello della fisica subnucleare; questo mondo qui verrà ignorato.*

Il linguaggio usuale proviene dalla nostra esperienza della fisica macroscopica e non è adatto a descrivere il mondo dei quanti; tuttavia, voglio ricordare alcune cose che si possono dire a proposito dei quanti. Essi esistono come piccole quantità di energia, quantità di moto, momento angolare del sistema cui appartengono; essi non *sono in generale* corpuscoli, *localizzati, che si muovano lungo una traiettoria e che possano essere distinti tra loro;* non *sono come i mattoni che costituiscono una casa. La* località, *basilare nella meccanica quantistica, riguarda l'interazione tra i campi quantizzati; è questa località che soddisfa l'esigenza di semplificare i processi fisici, l'esigenza che induce a cercare ciò che Lucrezio chiamava* primordia rerum. *Non sembra che il concetto di corpuscolo debba essere fondamentale. L'unità di un sistema fisico* non *si rompe spontaneamente a dare un insieme di atomi; un quanto composto è una unità* non separabile *in termini di quanti componenti.*

È invece vero che, se la struttura di un sistema viene osservata, se, cioè, dall'esterno del sistema la sua unità viene rotta da un procedimento di misura atto a mettere in evidenza un quanto, questo appare come un corpuscolo*: i quanti vengono* sempre *rivelati come corpuscoli, ma la loro rivelazione implica un processo di separazione dal sistema cui appartengono. Se un quanto è sottoposto a una osservazione continuata nel tempo, esso appare come un corpuscolo dotato di traiettoria. Questo aspetto è uno degli argomenti di ricerca teorica affrontati al Dipartimento di fisica dell'Università di Milano. È difficile dire come vive un quanto, ma quando esso muore assorbito da un rivelatore si può dire che è un corpuscolo.*

Lo sviluppo attuale delle tecniche sperimentali consente di osservare un singolo *quanto e di vederne il comportamento a* salti. *Un singolo ione può essere intrappolato da opportuni campi elettromagnetici in una regione limitata dello spazio (*Paul trap*). Si consideri uno ione che presenti due stati eccitati, uno instabile con energia di eccitazione* E_1, *l'altro più eccitato ma più stabile. Sullo ione agiscano due fasci laser; il primo porta fotoni che eccitano lo ione allo stato con energia* E_1*; quando esso decade spontaneamente allo stato fondamentale viene emesso un fotone di energia* E_1, *che è osservabile se la direzione di emissione è diversa da quella del fascio laser. In un intervallo di* 10^{-3} *secondi, il processo di eccitazione e di decadimento si ripete innumerevoli volte: i fotoni emessi possono essere visti, lo ione è un corpuscolo luminoso. Ma c'è anche il secondo fascio: un suo fotone, anche uno solo, può produrre un'ulteriore eccitazione allo stato più stabile; il rapido processo precedente si blocca, il corpuscolo si spegne. Lo stato è tuttavia instabile, decade secondo una legge statistica: il processo riprende, il corpuscolo brilla di nuovo. E così via. Dunque, si possono vedere i salti quantici di un quanto intrappolato.*

Mentre è acquisita la realtà di un quanto, isolato e osservato, mi sembra molto dubbio concepire in generale i diversi sistemi fisici macroscopici come aggregati di corpuscoli da collegare con la loro struttura quantistica; piuttosto, è forse più ragionevole vedere un sistema macroscopico, opportunamente separato dall'universo circostante, come se fosse un quanto nel contesto di una fisica a larga scala.

Ludovico Lanz

Milano, gennaio 1993

La realtà del mondo dei quanti

di Abner Shimony

L'esperienza sembra confermare la bizzarra esistenza di un mondo quantistico che sfugge al senso comune

Viviamo in un'epoca in cui la sperimentazione scientifica sta cominciando a fare luce su problemi teorici molto complessi. I risultati sono stati particolarmente rilevanti nel campo della meccanica quantistica. La teoria sulla quale si fonda questo settore della fisica ha ricevuto conferme sperimentali importanti fin dagli anni venti, dato che le sue previsioni riguardanti i fenomeni molecolari, atomici, nucleari, ottici, lo stato solido e le particelle elementari si sono rivelate precise. Eppure, malgrado questi indubbi successi, il carattere bizzarro e per nulla intuitivo della meccanica quantistica ha indotto diversi studiosi, fra i quali anche Einstein, a credere che la descrizione quantomeccanica dei sistemi fisici fosse incompleta e richiedesse quindi un'integrazione. Alcuni recenti esperimenti sembrano dimostrare l'infondatezza della loro opinione. I risultati sperimentali indicano infatti con la massima chiarezza che viviamo in uno strano mondo quantistico che sfugge alla comoda interpretazione del senso comune.

Ecco alcune delle nuove strane scoperte che dobbiamo iniziare ad accettare. Innanzitutto due entità poste a parecchi metri di distanza e prive di alcun mezzo per comunicare fra di loro possono mostrare sorprendenti correlazioni nel loro comportamento, tanto che una misurazione effettuata su una di esse pare influire istantaneamente sul risultato di una misurazione eseguita sull'altra. Questo fatto è inspiegabile dal punto di vista classico, ma è perfettamente coerente nell'ambito della meccanica quantistica. In secondo luogo un fotone, l'unità fondamentale della luce, può comportarsi sia come una particella, sia come un'onda e può rimanere in uno stato di ambiguità fino a che non si effettua su di esso una misurazione. Se viene misurata una proprietà tipica delle particelle, allora il fotone si comporta come una particella; se si misura invece una proprietà tipica di un'onda, allora il suo comportamento è quello di un'onda. Non è possibile specificare se il fotone abbia natura ondulatoria o corpuscolare prescindendo dal tipo di dispositivo sperimentale utilizzato. Infine, il concetto di indeterminazione non è più limitato al mondo atomico e subatomico. Si è scoperto infatti che, in determinate circostanze, anche un sistema macroscopico può trovarsi in uno stato nel quale una grandezza osservabile ha un valore indeterminato. Ciascuna di queste scoperte è in netto contrasto con il modo in cui percepiamo il mondo che ci circonda.

La comprensione di queste osservazioni sperimentali e delle loro implicazioni filosofiche richiede un minimo di familiarità con le idee fondamentali della meccanica quantistica. Assolutamente preliminare è il concetto di stato quantico o funzione d'onda. Lo stato quantico definisce tutte le grandezze che caratterizzano un sistema fisico, entro i limiti in cui ciò è possibile. Quest'ultima precisazione è essenziale poiché, secondo la meccanica quantistica, non tutte le grandezze relative a un dato sistema hanno valori definiti quando sono considerate simultaneamente. L'esempio più noto di questa affermazione è probabilmente dato dal principio di indeterminazione di Heisenberg, in base al quale è impossibile conoscere contemporaneamente la posizione e la quantità di moto di una particella.

Ciò che lo stato quantico indica in maniera univoca è la probabilità di ogni possibile risultato degli esperimenti eseguibili sul sistema considerato. Se la probabilità è uno, l'evento si verificherà con certezza, se invece la probabilità è zero, è certo che l'evento non si verificherà. Ma se la probabilità è data da un numero compreso fra zero e uno, allora non si può prevedere esattamente che cosa succederà. Tutto quello che si può dire è, relativamente alla media, quali saranno i risultati di una determinata osservazione ripetuta molte volte.

Si immagini, per esempio, di eseguire misurazioni su un fotone. Lo stato quantico del fotone è definito quando si conoscono tre grandezze: la direzione del movimento, la frequenza e la polarizzazione lineare, cioè la direzione del campo elettrico associato al fotone. Per misurare la polarizzazione si può utilizzare una particolare pellicola (polarizzatore) realizzata in modo da trasmettere tutta la luce che incide ad angolo retto su di essa quando la luce stessa è polarizzata linearmente nella direzione che coincide con quella dell'asse di trasmissione della pellicola. Tutta la luce polarizzata perpendicolarmente a tale asse viene viceversa bloccata.

Si possono effettuare vari esperimenti ruotando il polarizzatore in diversi modi. Se il fotone è polarizzato linearmente nella direzione dell'asse di trasmissione, la probabilità che venga trasmesso è uno. Se invece la polarizzazione lineare del fotone è perpendicolare all'asse di trasmissione, la probabilità che venga trasmesso è nulla. Una ulteriore implicazione della meccanica quantistica, che va oltre quanto detto fin qui, è che se il fotone è polarizzato linearmente secondo una direzione che forma un angolo compreso fra zero e 90 gradi con l'asse di trasmissione, la probabilità di trasmissione dei fotoni è un numero compreso fra zero e uno (più precisamente è il quadrato del coseno dell'angolo suddetto). Se la probabilità è, poniamo, 0,5, allora su 100 fotoni che hanno direzione di polarizzazione con angolo corrispondente a quella probabilità, ne passeranno in media 50.

Un altro concetto fondamentale della meccanica quantistica è il principio di sovrapposizione. Questo afferma che due stati quantici di un sistema possono produrne altri sovrapponendosi. Dal punto di vista fisico, l'operazione consiste nel formare un nuovo stato che «ricopra» entrambi gli stati originari. Il concetto può essere illustrato considerando due stati quantici di un fotone, nel primo dei

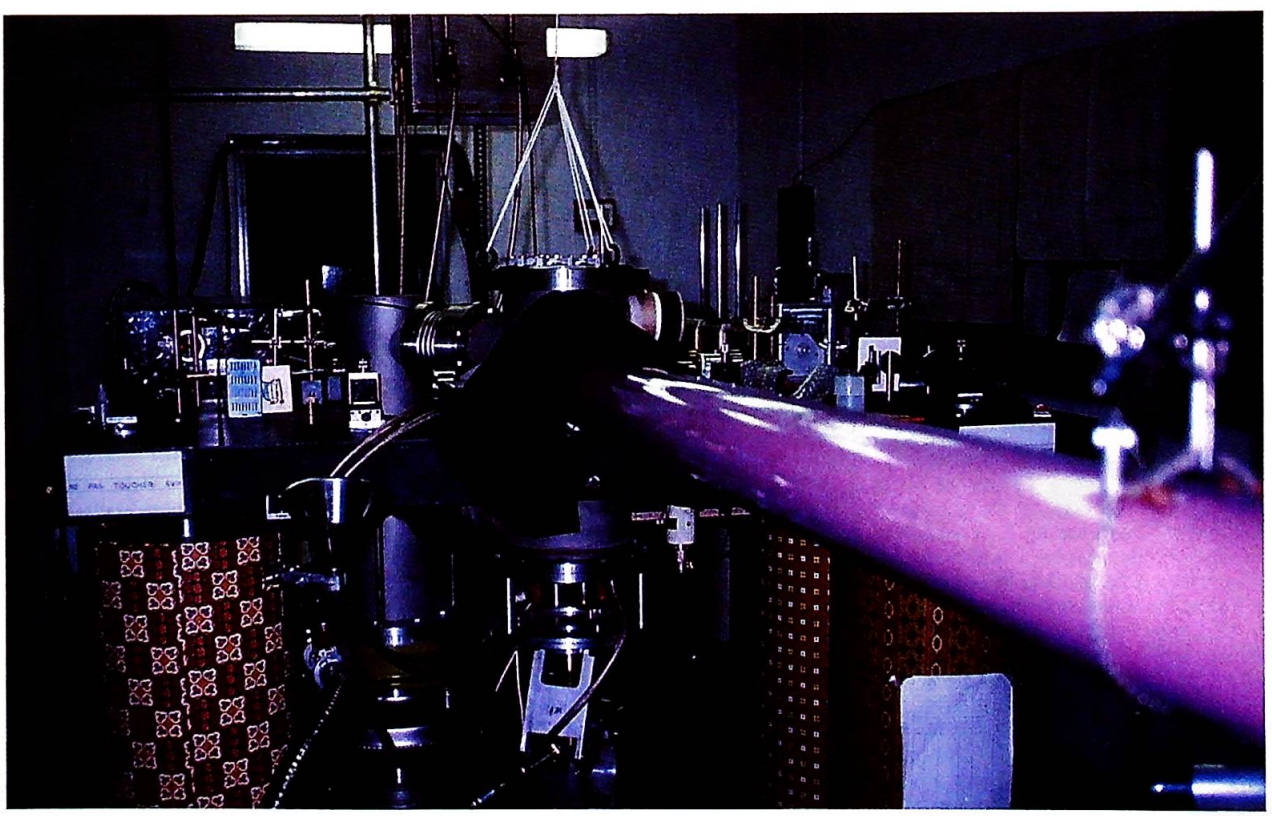
quali la direzione di polarizzazione è perpendicolare alla direzione di polarizzazione del secondo. Da questi due stati possono originarne altri, nei quali la direzione di polarizzazione forma un angolo minore di 90 gradi con le direzioni degli stati originari.

Dovrebbero essere sufficienti questi due concetti fondamentali - l'indeterminazione e il principio di sovrapposizione - per dimostrare quanto sia profondo il divario fra la meccanica quantistica e il senso comune. Se lo stato quantico di un sistema è una descrizione completa del sistema stesso, allora una grandezza che possieda un valore indefinito in quello stato quantico è oggettivamente indefinita e non «sconosciuta» per lo scienziato che cerchi di descrivere il sistema. Inoltre, dato che il risultato della misurazione di una grandezza oggettivamente indefinita non è determinato dallo stato quantico, che pure è latore di informazioni complete riguardanti il sistema, il risultato è strettamente dovuto a una casualità oggettiva e non semplicemente alla casualità intesa come non prevedibilità da parte dello scienziato. Infine, la probabilità di ogni possibile risultato della misurazione è una probabilità oggettiva. La fisica classica non si è mai trovata in contrasto con il senso comune in maniera tanto fondamentale.

La meccanica quantistica ha poi implicazioni ancora più sconcertanti quando descrive un sistema costituito da due parti correlate. Poniamo che due fotoni si allontanino in direzioni opposte. In un possibile stato quantico della coppia entrambi i fotoni sono polarizzati linearmente secondo un asse verticale. In un altro possibile stato sono entrambi polarizzati secondo un asse orizzontale. Non vi è nulla di particolarmente strano o sorprendente in entrambi questi stati di una coppia di fotoni, a parte le peculiarità appena ricordate degli stati dei singoli fotoni. Ma possono aversi strani effetti dovuti al principio di sovrapposizione.

In particolare, in base al principio di sovrapposizione, si può avere uno stato nel quale vi siano quantità uguali dello stato a polarizzazione orizzontale e di quello a polarizzazione verticale. Questo nuovo stato avrà in seguito un rilievo particolare e quindi lo chiameremo Ψ_0, dato che la lettera greca Ψ è usata comunemente per denotare gli stati quantici. Le proprietà di Ψ_0 sono veramente molto peculiari. Pensiamo, per esempio, di inserire sul cammino dei fotoni dei filtri polarizzatori con assi di trasmissione orientati verticalmente. Dato che Ψ_0 contiene in pari misura i due stati di polarizzazione, vi è una probabilità di 0,5 che entrambi i fotoni vengano bloccati. In altre parole, i risultati degli esperimenti sulla polarizzazione lineare sono strettamente correlati.

I risultati non cambiano se i polarizzatori sono orientati a 45 gradi rispetto all'asse orizzontale: o entrambi i fotoni vengono trasmessi o entrambi vengono bloccati. Semplicemente, non può accadere che un fotone venga trasmesso mentre l'altro viene bloccato. In effetti l'orientazione dei due polarizzatori non ha importanza, fino a che i loro due assi di trasmissione sono paralleli. I risultati degli esperimenti sulla polarizzazione lineare sono strettamente correlati per una famiglia infinita di esperimenti possibili dato che, naturalmente, con una coppia di fotoni si può eseguire un solo esperimento. In qualche modo il secondo fotone della coppia «sa» se deve attraversare o meno il suo polarizzatore per accordarsi con la trasmissione del primo, anche se i due fotoni sono lontani e nessuno dei due ha un sistema per informare l'altro del suo comportamento. In tale situazione, quindi, la meccanica quantistica sfida il concetto relativistico di località, in base al quale un evento non può avere effetti che si propaghino più rapidamente della luce e quindi, in particolare, non può avere effetti a distanza istantanei.



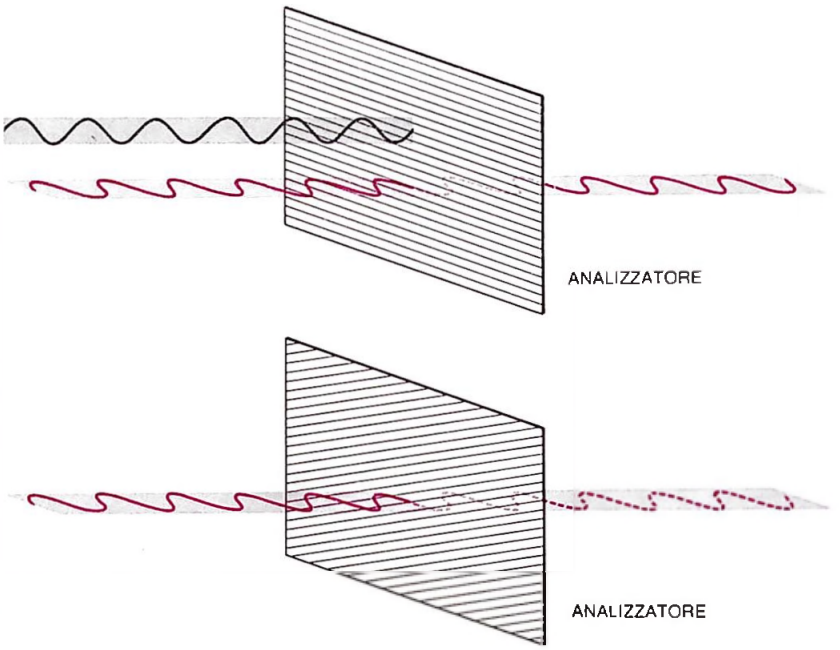
Le verifiche sperimentali stanno chiarendo problemi di meccanica quantistica un tempo confinati nell'ambito del dibattito filosofico. Nell'esperimento preparato da Alain Aspect e collaboratori all'Istituto di ottica dell'Università di Parigi, i laser posti ai due lati dell'immagine eccitano singoli atomi di calcio nella camera a vuoto (*al centro*). Gli atomi tornano allo stato fondamentale emettendo una coppia di fotoni. I fotoni si propagano in direzione opposta lungo un tubo di 6,5 metri e quelli che attraversano un filtro analizzatore di polarizzazione incidono su fotorivelatori. La meccanica quantistica prevede una correlazione fra le polarizzazioni dei due fotoni, in contraddizione con le teorie classiche. L'esperimento ha confermato le previsioni quantistiche.

Va sottolineato che tutte le conclusioni tratte fino a questo punto - indeterminazione oggettiva, casualità oggettiva, probabilità oggettiva e non località - derivano in maniera essenziale dalla premessa che lo stato quantico costituisce una descrizione completa di un sistema. Ma diversi teorici sono rimasti fermi nell'opinione secondo la quale lo stato quantico si limiterebbe a descrivere un insieme di sistemi predisposti in maniera uniforme, cosa che spiega come mai si possano fare previsioni accurate sulla statistica dei risultati di un esperimento condotto su tutti gli appartenenti a tale insieme. In base a questa posizione, i singoli sistemi appartenenti all'insieme differiscono l'uno dall'altro in modi non considerati dallo stato quantico e questo è il motivo per il quale i risultati degli esperimenti differiscono l'uno dall'altro. Le proprietà dei singoli sistemi non specificate dallo stato quantico sono dette variabili nascoste.

Se i sostenitori della teoria delle variabili nascoste hanno ragione, non esiste indeterminazione oggettiva. Vi è solo mancanza di conoscenza dei valori delle variabili nascoste che caratterizzano un dato sistema. Inoltre non esistono né casualità oggettiva, né probabilità oggettiva e, cosa ancora più importante, le correlazioni fra sistemi ben distinti non sono più sorprendenti della concordanza fra due giornali stampati con la medesima rotativa e spediti a due indirizzi diversi.

Nel 1964 John S. Bell del Laboratorio europeo per la fisica delle particelle del CERN ha dimostrato che le previsioni dei modelli locali a variabili nascoste (detti anche modelli realistici locali) sono incompatibili con quelle della meccanica quantistica. Lo studio di alcuni modelli proposti da David Bohm del Birkbeck College di Londra e da Louis de Broglie ha portato Bell a provare un importante teorema secondo il quale nessun modello che sia locale, in un senso ben preciso, può concordare con tutte le previsioni statistiche della meccanica quantistica. In altre parole, esistono situazioni fisiche nelle quali le previsioni della meccanica quantistica sono in disaccordo con quelle di qualsiasi modello locale a variabili nascoste.

Si può afferrare almeno in parte il significato del teorema di Bell tornando a considerare lo stato quantico Ψ_0. Come notato in precedenza, i risultati degli esperimenti di polarizzazione lineare effettuati su una coppia di fotoni in tale stato devono essere strettamente correlati quando l'angolo fra gli assi di trasmissione dei due polarizzatori è nullo (come accade quando entrambi gli assi sono verticali). Non deve quindi risultare sorprendente il fatto che per lo stato Ψ_0 vi è sempre almeno una correlazione parziale fra i risultati, indipendentemente dall'angolo fra gli assi di trasmissione. Più precisamente, se uno dei fotoni è trasmesso dal polarizzatore, la probabilità che l'altro fotone sia trasmesso dal secondo polarizzatore è pari al quadrato del coseno dell'angolo fra i due assi di trasmissione.



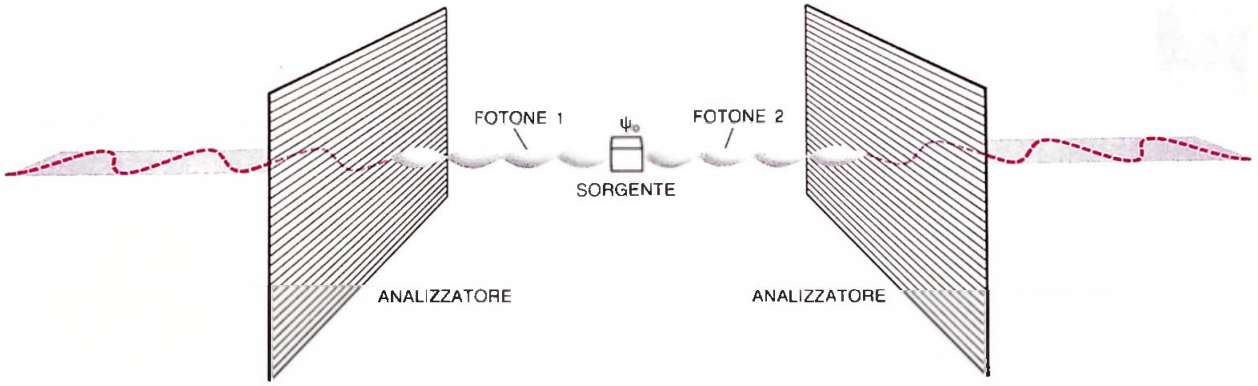
L'indeterminazione di un sistema quantistico nel caso di un fotone. Una pellicola polarizzatrice (analizzatore) trasmette tutta la luce che incide perpendicolarmente se questa è polarizzata linearmente lungo una certa direzione, l'asse di treasmissione, della pellicola (*tratteggio*). La polarizzazione del fotone è rappresentato in alto dalla curva in colore. Se il fotone è polarizzato lungo una direzione inclinata rispetto all'asse di trasmissione (*in basso*), non si sa se il fotone verrà o meno trasmesso in quanto la probabilità di trasmissione è fra 0 e 1 (il quadrato del coseno dell'angolo di inclinazione).

Un modello a variabili nascoste che concordi con le previsioni statistiche della meccanica quantistica deve quindi assegnare a ogni coppia di fotoni grandezze che assicurino una correlazione stretta o parziale per ogni angolo fra gli assi dei polarizzatori. Ma la condizione di località richiede che le grandezze assegnate a ogni fotone della coppia siano indipendenti dall'orientazione del polarizzatore sul quale incide il secondo fotone e dal fatto che il primo dei due fotoni venga trasmesso o meno. È appunto questa condizione di località che rende impossibile la delicata messa a punto del modello, necessaria per riprodurre tutte le correlazioni, strette e parziali, implicate da Ψ_0.

Il teorema di Bell ha dimostrato che, in linea di principio, è possibile determinare sperimentalmente la correttezza della meccanica quantistica oppure del modello locale a variabili nascoste. Tale possibilità era importante perché, malgrado la grande mole di prove sperimentali che confermavano l'ipotesi della meccanica quantistica, negli anni in cui Bell provava il suo teorema i punti fondamentali di contrasto con il senso comune non avevano ancora avuto una conferma sperimentale.

Nel 1969 John F. Clauser, allora alla Columbia University, Michael A. Horne dell'Università di Boston, Richard A. Holt, allora alla Harvard University e io proponemmo un sistema per effettuare l'esperimento necessario. Eccitando atomi in maniera appropriata si dovevano ottenere coppie di fotoni con polarizzazioni lineari correlate. Gli atomi sarebbero poi tornati allo stato fondamentale emettendo due fotoni. Per mezzo di filtri e lenti si faceva quindi in modo che i due fotoni emessi in direzioni opposte andassero entrambi a incidere su un polarizzatore. Cambiando l'orientazione di entrambi i polarizzatori e registrando il numero delle coppie di fotoni trasmesse con ognuna delle quattro possibili combinazioni di orientazioni dei due polarizzatori, si sarebbero potute determinare le correlazioni delle trasmissioni dei fotoni di una coppia.

Abbiamo pensato che fosse meglio usare come filtri polarizzatori (analizzatori) cristalli di calcite o pile di lastrine di vetro, perché sono molto più efficienti di altri tipi di pellicole polarizzatrici nel bloccare i fotoni polarizzati perpendicolarmente al loro asse di trasmissione. Fotorivelatori posti dietro agli analizzatori potevano rilevare una frazione ben definita dei fotoni che riuscivano a passare attraverso i filtri. Se due fotoni venivano registrati dai due fotorivelatori entro un intervallo di tempo di 20 nanosecondi (miliardesimi di secondo), la probabilità che entrambi fossero stati emessi dal medesimo atomo sarebbe stata decisamente elevata. Dato che le lenti raccoglievano fotoni provenienti da direzioni leggermente diverse, lo stato quantico dei fotoni rilevati non sarebbe stato esattamente lo stato Ψ_0 del quale abbiamo parlato, bensì uno stato modificato Ψ_1, che peraltro dà pure luogo a correlazioni che



Le polarizzazioni di due fotoni sono correlate quando questi si trovano in uno stato detto Ψ_0. Questo è prodotto dalla sovrapposizione dello stato in cui entrambi i fotoni sono polarizzati linearmente in direzione verticale oppure in direzione orizzontale. Inserendo filtri polarizzatori con asse di trasmissione orizzontale, dato che Ψ_0 contiene i due stati in ugual misura, vi è una probabilità del 50 per cento che entrambi i fotoni siano trasmessi attraverso i rispettivi polarizzatori e del 50 per cento che siano entrambi bloccati. Non può accadere che un fotone sia trasmesso e l'altro bloccato: i risultati degli esperimenti di polarizzazione lineare sono strettamente correlati. Di fatto non importa l'orientazione dei due filtri purché i loro assi di trasmissione coincidano. In qualche modo il secondo fotone della coppia «capisce» se può attraversare il proprio filtro polarizzatore, in accordo con il passaggio o meno del primo, anche se i due fotoni sono separati.

non possono essere descritte da alcun modello locale a variabili nascoste.

L'esperimento è stato realizzato nel 1972 da Stuart J. Freedman e Clauser all'Università della California a Berkeley, ripetuto nel 1975 da Edward S. Fry e Randall C. Thompson alla Texas A. & M. University e successivamente anche da altri gruppi. La maggior parte dei risultati sperimentali concorda con le previsioni di correlazione della meccanica quantistica e non con i modelli a variabili nascoste. Inoltre la correttezza degli esperimenti discordanti è sospetta a causa di alcune imprecisioni nella loro progettazione.

Però, fino a poco tempo addietro, tutti questi esperimenti erano affetti da un vizio di partenza che consentiva ai difensori più accaniti dei modelli a variabili nascoste di mantenere le loro speranze: gli analizzatori di polarizzazione rimanevano in una determinata orientazione per circa un minuto, tempo più che sufficiente per lo scambio di informazioni fra di essi tramite qualche meccanismo sconosciuto. Si poteva quindi ritenere che la teoria speciale della relatività non implicasse la validità della condizione di località di Bell nelle condizioni in cui veniva effettuato l'esperimento. Questo non costituiva pertanto una verifica decisiva per la scelta fra meccanica quantistica e modelli locali a variabili nascoste.

Per eliminare questo vizio di partenza, Alain Aspect, Jean Dalibard e Gérard Roger, dell'Istituto di ottica dell'Università di Parigi, realizzarono un esperimento spettacolare, nel quale la scelta fra le orientazioni degli analizzatori veniva effettuata tramite commutatori ottici che agivano mentre i fotoni percorrevano la loro traiettoria. Nell'esperimento, che ha richiesto otto anni di lavoro ed è stato completato solo nel 1982, i commutatori sono costituiti da una piccola cuvetta piena d'acqua nella quale, per mezzo di ultrasuoni, vengono prodotte periodicamente onde stazionarie. Queste onde fungono da reticolo di diffrazione, che può deflettere con grande efficienza un fotone incidente. In presenza di onde stazionarie il fotone viene deflesso verso un analizzatore con asse di trasmissione orientato in un senso. In assenza di onde il fotone prosegue il suo cammino in linea retta verso un analizzatore orientato nell'altro senso.

Il tempo di commutazione fra i due analizzatori è di circa 10 nanosecondi. I generatori che azionano i due commutatori operano indipendentemente anche se la commutazione è periodica e non casuale (il che impedisce di acquisire come prova definitiva l'esperimento). La distanza fra gli analizzatori è di 13 metri, dimodoché un segnale che si propaghi con la velocità della luce (la massima velocità ammessa dalla teoria speciale della relatività) impiega circa 40 nanosecondi per andare dall'uno all'altro. Ne segue che la scelta dell'orientazione per il primo analizzatore di polarizzazione non dovrebbe influenzare la trasmissione del secondo fotone attraverso il secondo analizzatore e viceversa. Il dispositivo sperimentale dovrebbe quindi soddisfare la condizione di località di Bell. Ne deriva che, secondo il teorema di Bell, dovrebbe verificarsi una violazione delle correlazioni fra le osservazioni sperimentali previste dalla meccanica quantistica.

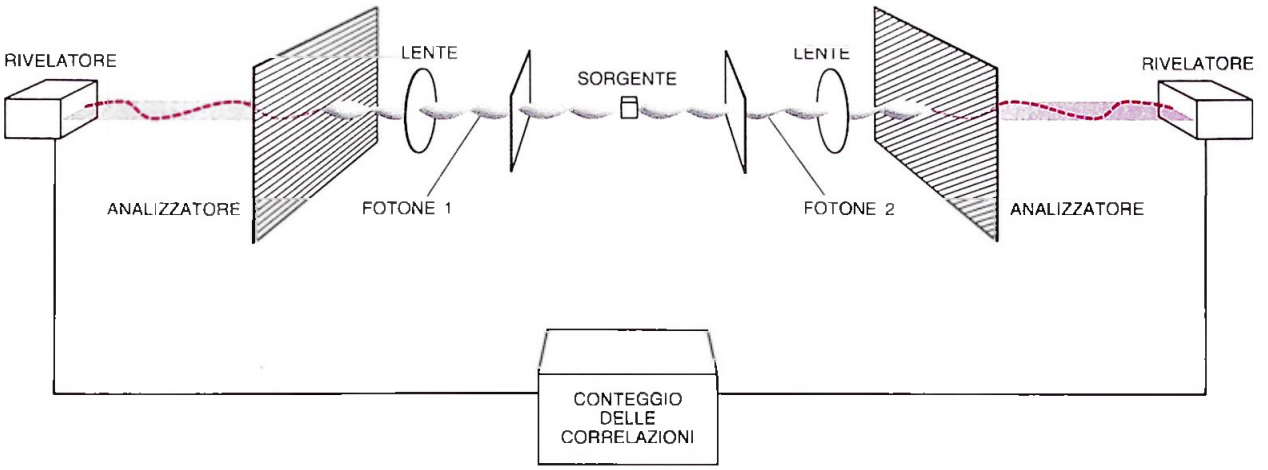
In effetti, l'esperimento ha prodotto un risultato del tutto contrario. I dati riguardanti le correlazioni si accordano entro l'errore sperimentale con le previsioni della meccanica quantistica, calcolate sulla base dello stato quantico Ψ_1. Inoltre i risultati si scostano di più di cinque volte la deviazione standard dai limiti estremi ammessi per il teorema di Bell da tutti i modelli a variabili nascoste.

Anche se l'esperimento di Aspect e collaboratori non è del tutto conclusivo, i più ritengono che le prospettive di capovolgerne i risultati con ulteriori esperimenti siano estremamente ridotte. Sembra inverosimile che la famiglia dei modelli locali a variabili nascoste possa essere salvata. Le strane proprietà del mondo quantistico - indeterminazione oggettiva, casualità oggettiva, probabilità oggettiva e non località - appaiono profondamente radicate nelle teorie della fisica.

Una delle proprietà più strane del mondo dei quanti è la non località. Il fatto che, in determinate circostanze, una misurazione effettuata su un fotone influenzi istantaneamente il risultato di una misurazione effettuata su un altro fotone può essere descritto affermando che è possibile inviare un segnale a velocità superiore a quella della luce? Fortunatamente per la teoria speciale della relatività, la risposta a tale domanda è negativa. Questo caposaldo della teoria rimane fermo.

Si può spiegare questo fatto con una breve argomentazione. Poniamo che due persone vogliano comunicare usando un apparecchio simile a quello usato per verificare i modelli locali a variabili nascoste. Tra i due osservatori una sorgente emette coppie di fotoni correlati. Ciascuno degli osservatori è dotato di un analizzatore di polarizzazione e di un fotorivelatore ed è libero di orientare a piacere l'asse di trasmissione del proprio analizzatore.

Poniamo che gli osservatori si mettano d'accordo per allineare verticalmente gli assi di trasmissione. Allora, ogni volta che viene emessa una coppia di fotoni, si noterà una stretta correlazione in quello che accade. O entrambi i fotoni attraversano gli analizzatori oppure entrambi vengono bloccati. Ma questa correlazione non ha alcun valore per ognuno dei due osservatori presi separatamente. Il primo noterà che, in media, per metà del



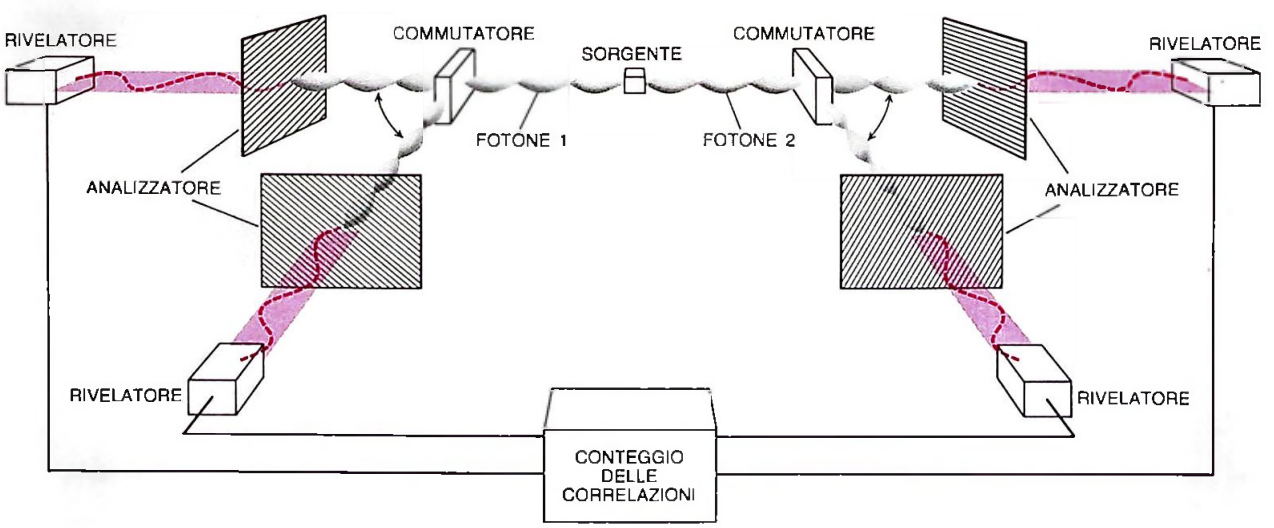
Negli studi sulle correlazioni fra i componenti di una coppia di fotoni, le coppie erano emesse in transizioni energetiche di atomi di calcio o di mercurio e i fotoni diretti in senso opposto incidevano sugli analizzatori di polarizzazione. La meccanica quantistica prevede l'esistenza di correlazioni nel passaggio dei fotoni attraverso gli analizzatori anche se i fotoni non possono comunicare. Gli esperimenti hanno confermato tali previsioni, ma avevano un inconveniente: l'orientazione degli analizzatori era stabilita prima dell'emissione dei fotoni. Era quindi possibile qualche scambio di informazioni fra gli analizzatori.

tempo i fotoni attraversano il suo analizzatore e per metà del tempo vengono arrestati. Il secondo farà la medesima osservazione con il suo analizzatore. In altri termini ognuno dei due, preso isolatamente, osserva solo una distribuzione casuale di trasmissione.

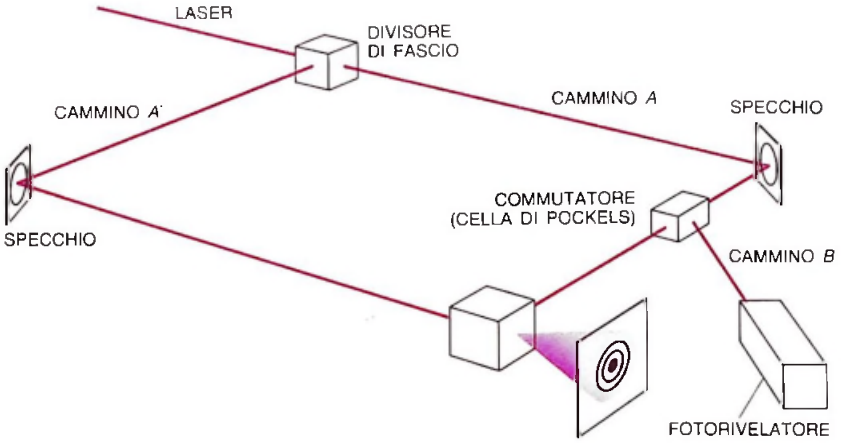
Immaginiamo ora che il primo osservatore cerchi di codificare un messaggio e di inviarlo al compagno, cambiando l'orientazione del suo analizzatore. A seconda di quest'ultima, la correlazione fra gli eventi registrati dai due fotorivelatori sarà stretta o parziale. Ma, ancora una volta, entrambi gli osservatori troveranno che, mediamente, per metà del tempo i fotoni attraversano il loro analizzatore, mentre sono bloccati per l'altra metà. In generale entrambi gli osservatori, presi isolatamente, vedranno solo una sequenza casuale (e statisticamente identica) di eventi, indipendentemente dall'orientazione degli analizzatori. Le correlazioni quantistiche fra i due fotoni possono essere scoperte solo confrontando i dati accumulati dai due rivelatori. Quindi il tentativo di utilizzare queste correlazioni per spedire messaggi a velocità superiore a quella della luce non può avere successo.

A questo proposito vi è una coesistenza pacifica fra la meccanica quantistica e la teoria della relatività, malgrado la non località della prima. Per questo motivo, sarebbe fuorviante e sbagliato affermare che per la meccanica quantistica la non località è un ritorno all'azione a distanza, come nella teoria prerelativistica della gravitazione di Newton. Può venire la tentazione di definire la non località della meccanica quantistica come un «amore a distanza», non con la pretesa di fornire una spiegazione alle strane correlazioni osservate, ma solo allo scopo di sottolineare che tali correlazioni non possono venire utilizzate per esercitare un controllo deliberato più rapidamente di quanto possa essere fatto inviando un segnale luminoso.

La bizzarria del mondo dei quanti è messa in evidenza anche da un'altra osservazione, nota come esperimento «a scelta ritardata», proposto nel 1978 da

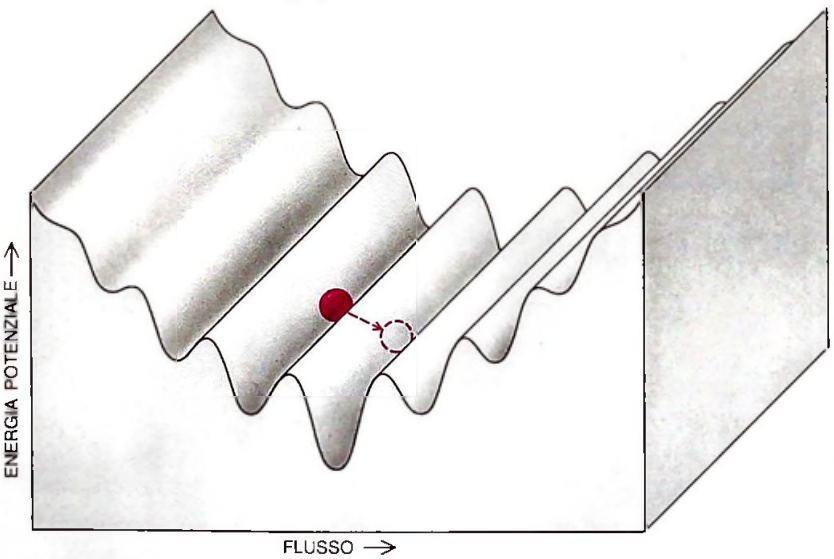


La novità dell'esperienza condotta da Alain Aspect e collaboratori nel 1982 è costituita dalla commutazione rapida fra le orientazioni degli analizzatori di polarizzazione, durante il «volo» dei fotoni. A seconda dello stato di un commutatore, i due fotoni venivano deflessi verso analizzatori orientati in modo diverso. Il tempo impiegato dalla luce per percorrere la distanza fra gli analizzatori era maggiore di quello necessario per la commutazione, sicché la scelta dell'orientazione di ogni analizzatore non poteva influenzare l'osservazione effettuata con l'altro. Sfortunatamente l'esperimento non è definitivo perché la commutazione era periodica anziché casuale. Esso ha comunque confermato le previsioni della meccanica quantistica.



Nell'esperimento a scelta ritardata un fotone incide su un divisore di fascio. Ci si può chiedere se il fotone verrà trasmesso o riflesso dal divisore, prendendo un cammino ben definito e quindi mostrando proprietà corpuscolari oppure se verrà sia trasmesso sia riflesso, così da interferire con se stesso mostrando proprietà ondulatorie. Per rispondere si inserisce un commutatore in uno dei cammini che il fotone può prendere dopo l'interazione col divisore (*cammino A*). Se il commutatore è in funzione, la luce è deflessa in un rivelatore (*cammino B*) indicando il cammino preso dal fotone e confermandone le proprietà corpuscolari; se non lo è, il fotone può interferire con se stesso (*A e A'*) formando una figura di interferenza che ne dimostra le proprietà ondulatorie. Di fatto il fotone si comporta come un'onda quando se ne studiano le proprietà ondulatorie e come una particella quando se ne indagano le proprietà corpuscolari. Poiché il commutatore è azionato dopo l'interazione fra divisore di fascio e fotone, quest'ultimo non può essere stato «informato» sul comportamento da tenere in seguito.

John Archibald Wheeler, allora alla Princeton University. Il dispositivo fondamentale è costituito da un interferometro, nel quale un fascio di luce può essere scisso e ricombinato. Un impulso di luce proveniente da un laser viene inviato a un divisore di fascio, orientato in modo che metà della luce lo attraversi, mentre l'altra metà venga deviata ad angolo retto rispetto alla direzione di incidenza. Se i due raggi così formati vengono ricombinati, si osserva una figura di interferenza che dimostra le proprietà ondulatorie della luce.



Per ogni valore del flusso l'anello superconduttore dell'illustrazione precedente ha associata un'energia potenziale. Normalmente non ci si attenderebbe che il flusso che attraversa l'anello cambi spontaneamente il suo valore. Infatti una barriera di energia potenziale separa l'uno dall'altro i valori di flusso adiacenti. Le barriere possono essere rappresentate da rilievi e lo stato del sistema da una biglia entro un avvallamento fra i rilievi. In fisica classica una transizione fra due valori separati da una barriera (qui: far scavalcare un rilievo alla biglia) richiede un dispendio energetico. Ma la barriera può anche essere attraversata senza spesa di energia per «effetto tunnel». L'effetto è essenzialmente una manifestazione dell'indeterminazione del valore del flusso.

Poniamo ora di attenuare tanto fortemente l'intensità dell'impulso di luce del laser da fare in modo che all'interno dell'interferometro venga a trovarsi un solo fotone alla volta. A questo punto possiamo porci due diverse domande a proposito di questo fotone: prende una direzione ben definita, venendo trasmesso o riflesso dal divisore di fascio e mostrando quindi le proprietà tipiche di una particella, oppure accade che venga, in un certo senso, contemporaneamente trasmesso e riflesso, andando poi a interferire con se stesso e mostrando quindi proprietà e caratteristiche che sono tipicamente ondulatorie?

Una risposta è stata proposta recentemente da Carroll O. Alley, Oleg G. Jakubowicz e William C. Wickes, dell'Università del Maryland a College Park, e, indipendentemente, da T. Hellmuth, H. Walther e Arthur G. Zajonc dell'Università di Monaco di Baviera. Entrambi i gruppi hanno dimostrato che il fotone si comporta come una particella quando si misurano proprietà tipiche delle particelle, mentre si comporta come un'onda quando si misurano proprietà tipicamente ondulatorie. La novità importante in tale risultato è che l'esperienza è stata condotta in modo che la scelta riguardo all'esecuzione di un determinato tipo di misurazioni è stata compiuta dopo che il fotone aveva interagito con il divisore di fascio. Esso non poteva quindi, al momento cruciale dell'interazione, aver ricevuto alcuna «informazione» su quello che ci si attendeva dovesse fare in seguito, vale a dire prendere una via ben definita, come una particella, o propagarsi lungo due cammini diversi, come un'onda.

La lunghezza di entrambi i cammini nell'interferometro era di circa 4,3 metri e quindi il tempo di percorrenza era all'incirca di 14,5 nanosecondi. Naturalmente questo è un tempo troppo breve per una commutazione meccanica fra due diversi tipi di misura. La cosa è stata resa possibile da un sistema di commutazione chiamato cella di Pockels che può agire in nove nanosecondi e anche meno. La cella di Pockels contiene un cristallo che diviene birifrangente quando è sottoposto a una differenza di potenziale elettrico: la luce polarizzata nella direzione di un asse del cristallo si propaga a una velocità diversa, e pertanto in una direzione diversa, da quella della luce polarizzata in direzione perpendicolare. Con una scelta opportuna della differenza di potenziale applicata e della geometria della cella, la luce che vi incide polarizzata in una direzione ne emerge polarizzata nella direzione perpendicolare. La cella di Pockels è stata inserita in uno dei due cammini che possono venire percorsi dal fotone dopo che quest'ultimo ha interagito con il divisore di fascio.

Un altro elemento essenziale per la commutazione fra le misurazioni delle proprietà ondulatorie o corpuscolari dei fotoni è dato da una pellicola

polarizzatrice. La luce che emerge dalla cella di Pockels incide su di essa; l'asse di trasmissione della pellicola va disposto in modo che la luce incidente venga riflessa verso un fotorivelatore quando la cella è accesa, rispondendo quindi alla questione della scelta di cammino e confermando le proprietà corpuscolari del fotone. Quando invece la cella è spenta, la polarizzazione della luce emergente è tale che il polarizzatore la trasmette, consentendo che essa si ricombini con quella che ha seguito il secondo cammino. L'interferenza conferma allora la natura ondulatoria del fotone.

Entrambi i gruppi di ricercatori hanno ottenuto risultati in accordo eccellente con la meccanica quantistica. Il loro lavoro dimostra che la scelta fra le due possibilità può essere effettuata dopo che un singolo fotone ha interagito con il divisore di fascio di un interferometro.

Ma come vanno interpretati i risultati dell'esperimento? Vale la pena, innanzitutto, di contraddire un'interpretazione stravagante proposta in qualche occasione, secondo la quale la meccanica quantistica consentirebbe una sorta di «ritorno al passato». La meccanica quantistica non produce avvenimenti che non siano già accaduti prima. In particolare, nell'esperimento a scelta ritardata la meccanica quantistica non fa sì che il fotone prenda, al tempo zero, un cammino ben definito se 12 nanosecondi dopo viene accesa la cella di Pockels né gli consente di prendere entrambi i cammini, comportandosi come un'onda, se questa viene spenta.

Un'interpretazione più naturale consiste nell'affermare che lo stato oggettivo del fotone entro l'interferometro lascia indeterminate molte sue proprietà. Se lo stato quantico descrive completamente il fotone, allora tale conclusione non è sorprendente, dato che in ogni stato quantico esistono grandezze indefinite. Ma tale conclusione solleva un'ulteriore domanda: come e quando una proprietà indefinita diviene definita? La risposta di Wheeler è che «nessun fenomeno quantistico elementare è un fenomeno fino a quando non diviene un fenomeno osservato». In altre parole la transizione fra indefinito e definito non è completa fino a quando non avviene un «atto irreversibile di amplificazione» come, per esempio, l'annerimento di un granulo di emulsione fotografica. Gli studiosi dei fondamenti della meccanica quantistica sono però in disaccordo sull'adeguatezza della risposta di Wheeler. L'esperimento che descriveremo spiega perché la questione resta aperta.

Nel 1935 Erwin Schrödinger propose un famoso esperimento concettuale. Un fotone incide su uno specchio semitrasparente. Esso ha probabilità 0,5 di attraversare lo specchio e altrettanta di venirne riflesso. Se il fotone attraversa lo specchio viene rilevato e il rilevamento mette in moto un meccanismo che rompe una fiala di cianuro che, a sua volta, uccide un gatto chiuso in una scatola. Non si può sapere se il gatto è vivo o morto fino a quando si apre la scatola.

Non vi sarebbe nulla di paradossale in questa situazione se il passaggio del fotone attraverso lo specchio fosse oggettivamente definito ma semplicemente sconosciuto prima dell'osservazione. Il passaggio del fotone è invece oggettivamente indefinito e quindi anche la rottura della fiala così come lo stato di salute del gatto. In altri termini il gatto è sospeso fra la vita e la morte fino a quando non viene osservato. La conclusione è paradossale, ma almeno riguarda solo il risultato di un esperimento concettuale.

Ma oggi è più difficile respingere la natura paradossale della conclusione perché qualche cosa di simile all'esperimento concettuale di Schrödinger è stato realizzato da alcuni gruppi di ricercatori, fra i quali Richard F. Voss e Richard A. Webb del Thomas J. Watson Research Center dell'IBM a Yorktown Heights, Lawrence D. Jackel degli AT&T Bell Laboratories, Michael H. Devoret di Berkeley e Daniel B. Schwartz della State University of New York a Stony Brook. Il loro lavoro si è basato in parte su calcoli eseguiti, fra gli altri, da Anthony J. Leggett dell'Università dell'Illinois a Urbana-Champaign e da Sudip Chakravarty a Stony Brook.

Il dispositivo sperimentale è costituito da un anello quasi chiuso di materiale superconduttore. L'anello è interrotto da uno straterello sottile di materiale isolante (chiamato giunzione Josephson), ma la corrente può circolare lungo l'anello, per «effetto tunnel», attraversando l'isolante. Questa corrente produce un campo magnetico indotto.

La grandezza che ci interessa è il flusso del campo magnetico attraverso l'anello; essa è data, quando il campo è uniforme, dal prodotto dell'area racchiusa dall'anello per la componente del campo magnetico perpendicolare al piano dell'anello. Se l'anello fosse completo, il flusso ne sarebbe intrappolato dentro, ma la presenza dell'isolante lo fa saltare da un valore all'altro. I moderni magnetometri permettono di misurare il flusso con la massima precisione. Il fatto che il flusso sia dovuto al movimento di un numero enorme di elettroni (dell'ordine di 10^{23}) entro l'anello superconduttore consente di parlarne come di una grandezza macroscopica. Abbiamo ora una buona prova sperimentale del fatto che possono esservi stati dell'anello superconduttore nei quali il flusso non possiede un valore definito, una caratteristica quantomeccanica che in precedenza era stata stabilita solo per grandezze osservabili di sistemi microscopici.

Per comprendere come sia possibile dimostrare sperimentalmente tale indeterminazione, è necessario sapere che a ogni valore del flusso è associata un'energia potenziale dell'anello. Normalmente non ci si attenderebbe che il flusso attraverso l'anello cambi spontaneamente da un valore all'altro, perché valori adiacenti del flusso sono separati da barriere di energia potenziale. La fisica classica proibisce la transizione fra due valori di flusso, a meno che non venga fornita dall'esterno energia, tipicamente termica, che consenta di scavalcare la barriera tra di essi. Ma la meccanica quantistica consente un attraversamento della barriera per «effetto tunnel» senza sorgenti esterne di energia. I gruppi di ricercatori citati sopra hanno dimostrato che il flusso assume effettivamente due valori e che il cambiamento non può essere spiegato interamente con un trasporto di energia termica. La transizione osservata deve quindi avere, almeno in parte, origini quantomeccaniche, in particolare a temperature molto basse. Ma l'effetto tunnel quantomeccanico si basa essenzialmente sull'indeterminazione del flusso, che quindi non può essere definito o anche approssimato all'uno o all'altro valore.

La dimostrazione sperimentale dell'indeterminazione quantistica di una variabile macroscopica non contraddice *ipso facto* l'affermazione di Wheeler citata in precedenza, ma evidenzia il fenomeno che l'amplificazione da un livello microscopico a uno macroscopico non «esorcizza» di per sé l'indeterminazione quantistica. Nella frase di Wheeler «atto irreversibile di amplificazione» l'enfasi va posta sulla parola «irreversibile». Nella fisica teorica attuale le condizioni che determinano l'irreversibilità di un processo sono tutt'altro che stabilite univocamente. Alcuni studiosi del problema, fra i quali lo scrivente, ritengono che debbano essere scoperti nuovi principi



Talora anche un sistema macroscopico può trovarsi in uno stato in cui una sua variabile ha un valore indeterminato. Il sistema qui mostrato è un anello superconduttore non completamente chiuso. Uno strato sottile di materiale isolante separa le due estremità dell'anello e una corrente elettrica può percorrere il circuito passando attraverso l'isolante per effetto tunnel. La corrente produce un campo magnetico indotto. Se l'anello fosse continuo, il flusso magnetico che lo attraversa (la superficie racchiusa dall'anello moltiplicata per la componente del campo a essa perpendicolare) avrebbe un valore fisso, ma la presenza dell'isolante gli consente di saltare da un valore all'altro. Sorprendentemente il flusso non ha quindi un valore definito.

della fisica prima che si possa comprendere il particolare tipo di irreversibilità che entra in gioco quando una grandezza indefinita diviene definita nel corso della sua misurazione.

La bizzarria del mondo quantistico continua a essere oggetto d'indagine. Altri esperimenti sono stati compiuti recentemente e sono tuttora in corso. È opportuno almeno ricordare due classi di tali esperimenti, malgrado non vi sia spazio per discuterli in dettaglio. Negli esperimenti con l'interferometro a neutroni di Helmut Rauch e Anton Zeilinger dell'Istituto di fisica atomica delle Università austriache, di Samuel A. Werner dell'Università del Missouri a Columbia e di Clifford G. Shull del Massachusetts Institute of Technology, la funzione d'onda di un neutrone viene scomposta mediante una lastrina di cristallo e ricombinata per mezzo di una o due altre lastrine. Gli effetti di interferenza osservati nella ricombinazione mostrano alcune proprietà notevoli, ivi compresa l'indeterminazione del cammino percorso dal neutrone all'interno dell'interferometro.

Infine, R. G. Chambers, dell'Università di Bristol, G. Möllenstedt, dell'Università di Tübingen, e Akira Tonomura, della Hitachi Ltd. hanno confermato mediante interferometria con elettroni il notevole effetto Aharonov-Bohm nel quale un elettrone «sente» la presenza di un campo magnetico in un punto nel quale la probabilità di trovare un elettrone è nulla. Questa è una dimostrazione impressionante dell'esistenza di un tipo di non località diverso, anche se collegato alla lontana, con la non località mostrata da coppie di fotoni correlati. La comprensione della relazione fra i due tipi di non località come di parecchi altri problemi sollevati da esperimenti fatti per studiare la natura della realtà quantistica certamente richiederà ancora parecchio lavoro teorico e sperimentale.

(Da «Le Scienze» n. 235, marzo 1988.)

ABNER SHIMONY, *già docente al MIT, all'Università di Orsay, al Mount Holyoke College e al Politecnico federale di Zurigo, insegna filosofia e fisica all'Università di Boston.*

Dallo stato quantistico allo stato classico

di Hervé Zwirn

Il comportamento dei sistemi è quantistico quando sono isolati e classico quando interagiscono con il loro ambiente

La meccanica quantistica è sicuramente feconda: spiega il colore dei corpi, la superfluidità dell'elio liquido, il funzionamento dei semiconduttori e le proprietà dei metalli. Nessun fenomeno fisico ne ha richiesto la revisione, almeno finché le energie in gioco restano non relativistiche.

Eppure è affetta da una incoerenza fondamentale che preoccupa i fisici fin dalla sua nascita, nel 1925. La descrizione dell'evoluzione di un sistema fisico richiede l'impiego di due meccanismi differenti a seconda che il sistema sia osservato o no. Questa situazione sarebbe tollerabile se si potesse precisare esattamente che cosa sia un'osservazione e delimitare una frontiera fra osservatore e sistema osservato. Sfortunatamente, tutti i tentativi in questo senso si trovano di fronte a gravi difficoltà se si suppone che l'osservatore sia esso stesso descritto in termini di meccanica quantistica.

Se questo «problema della misura» non è ancora risolto, la difficoltà non è che di carattere teorico e non ostacola per nulla l'utilizzazione della meccanica quantistica, che fornisce predizioni di notevole precisione. Resta il disagio concettuale, che un certo numero di progressi teorici recenti è sul punto di eliminare. Si riconosce segnatamente che la misurazione fa intervenire tanto il sistema fisico misurato quanto l'apparecchio di misurazione e l'ambiente. Questa constatazione, che potrebbe sembrare banale, ha conseguenze importanti. In certe situazioni modellate si calcola che l'atto di misurazione applicato al sistema completo, composto dal sistema misurato, dall'apparecchiatura di misurazione e dall'ambiente, conduce a predire un comportamento classico del sistema. Gli ultimi dieci anni di ricerche in questo campo indicano che l'aspetto classico del mondo fisico non deriva dalla scala dei sistemi considerati, ma dalle inevitabili limitazioni di grandezza che l'atto di misurazione può richiedere; i sistemi quantistici resteranno nella loro essenza quantistici malgrado l'apparenza classica.

Lo stato di un sistema

Il problema della misura si presenta allorché si desidera descrivere l'evoluzione di stato di un sistema fisico, stato che è considerato caratterizzare completamente le grandezze fisiche del sistema studiato. Così, il movimento di una palla da biliardo sul tavolo verde può essere descritto come una successione di stati caratterizzati ciascuno da quattro numeri: le due componenti della posizione e le due componenti della velocità nel piano del tavolo da biliardo. Per tener conto degli eventuali effetti impressi alla palla, si può poi descrivere la rotazione con tre numeri supplementari.

Più in generale, uno stato è una lista di numeri che rappresentano le grandezze fisiche studiate e la cui interpretazione è data dalla teoria. Non tutti gli insiemi di numeri caratterizzano uno stato fisico reale: a due numeri che descrivano una posizione situata al di fuori del tavolo da biliardo non corrisponde uno stato possibile della palla. La teoria deve precisare come possono variare i parametri fisici. Alcuni formalismi della teoria sono tali che facendo la somma, eventualmente ponderata, di due stati reali si ottiene un nuovo stato possibile; in questo caso lo spazio degli stati è uno spazio vettoriale.

In meccanica quantistica lo stato di un sistema è talvolta chiamato la sua funzione d'onda (questa terminologia deriva dalla prima versione della meccanica quantistica, la meccanica ondulatoria, formulata nel 1925 da Erwin Schrödinger), ma più spesso si utilizza l'espressione «vettore di stato», poiché gli stati di un sistema quantistico formano uno spazio vettoriale particolare, detto spazio di Hilbert. In ragione di questa struttura dello spazio degli stati, ogni combinazione lineare di stati quantici possibili è essa stessa uno stato quantico possibile. Tuttavia, l'interpretazione fisica del vettore di stato per un sistema quantistico è molto meno semplice di quella per una palla da biliardo. Una delle curiosità della meccanica quantistica è appunto che certi stati «sovrapposti», ottenuti per combinazioni lineari di stati, sono fisicamente possibili per la teoria, ma non possono essere descritti in termini macroscopici classici.

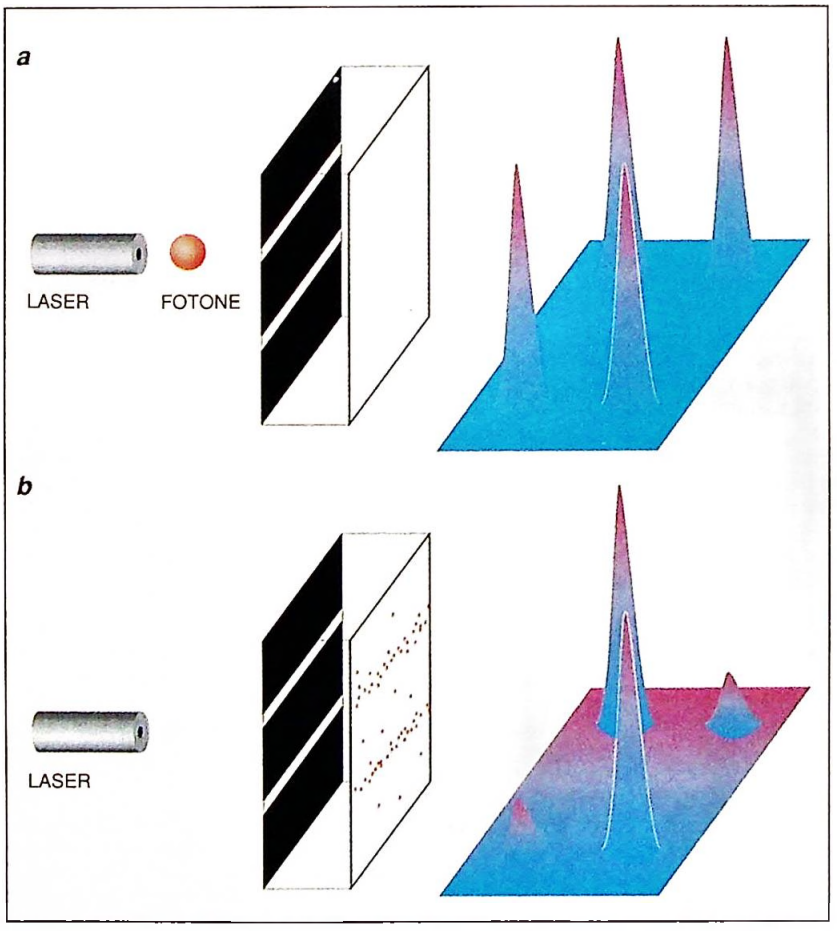
La riduzione del pacchetto d'onda

Le difficoltà della meccanica quantistica sono messe in evidenza dall'esempio dello spin di una particella. Spesso questo spin viene presentato come il momento cinetico della rotazione propria, vale a dire caratterizzandolo come una rotazione della particella su se stessa, alla moda di una trottola. Questa definizione maschera, però, le proprietà fondamentalmente quantistiche dello spin: contrariamente al momento cinetico classico, lo spin è quantizzato, cioè non può assumere che determinati valori interi o semi-interi a seconda del tipo di particella. (Lo spin è un numero intero come 0, 1, 2... se la particella è un bosone, ed è un semi-intero come 1/2, 3/2... se la particella è un fermione).

La componente di spin di un elettrone (che è un fermione) lungo un asse qualsivoglia non può essere trovato uguale, con una misurazione, che a +1/2 o a -1/2 in unità $h/2\pi$, pari a $1{,}05 \times 10^{-34}$ joule per secondo). Consideriamo un sistema costituito da un solo elettrone e interessiamoci solo al suo spin. Lo stato dell'elettrone si riduce alla descrizione del suo spin, indipendentemente dalle altre grandezze (la posizione e la quantità di moto dell'elettrone). Se si indicano con $|+>_x$ e con $|->_x$ gli stati con spin rispettivamente +1/2 e -1/2 lungo l'asse x, lo stato sovrapposto $(|+>_x + |->_x)/\sqrt{2}$ dovrà essere uno stato possibile. Tuttavia, esso non corrisponde a uno stato di spin definito lungo l'asse x: una misura dello spin lungo l'asse x di un elettrone in

questo stato sovrapposto dà una volta su due il valore +1/2 e una volta su due il valore -1/2. Detto altrimenti, non si può più attribuire un valore definito lungo l'asse x allo spin di un elettrone in questo stato sovrapposto. Del pari, lo spin lungo l'asse x di un elettrone nello stato sovrapposto $\cos\alpha|+>_z + \sin\alpha|->_z$ non ha alcun valore definito se α è differente da 0 o da $\pi/2$; per contro, una misurazione dello spin di un elettrone in questo stato darà valore +1/2 con probabilità $\cos^2\alpha$, e -1/2 con probabilità $\sin^2\alpha$.

La meccanica quantistica prevede che un elettrone non possa avere uno spin simultaneamente definito lungo due assi differenti. Così, una misurazione dello spin lungo l'asse z di un elettrone che abbia spin +1/2 lungo l'asse x darà come risultato +1/2 e -1/2 con uguale probabilità. La stranezza del mondo microscopico aumenta ancora quando si considera la posizione dell'elettrone. Se il vettore di stato P_0 descrive l'elettrone nella posizione x_0 e il vettore di stato P_1 descrive l'elettrone nella posizione x_1, il vettore di stato $(P_0 + P_1)/\sqrt{2}$ descrive uno stato possibile dell'elettrone. Dove si trova l'elettrone in questo stato? La meccanica quantistica indica che una volta su due l'elettrone è osservato nella posizione x_0 e una volta su due è nella posizione x_1. In altri termini, un siffatto elettrone non occupa una posizione definita nello spazio. Si potrebbe dire che è «un po' in x_0 e un po' in x_1», senza essere veramente da alcuna parte, ma una simile presentazione sarebbe ingannevole e si preferisce considerare che un tale stato quantico non sia da interpretare negli abituali termini macroscopici; gli oggetti sui quali è fondata la nostra intuizione non si trovano mai in uno stato paragonabile. Si sfugge allora al paradosso dello stato sovrapposto considerando che se si osserva un elettrone che sia inizialmente nello stato $(P_0 + P_1)/\sqrt{2}$, lo si trova altrettante volte nello stato P_0 e nello stato P_1, stati che si interpretano entrambi in modo classico.



Il tempo di decoerenza di un sistema composto da una massa con un potenziale armonico è stato calcolato da Wojciech Zurek. A temperatura ambiente e per la massa di un grammo è 10^{40} volte inferiore al tempo di rilassamento del sistema. Se quest'ultimo è pari all'età dell'universo, all'incirca 10^{17} secondi, il tempo di decoerenza è dell'ordine dei 10^{-23} secondi. Per quanto il comportamento del sistema sia e resti quantistico quando lo si misuri, non possiamo dunque osservare che lo stato classico che ci è familiare. Qui è rappresentata una misurazione della posizione verticale di un fotone emesso da un laser con il ricorso a una fessura di Young. Prima della misurazione (*a*), la matrice densità (di ordine due) comporta termini non diagonali (*a destra*); dopo la misurazione, ogni fotone è localizzato e i termini non diagonali sono quasi spariti (*b*).

Il fatto di dare i risultati delle misurazioni in termini probabilistici potrebbe indurre a ritenere che lo stato sovrapposto precedentemente illustrato descriva un coacervo di elettroni per metà nella posizione x_0 e per metà nella posizione x_1, il che eliminerebbe tutti i misteri, dato che ciascun elettrone possiederebbe in tal caso una posizione definita e la natura probabilistica delle previsioni sarebbe dovuta soltanto alla descrizione statistica degli stati. L'esempio dello spin mostra che questa interpretazione è erronea: il comportamento di un insieme di elettroni nello stato sovrapposto $\cos\alpha|+>_z + \sin\alpha|->_z$ è differente da quello di un insieme di N elettroni dei quali $N\cos^2\alpha$ sono nello stato $|+>_x$ e $N\sin^2\alpha$ sono nello stato $|->_x$ (il coacervo C di cui si diceva). Immaginiamo di considerare un altro asse z rispetto all'asse x nei cui riguardi si era preparato il coacervo C. La meccanica quantistica predice che nel caso di C una misurazione dello spin lungo l'asse z darà una volta su due valore +1/2 e una volta su due valore -1/2. Per contro, un'identica misurazione eseguita sugli elettroni nello stato sovrapposto darà valore +1/2 con probabilità $(\cos\alpha + \sin\alpha)^2/2$ e valore -1/2 con probabilità $(\cos\alpha - \sin\alpha)^2/2$. Tali risultati differenti impediscono di identificare uno stato di elettroni nello stato sovrapposto con il coacervo C per quanto le predizioni relative alla misura dello spin lungo l'asse x siano identiche. La descrizione quantistica dello stato sovrapposto non è statistica e un elettrone nello stato sovrapposto non possiede uno spin definito lungo l'asse x. La sovrapposizione quantica non si riduce a una mescolanza statistica.

Gli esempi precedenti forniscono la chiave di comprensione di un aspetto importante della meccanica quantistica. Certi stati quantici in cui un sistema può trovarsi non sono interpretabili in termini macroscopici classici: le grandezze fisiche che sono loro associate non sono definite. Eseguendo una osservazione volta a misurare una di queste grandezze, il sistema «cade» in uno stato analogo a uno stato classico macroscopico e che corrisponde al valore misurato.

Il passaggio da uno stato sovrapposto, in cui il valore delle grandezze fisiche non è definito, a uno interpretabile classicamente, in cui le grandezze sono definite, viene chiamato riduzione di pacchetto d'onda. La meccanica quantistica indica, a partire dallo stato iniziale, la lista dei valori che può prendere la grandezza misurata, come pure la probabilità di ottenere ogni valore possibile. Questo «principio di riduzione» del pacchetto d'onda è fondamentale, poiché fornisce al contempo un mezzo per interpretare gli stati e una legge di evoluzione dei sistemi in caso di misurazione.

Il problema della misura

In assenza di misurazioni, un sistema evolve secondo una legge differente e più abituale in fisica, poiché il suo stato

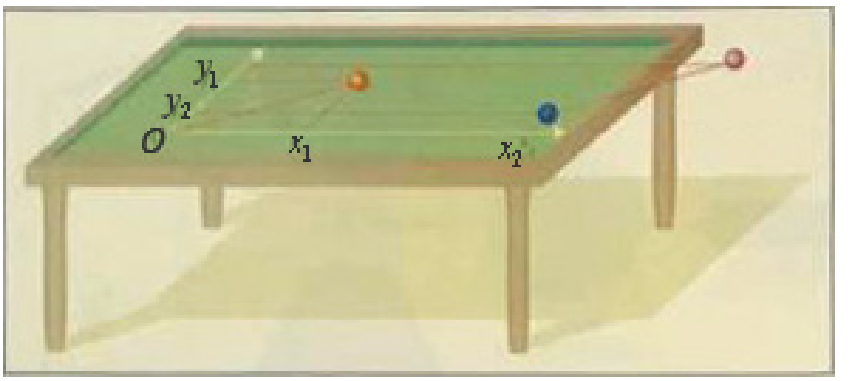
è registrato da un'equazione differenziale lineare: l'equazione di Schrödinger $ih/2\pi\, d\psi/dt = H\psi(t)$ dove h è la costante di Planck, $\psi(t)$ lo stato del sistema nell'istante t e H l'operatore hamiltoniano del sistema che agisce sullo spazio degli stati e rappresenta l'energia del sistema. La risoluzione del sistema di Schrödinger permette di determinare lo stato del sistema in tutti gli istanti a partire da uno stato iniziale $\psi(t_0)$ fintanto che nessuna misurazione perturbi il sistema. L'evoluzione registrata da questa equazione è rigorosamente deterministica: la distanza fra due stati iniziali si conserva durante l'evoluzione, il che naturalmente non è quanto avviene nel caso di riduzione di pacchetto d'onda, poiché lo stesso stato può evolvere verso due stati radicalmente diversi.

Si ha così un'opposizione tra una legge di evoluzione secondo la quale, in assenza di osservazione, il sistema evolve in maniera deterministica secondo l'equazione di Schrödinger, e un'altra legge che precisa, a partire dalla conoscenza dello stato iniziale del sistema, quali sono i possibili valori per le grandezze osservate e le relative probabilità di osservazione, specificando altresì gli stati, associati a quei valori, verso i quali può evolvere il sistema in modo non deterministico.

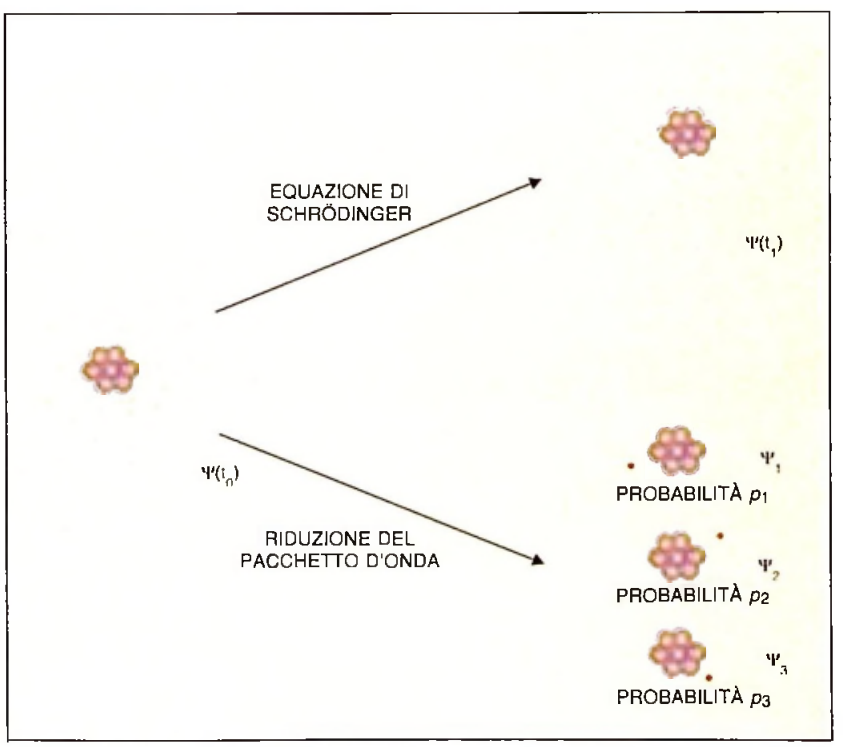
Sebbene sorprendente, questa situazione non sarebbe tuttavia troppo sconfortante se si potesse precisare senza ambiguità in che cosa consistano una misurazione o un'osservazione. Ma, quando si considera che un'osservazione è il risultato dell'interazione tra il sistema quantistico e un apparecchio di misura macroscopico, sopravviene una difficoltà. Per misurare lo spin di un elettrone lungo un asse, per esempio, si utilizza l'apparecchiatura ideata dai fisici tedeschi Otto Stern e Walther Gerlach nel 1921 per rivelare la deflessione di atomi d'argento da parte di un intenso campo magnetico. A seconda che lo spin sia uguale a +1/2 o a -1/2, un elettrone che entra nel campo magnetico viene deflesso in un senso o in quello opposto: la deflessione dalla traiettoria che avrebbe seguito in assenza di campo magnetico ne rivela la componente dello spin lungo quell'asse.

Si può descrivere questo fenomeno dicendo che l'elettrone che si trovava inizialmente in una sovrapposizione di stati ψe è soggetto a una misurazione e, in conformità al principio di riduzione del pacchetto d'onda, «cade» nello stato |+> se viene osservato a un estremo del rivelatore o nello stato |-> se viene osservato all'altro estremo, con una probabilità che si può calcolare, applicando il principio di riduzione allo stato iniziale. È possibile però anche un'altra descrizione: il sistema di misura, essendo a sua volta un sistema fisico, è descritto, in meccanica quantistica, da un vettore di stato ψa. La meccanica quantistica postula che il vettore di stato iniziale di un sistema composto dai due sistemi in questione sia il prodotto dei loro vettori di stato $\psi e \psi a$. A partire dall'interazione fra i due, lo stato ψ del sistema globale evolve secondo l'equazione di Schrödinger, poiché non vi è alcun altro sistema di misura che agisca sul sistema di misura stesso.

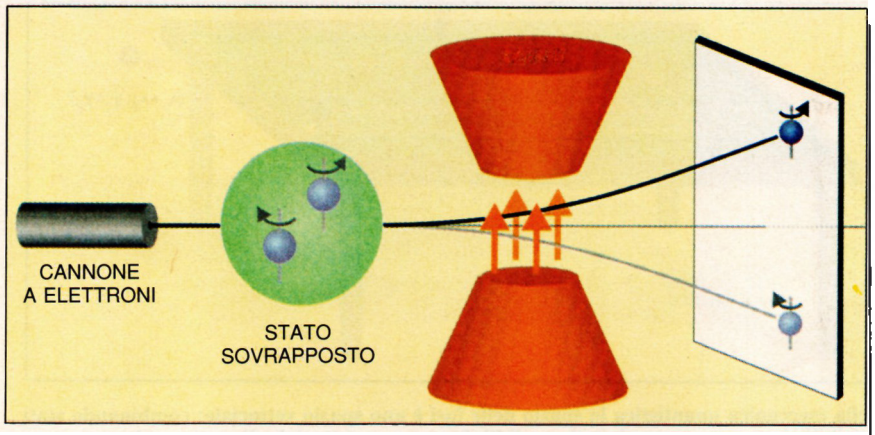
Malauguratamente queste due descrizioni non portano allo stesso risultato. L'evoluzione fornita dall'equazione di Schrödinger non produce generalmente stati identici a quelli cui si perviene con la riduzione del pacchetto d'onda e non consente di trasformare la sovrapposizione di stati in stati ridotti, ovvero macroscopicamente definiti. Dopo la rilevazione, perciò, il sistema di misura dovrebbe trovarsi a sua volta in una sovrapposizione di stati (si dice che si è correlato con l'elettrone). Com'è possibile evitare questo problema?



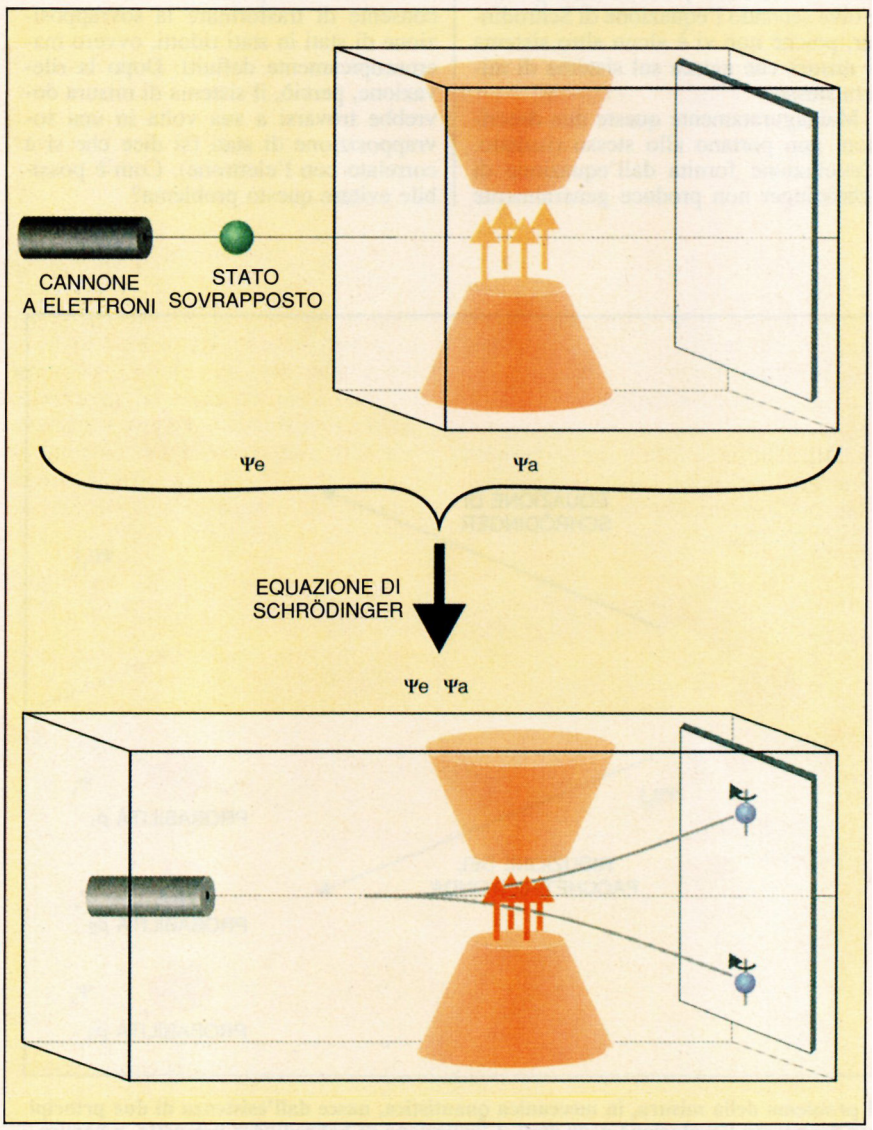
Nella meccanica quantistica lo spazio delle fasi è uno spazio vettoriale: combinando stati possibili si ottengono nuovi stati possibili. La somma vettoriale di stati non è sempre possibile in meccanica classica: se si considera il movimento di una palla da biliardo, lo stato della palla è definito da posizione e quantità di moto. Lo stato formato per somma vettoriale degli stati $(x_1,y_1;p_{x1},p_{y1})$ e $(x_2,y_2;p_{x2},p_{y2})$ non è uno stato possibile della palla se il punto di coordinate $(x_1 + x_2;y_1 + y_2)$ è al di fuori del tavolo.



Il problema della misura, in meccanica quantistica, nasce dall'esistenza di due principi per descrivere l'evoluzione degli stati. L'equazione di Schrödinger permette, a partire dalla funzione d'onda che descrive lo stato iniziale di un sistema, di calcolare lo stato a un istante ulteriore. Quando si misura una grandezza fisica del sistema, il principio di riduzione del pacchetto d'onda prevede che si possano ottenere più risultati differenti, ciascuno con una probabilità particolare. I due tipi di previsione non concordano.



L'apparecchiatura di Stern e Gerlach può essere utilizzata per misurare lo spin (o momento cinetico intrinseco) di elettroni. Gli elettroni che sono in uno stato sovrapposto lungo l'asse z acquisiscono uno spin definito lungo questo asse quando passano in un campo magnetico orientato lungo quell'asse. Lo spin non può assumere che gli stati +1/2 e -1/2, corrispondente ciascuno a uno dei due impatti simmetrici dell'elettrone sullo schermo, rispetto alla traiettoria in assenza di campo magnetico. Nella figura la traiettoria in colore chiaro è quella che, per quanto possibile, non è seguita dall'elettrone.



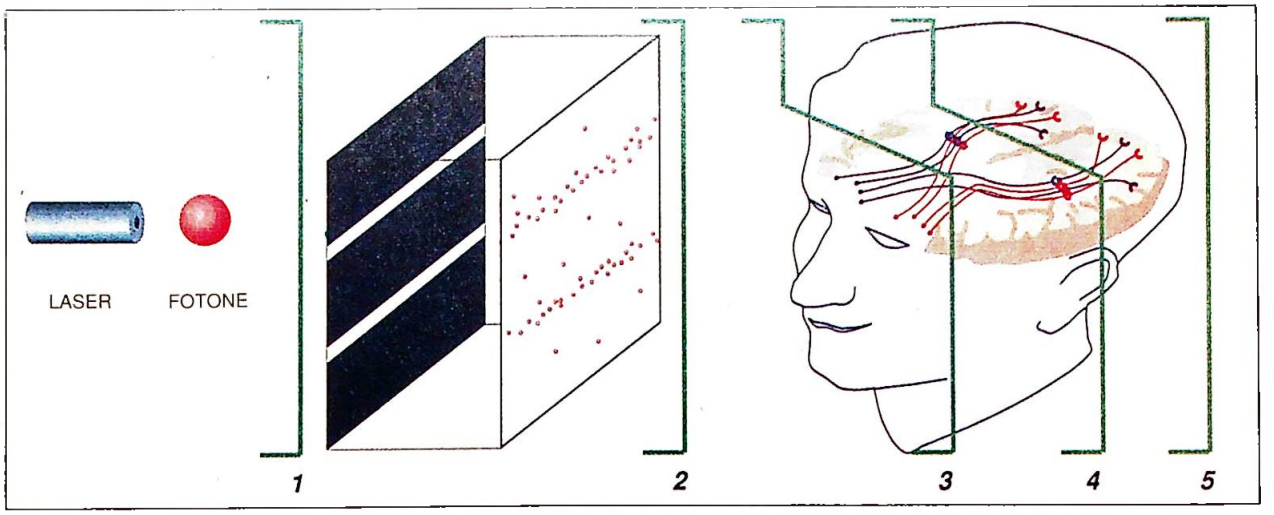
Quando si esegue una misurazione, l'equazione di Schrödinger si applica all'insieme formato dal sistema e dall'apparecchiatura. La funzione d'onda totale, uguale al prodotto di due funzioni d'onda, evolve verso stati sovrapposti dell'insieme corrispondenti a stati correlati al sistema fisico misurato e all'apparecchiatura di misurazione.

Si può innanzitutto sottolineare che la nostra descrizione è incompleta: abbiamo assimilato la misurazione all'interazione tra l'elettrone e il sistema di misura, ma ci siamo dimenticati che qualcuno deve osservare il risultato di questo sistema. Occorre includere nella nostra descrizione, a fianco del sistema di misura, un osservatore che effettui la misurazione. Questo ragionamento, in linea di principio esatto, non risolve però il problema, perché se l'osservatore stesso viene descritto con la meccanica quantistica, possiede un vettore di stato e il ragionamento precedente si ripete con la stessa conclusione: il sistema globale composto da elettrone, sistema di misura e osservatore si trova, dopo l'interazione, in una sovrapposizione di stati. E così siamo arrivati al celebre paradosso del gatto di Schrödinger.

Dal momento che nessun fisico si è mai sentito in una sovrapposizione di stati, si suppone che l'osservatore, o una delle sue parti, sfugga alla descrizione della meccanica quantistica. Siccome l'identificazione esatta di queste parti è un problema piuttosto delicato, si è generalmente supposto che sia la coscienza dell'osservatore, oggetto che ricade al di fuori del nostro campo di investigazione fisica, ad avere questa peculiarità. Questo punto di vista è stato in particolare sostenuto da John von Neumann, Fritz London, Edmond Bauer e Eugène Wigner. Quest'ultimo, premio Nobel per la fisica nel 1963, immaginava che un «amico» agisse come intermediario fra se stesso, considerato come osservatore ultimo, e l'apparecchio di misura. Giacché il formalismo quantistico, se venisse applicato alla coscienza, porterebbe il suo «amico» in una strana sovrapposizione di stati dopo l'interazione, Wigner ne concludeva che la coscienza cade al di fuori della meccanica quantistica ed è responsabile della riduzione del pacchetto d'onda.

Questa interpretazione introduce un dualismo in meccanica quantistica: la materia usuale sarebbe sottomessa alle leggi della meccanica quantistica, mentre la coscienza non lo sarebbe e l'azione della coscienza sulla materia costringerebbe quest'ultima ad adottare valori definiti per le grandezze fisiche misurate. In altri termini, la coscienza forzerebbe la materia a comportarsi secondo un'interpretazione classica!

Un'altra possibilità è stata proposta da Hugh Everett III nel 1957: la teoria dei mondi multipli. Non si avrebbe mai la riduzione del pacchetto d'onda, ma, a ogni misurazione, l'universo si scinderebbe in tanti universi paralleli quanti sono i possibili risultati della misurazione. Ciascun universo parallelo corrispondendo, cioè, a un possibile valore della grandezza misurata. Questa teoria presenta però diversi inconvenienti. Oltre a sembrare impossibile da verificare sperimentalmente, pare difficile ammettere che l'osservatore stesso si scinda in osservatori distinti a ogni misurazione effettuata.



Alcuni fisici hanno fatto notare che quando si misura si deve tener conto non soltanto del sistema osservato e dell'apparecchiatura di misurazione, ma anche dell'osservatore; sorge tuttavia la difficoltà di fissare una frontiera netta fra ciò che costituisce l'osservatore e ciò che costituisce il resto del sistema. Ci sono anche fisici quantistici che hanno proposto che la coscienza umana sfugga a una descrizione con il formalismo quantistico. Nella figura l'apparecchiatura è composta dalla feritoia di Young attraverso la quale passano i fotoni emessi da un laser; l'osservatore esamina l'impatto di ciascun fotone.

Infine, resta la soluzione di negare il problema della misura, ricordando che una misurazione fa necessariamente intervenire un'apparecchiatura macroscopica e che quindi si deve applicare il principio della riduzione del pacchetto d'onda. È questo l'atteggiamento pragmatico della scuola di Copenaghen, al seguito di Niels Bohr, e lo stesso che viene adottato oggi dalla maggior parte dei fisici che si occupino di fisica e non di filosofia.

La matrice densità

Prima di esaminare le idee recenti che fanno progredire la soluzione del problema della misura, esaminiamo più accuratamente il formalismo utilizzato per descrivere gli stati quantici. Immaginiamo, per esempio, di scuotere un bussolotto contenente un dado e di posarlo quindi sopra il tavolo; il coperchio del bussolotto può essere rimosso per esaminare il dado. Dopo che il bussolotto è stato agitato, ma prima che venga aperto il coperchio, sappiamo che la faccia superiore del dado porta impresso un numero da uno a sei, ma ignoriamo quale. Ciascun numero ha la stessa probabilità (1/6) di apparire. Se utilizzassimo un gran numero di bussolotti identici, troveremmo ciascun numero in 1/6 dei bussolotti.

Un modo di descrivere lo stato dell'insieme dei dadi contenuti nei bussolotti consiste nel considerare che si tratti di una mescolanza di dadi, con 1/6 dei dadi nello stato 1, 1/6 nello stato 2 e così via. La rappresentazione di questo stato può essere formalizzata mediante una tavola quadrata di 36 numeri con i sei elementi diagonali uguali a 1/6 e tutti gli altri elementi nulli. Una tavola di questo genere è una matrice quadrata diagonale di ordine sei. La sua interpretazione è la seguente: l'elemento diagonale situato all'intersezione della i-esima riga con l'i-esima colonna è la probabilità che, aprendo a caso un bussolotto, il dado in esso contenuto mostri il numero i. Gli elementi non diagonali non devono essere considerati.

In maniera del tutto generale, una matrice di siffatta sorta permette, quando gli stati sono macroscopicamente definiti, di rappresentare lo stato di una mescolanza di N sistemi, di cui n_1 nello stato E_1, n_2 nello stato E_2... n_p nello stato E_p, per mezzo di una matrice quadrata diagonale di ordine p della quale tutti gli elementi non diagonali sono nulli, mentre gli elementi diagonali sono n_i/N. Questa matrice, detta anche matrice densità, si utilizza come segue: quando si vuole conoscere la probabilità che osservando uno dei sistemi lo si trovi nello stato E_i, è sufficiente considerare l'i-esimo elemento diagonale, che è esattamente la probabilità desiderata. In questo esempio la matrice diagonale non ha alcun interesse, ma, in meccanica quantistica, la descrizione degli stati mediante matrici diagonali è di grande rilevanza.

Di fatto, la matrice densità si applica alle sovrapposizioni di stati. Riprendiamo l'esempio di un elettrone in una sovrapposizione di stati di spin lungo l'asse x: $\cos\alpha|+>_x + \sin\alpha|->_x$. Poiché la misura dello spin lungo l'asse x dà i valori +1/2 o -1/2, si potrebbe pensare - per analogia con il caso dei dadi - che la matrice densità sia una matrice diagonale di ordine 2 con il primo elemento della diagonale pari a $\cos^2\alpha$ e il secondo pari a $\sin^2\alpha$. Però la descrizione quantistica è più complessa, perché la matrice densità scritta in questo modo corrisponde a una collezione di elettroni, ognuno dei quali si trovi in uno stato ben definito. D'altra parte, abbiamo visto che un insieme di N elettroni in una sovrapposizione di stati non corrisponde a una situazione di questo genere. Secondo la meccanica quantistica la matrice densità deve contenere due termini non diagonali uguali a $\cos\alpha \sin\alpha$, che rappresentano correlazioni non interpretabili in termini macroscopici. Dopo una misurazione gli N elettroni cadono ciascuno in un ben definito stato di spin e diventano un insieme statistico descritto dalla matrice diagonale. Con questo formalismo, il problema della misura viene ricondotto a quello di spiegare «l'incoerenza» dello stato quantico, ovvero la sparizione degli elementi non diagonali della matrice densità dopo la misurazione.

Qual è la grandezza misurata?

Il problema della misura si complica per un altro enigma. Uno spazio vettoriale può essere ingrandito per combinazione lineare di un insieme di vettori indipendenti che formino una base. È quindi possibile un'infinità di basi, perché a partire da una base data se ne può definire una nuova scegliendo nuovi vettori ottenuti per combinazioni lineari di vettori della vecchia base. Per un elettrone di cui non si consideri che lo spin, per esempio, lo spazio vettoriale degli stati è ingrandito con i due stati $|+>_x$ e $|->_x$. Ogni stato possibile è una combinazione lineare di questi due stati. Lo stato $|->_z$, per esempio, è uguale a $(|+>_x - |->_x)/\sqrt{2}$ e lo stato $|+>_z$ è uguale a $(|+>_x + |->_x)/\sqrt{2}$. I due stati $|+>_z$ e $|->_z$ formano una nuova base ed è equivalente descrivere uno stato di un elettrone esprimendolo secondo l'una o l'altra base. Di conseguenza, la matrice densità che descrive uno stato dato prende una forma differente a seconda della base scelta.

Quale interpretazione dobbiamo allora dare alla misura dello spin lungo l'as-

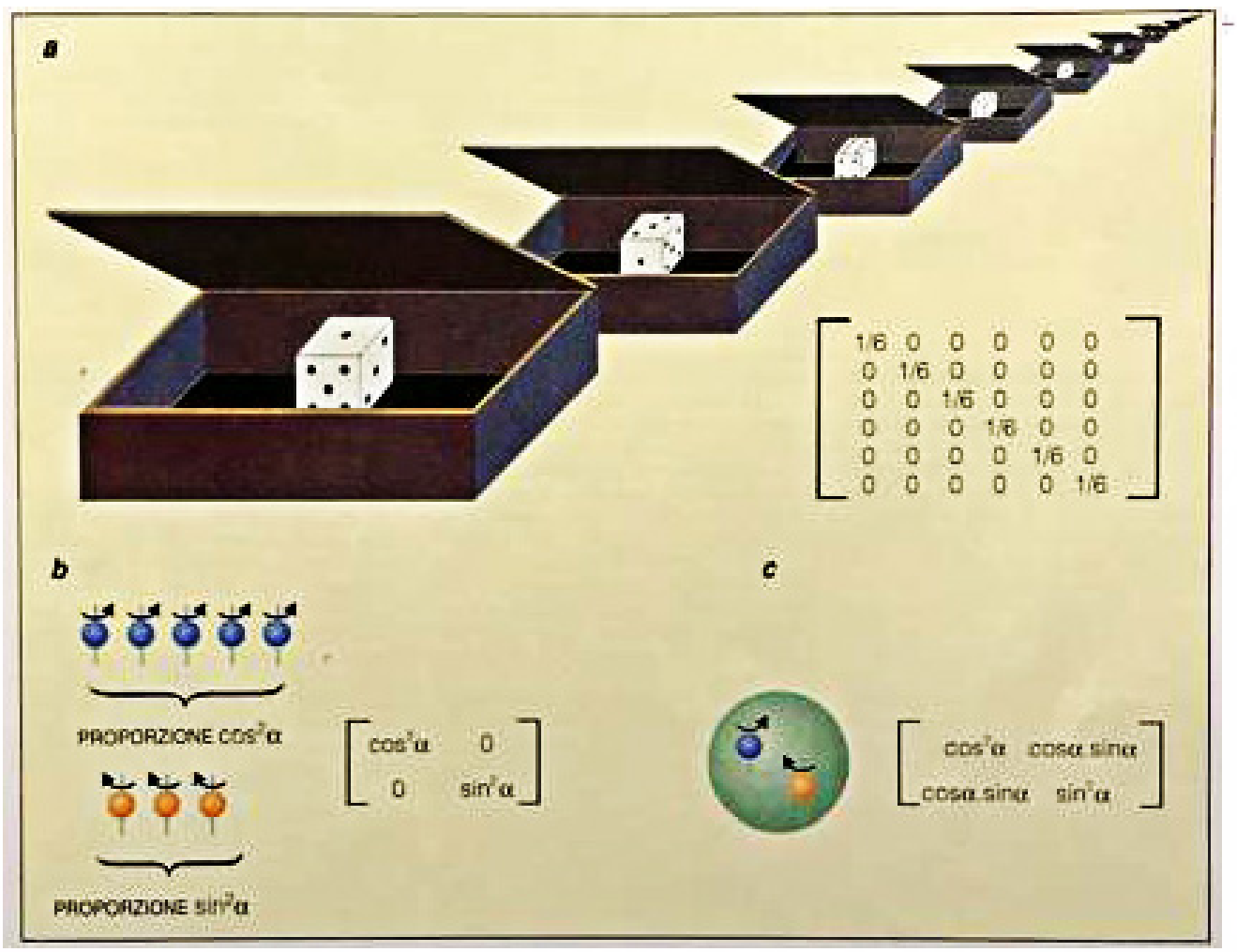
se x di un elettrone che passi in un apparecchiatura di Stern e Gerlach con un campo magnetico lungo quello stesso asse x? Dopo l'interazione fra l'elettrone e l'apparecchiatura, ma prima che venga osservato il risultato, il formalismo quantistico stipula che si sia stabilita una correlazione tra lo stato dell'apparecchiatura e lo spin dell'elettrone tanto lungo l'asse x quanto lungo tutti gli altri assi. Si può dunque scrivere la matrice densità dell'insieme elettrone-apparecchiatura in una base che contenga gli stati di spin lungo l'asse x e gli stati dell'apparecchiatura che sono loro correlati, o altrettanto bene in un'altra base che contenga gli stati di spin lungo un altro asse z, correlati con altri stati dell'apparecchiatura. La correlazione fa quindi apparire una corrispondenza biunivoca tra certi stati dell'apparecchiatura e gli stati di spin corrispondenti.

L'osservazione di uno stato E_a dell'apparecchio correlato con uno stato E_s di spin definito lungo un particolare asse è allora interpretabile come il fatto di avere misurato lo spin in quella direzione, dato che a causa della correlazione, se l'apparecchio è nello stato E_a, l'elettrone è nello stato E_s. Di conseguenza, se gli stati dell'apparecchio che sono correlati agli stati di spin lungo l'asse z fossero osservabili, sarebbe possibile misurare lo spin di un elettrone lungo l'asse z con un apparecchio di Stern e Gerlach con un campo magnetico orientato lungo l'asse x, il che è sperimentalmente impossibile. Per un campo orientato lungo l'asse x gli stati di spin lungo l'asse x sono correlati a stati dell'apparecchiatura che si possono effettivamente osservare, mentre gli stati di spin lungo l'asse z sono correlati a stati dell'apparecchiatura che, in pratica, non sono mai osservati: corrisponderanno a impatti sovrapposti dell'elettrone sullo schermo.

Questa constatazione, di carattere sperimentale, non è una spiegazione. L'interpretazione della matrice densità dell'insieme elettrone-apparecchiatura non permette di precisare quali siano i soli stati osservabili dell'apparecchiatura e, quindi, di conoscere quelli, correlati, dell'elettrone sui quali porta la misurazione. Fintanto che si ignora in quale base la matrice densità è diagonalizzata, il formalismo quantico non indica la grandezza che misura l'apparecchio. Perché non si può misurare lo spin lungo l'asse z con un'apparecchiatura il cui campo sia lungo l'asse x? Perché non si può misurare la velocità di una particella con un rivelatore di posizione?

Il ruolo dell'ambiente

Le analisi precedenti sono state condotte sotto l'ipotesi implicita che il sistema quantistico da misurare e l'apparecchio di misurazione fossero isolati. Sviluppando un'osservazione di H. Zeh, dell'Istituto di fisica teorica di Heidelberg, Wojciech Zurek, del Laboratorio di Los Alamos, agli inizi degli anni ottanta ha proposto di far intervenire l'ambiente come elemento essenziale del processo di misurazione. È noto che tutti



La matrice densità permette di descrivere lo stato di un sistema fisico. Per un insieme di scatole contenenti ciascuna un dado, i soli termini non nulli della matrice densità sono i termini diagonali; essi indicano la probabilità di trovare un dado che mostri i diversi numeri fra uno e sei (*a*). Per un insieme di N elettroni con una proporzione $\cos^2\alpha$ e stato $|+>_x$ e una proporzione $\sin^2\alpha$ con stato $|->_x$, la matrice densità ha come termini diagonali $\cos^2\alpha$ e $\sin^2\alpha$ (*b*). Per contro, per elettroni sovrapposti nello stato quantico $(\cos\alpha|+>_x + \sin\alpha|->_x)$, la matrice densità contiene inoltre termini non diagonali $\cos\alpha \sin\alpha$ (*c*). Recentemente, i fisici hanno mostrato come, allorquando si esegue una misurazione, questi termini non diagonali tendono rapidamente a zero.

i sistemi fisici interagiscono con il loro ambiente e che questa interazione non può essere ignorata che in prima approssimazione. Per l'apparecchio di Stern e Gerlach questa ipotesi parrebbe legittima per due ragioni: da un lato, l'ambiente sembra intervenire poco quando si misura uno spin, dall'altro, l'ambiente, se è descritto con la meccanica quantistica, possiede un vettore di stato ed è correlato al sistema: dopo l'interazione l'ambiente sarà esso stesso in uno stato sovrapposto.

Zurek mostra che, se l'interazione tra l'apparecchiatura di misurazione e l'ambiente, definita con un hamiltoniano di interazione, ha una forma particolare, si può precisare quale grandezza viene misurata. La base dello spazio degli stati dell'apparecchiatura che è selezionata per diagonalizzare la matrice densità emerge naturalmente come quella che corrisponde a grandezze fisiche dell'apparecchio che non sono perturbate dall'interazione fra quest'ultima e l'ambiente (per esempio, se l'apparecchio è un atomo che si correla con la particella osservata, il suo spin lungo l'asse z potrebbe essere una tale grandezza per un hamiltoniano di interazione correttamente scelto).

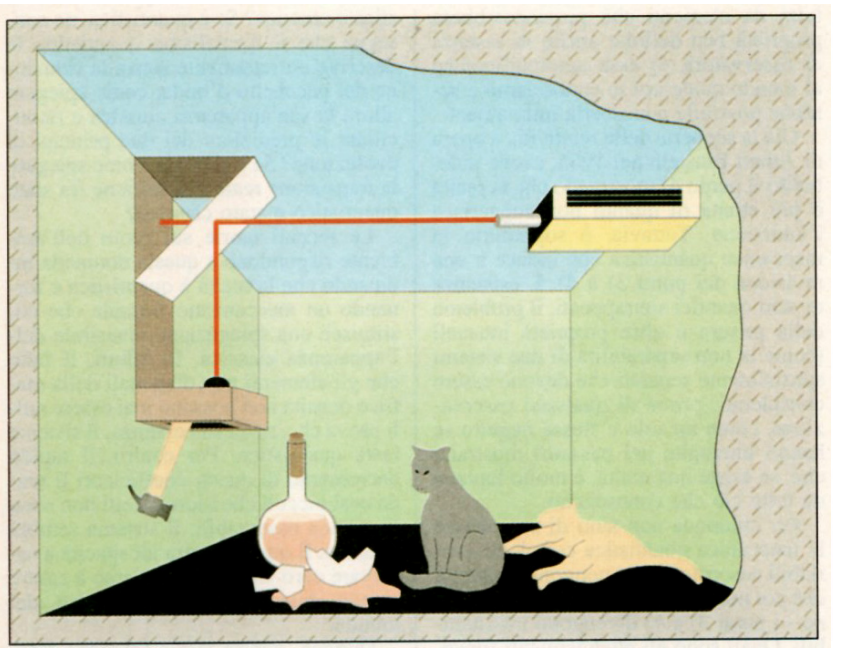
Zurek mostra, inoltre, che l'interazione con l'ambiente è responsabile della diagonalizzazione della matrice densità e, dunque, della riduzione del pacchetto d'onda. A questo scopo osserva che la matrice densità dell'insieme sistema-apparecchiatura (ρ_{SA}) può essere ottenuta a partire dalla matrice densità che descrive l'oggetto completo composto dal sistema misurato, e dall'ambiente, ignorando i gradi di libertà dell'ambiente che sono già stati osservati; per esempio, per un apparecchio che interagisca termodinamicamente con l'aria della stanza dove si trova, non si considera la quantità di moto di tutte le particelle d'aria della stanza. Si può allora mostrare che, quando la matrice ρ_{SA} è scritta nella base selezionata, i suoi elementi non diagonali decrescono esponenzialmente in funzione del tempo. La loro sparizione è tanto più rapida quanto più complesso è l'ambiente, poiché l'esponente negativo che causa questa sparizione è proporzionale alla radice quadrata del numero degli stati possibili dell'oggetto completo. Gli elementi diagonali non diventano mai rigorosamente nulli, ma se sono sufficientemente piccoli i loro effetti saranno in pratica inosservabili. Il tempo di decoerenza, vale a dire il tempo necessario perché gli elementi non diagonali divengano a tutti gli effetti ignorabili, dipende dall'interazione considerata.

Nel 1985, E. Joos e H. Zeh hanno proseguito questo lavoro studiando la localizzazione, dovuta all'ambiente, di oggetti macroscopici. Considerando la sola interazione gravitazionale, hanno mostrato che la sovrapposizione di posizioni di due corpi aventi una massa uguale a quella della Terra e situata alla distanza Terra-Luna genererà un'incertezza inferiore a 10^{-15} centimetri in un tempo di due miliardesimi di secondo: i corpi celesti sono ben localizzati! Circa nello stesso periodo, A. Caldeira e A. Leggett dell'Università di Santa Barbara, hanno studiato un modello esplicitamente calcolabile in cui l'ambiente, modellizzato con un potenziale armonico, sopprime le interferenze quantiche tra due pacchetti d'onda gaussiani. E in un articolo pubblicato nel 1989, Zurek e W. Unruh, a Vancouver, hanno studiato un modello costituito da un oscillatore armonico accoppiato a un campo scalare unidimensionale di massa nulla (che rappresenta una particella immersa in un ambiente caldo). Nei due casi, il tempo di decoerenza è considerevolmente inferiore al tempo di transizione all'equilibrio del sistema. Per esempio, nel modello di Zurek e Unruh il tempo di decoerenza di una massa di un grammo alla temperatura ambiente è 10^{40} volte inferiore al tempo di rilassamento: se quest'ultimo è uguale all'età dell'universo, ossia all'incirca 10^{17} secondi, il tempo di decoerenza è dell'ordine di 10^{-23} secondi.

Il ruolo dell'ambiente può essere esaminato allo stesso modo per oggetti più esotici: nel 1988 John Ellis, del CERN, e S. Mohanty e D. Nanopoulos, dell'Università del Wisconsin, hanno calcolato l'effetto dell'interazione di un sistema microscopico e particolari configurazioni spaziotemporali previste da alcune moderne teorie della gravitazione. Hanno così mostrato che se per una particella elementare come un elettrone il tempo di decoerenza è molto lungo, per un sistema che contenga un numero di particelle dell'ordine del numero di Avogadro (10^{23}) esso diventa dell'ordine di 10^{-7} secondi.

I diversi modelli fin qui realizzati dimostrano che il problema della misura può essere risolto se si tiene conto dell'interazione con l'ambiente, responsabile al tempo stesso della determinazione del tipo di grandezza misurata e del passaggio dallo stato sovrapposto al *mélange* statistico. Alle antiche equazioni quantistico = microscopico e classico = = macroscopico, Zurek propone di sostituire rispettivamente quantistico = isolato e classico = aperto. Questa assimilazione sembrerebbe tanto più giustificata dal fatto che l'associazione classico = = macroscopico è stata da lungo tempo messa in difficoltà dalla scoperta della superconduzione e della superfluidità. Secondo le nuove concezioni il comportamento di un oggetto è quantistico fintanto che è isolato, ma diviene classico quando interagisce con il suo ambiente. Questa soluzione sembra evitare qualsiasi ricorso a qualsivoglia intervento dello spirito o della coscienza.

Si recupera così l'obiettività forte della meccanica classica che pretende di descrivere la realtà in modo totalmente indipendente da qualsiasi osservatore, «quale essa è veramente»? Senza dubbio, no. Il credo degli scienziati del XIX secolo era un realismo forte: 1) esisterebbe una realtà indipendente da qualsiasi osservatore; 2) si potrebbe descrivere questa realtà; 3) essa sarebbe costi-



Il paradosso del gatto di Schrödinger illustra le difficoltà concettuali della meccanica quantistica. In questo esperimento ideale una scatola contiene un gatto, una ampolla contenente gas tossico, un laser, un fotorivelatore, uno specchio semitrasparente e un martello. Una volta chiusa la scatola, il laser invia un fotone verso lo specchio. Se il fotone attraversa lo specchio non succede nulla, ma se viene riflesso verso la fotocellula, questa aziona il martello, che rompe l'ampolla: il gas fuoriesce e uccide il gatto. Un osservatore all'esterno della scatola ignora se il gatto sia vivo o morto. Nel mondo quantistico i due stati coesistono, ma, nella meccanica classica, uno solo dei due esiste.

tuita da elementi che possiederebbero proprietà ben definite anche in assenza di osservatori; 4) essa assomiglierebbe al mondo quale noi lo conosciamo e sarebbe possibile conoscerla intimamente.

Già la scoperta della relatività, a opera di Albert Einstein nel 1905, aveva indebolito il punto 4) mostrando che la realtà è più strana di quanto non suggerisca l'intuizione. Tuttavia, è soprattutto la meccanica quantistica che induce a una revisione dei punti 3) e 4). L'esistenza di stati quantici sovrapposti, il problema della misura e altre proprietà inusuali (come la non separabilità di due sistemi spazialmente separati che devono essere considerati, prima di qualsiasi osservazione, come un solo e stesso oggetto se hanno interagito nel passato) mostrano che, se esiste una realtà, è molto lontana da tutto ciò che conosciamo.

Per chiunque non tenti di completare la meccanica quantistica con delle «variabili nascoste» - che pongono problemi che noi non prenderemo in considerazione - i punti 3) e 4) divengono insostenibili. Quali sono gli atteggiamenti filosofici ancora possibili? Si potrebbe pensare che non esista una realtà al di fuori della coscienza, ma questo atteggiamento, pure coerente, conduce al solipsismo: nulla esiste al di fuori del pensiero individuale e tutto ciò che è percepito non è che una sorta di sogno. Se si accetta l'esistenza di una realtà indipendente dalla propria osservazione, si può porre la seguente questione: questa realtà è quantistica o classica? Se è quantistica, ne consegue che il formalismo quantistico la descrive correttamente senza la riduzione del pacchetto d'onda; come spiegare allora la sua apparenza classica e riconciliare le predizioni dei due principi di evoluzione? Se è classica, come spiegare la transizione reale che avviene fra stato quantistico e stato classico?

Le recenti teorie sul ruolo dell'ambiente rispondono a questa domanda indicando che la realtà è quantistica e fornendo un meccanismo formale che costituisce una spiegazione plausibile dell'apparenza classica. In effetti, il fatto che gli elementi non diagonali della matrice densità non possano mai essere nulli prova che, nella sua essenza, il sistema resta quantistico. Per contro, il rapido decremento di questi coefficienti li rende così piccoli che i loro effetti non sono in pratica osservabili: il sistema sembra classico. È questa nostra incapacità a osservare certi stati dell'ambiente a essere responsabile dell'aspetto classico del mondo.

Dunque, queste teorie spiegano l'apparenza classica delle cose; ma non provano che lo sia la loro natura profonda. Zurek stesso osserva che esiste un tempo di ricorrenza dopo il quale gli elementi non diagonali ridiventano notevoli, ma questo tempo, nel caso considerato, è superiore all'età dell'universo. Si potrebbe allora ammettere che la sola realtà sia la realtà empirica e che convenga rigettare qualsiasi esperienza realizzabile in linea di principio ma non in linea di fatto. Si concluderà allora che l'interazione con l'ambiente è la ragione per la quale la realtà è classica. Per contro, se si rifiuta questa posizione e si considera che esista una realtà più profonda dietro la realtà empirica (è quella che Bernard d'Espagnat, dell'Università di Orsay, chiama la realtà *voilé*), bisogna ammettere che questa realtà non è classica e che il meccanismo d'interazione con l'ambiente non è che una spiegazione della sua apparenza classica.

Quali che siano le conseguenze filosofiche che si traggono dai risultati recenti, questi ultimi rinnovano l'approccio alla teoria quantistica della misura. Restano da costruire modelli realistici di interazione con l'ambiente che possano descrivere un fenomeno reale e da proporre esperimenti per controllare le idee alla base di questi modelli. Questi test saranno difficoltosi, poiché pochi modelli sono esattamente risolubili, e gli eventuali esperimenti devono superare numerosi ostacoli tecnici, legati principalmente alla brevità dei tempi di decoerenza. Tuttavia la posta in gioco è immensa: si tratta di dare una spiegazione di come appare il mondo che ci circonda.

(Da «Pour la Science», dicembre 1992.)

HERVÉ ZWIRN *insegna fisica all'Università di Orsay e all'Università di Parigi VI.*

Heisenberg, l'indeterminazione e la rivoluzione quantistica

di David C. Cassidy

Werner Heisenberg fu tra i più giovani scienziati a ricevere il premio Nobel

Fra le tante conquiste della scienza di questo secolo, la più fondamentale è forse la meccanica quantistica. Formulata da un manipolo di fisici europei di grande talento, la scienza dell'atomo ci ha obbligato ad alcune profonde e controverse modificazioni delle nostre visioni sulla natura. A seconda di come si compiono le osservazioni, la materia si può presentare sotto forma di onde o di particelle e causa ed effetto non sono più intimamente legati. Questa interpretazione della meccanica quantistica (le regole su come e quando applicarla e ciò che essa ci dice del mondo fisico) venne formulata a Copenaghen nel 1927. A causa della diffusione avviata dai suoi fondatori e del successo sbalorditivo nelle applicazioni, già negli anni trenta l'interpretazione di Copenaghen aveva raggiunto la preminenza di cui gode oggi. Ma un'interpretazione non è che un'interpretazione. Le sue origini, il sostegno fornitole e la sua accettazione possono essere, sotto diversi importanti aspetti, tanto un risultato di circostanze storiche e di preferenze individuali quanto un effetto della sua validità scientifica.

Il ruolo che l'indole dell'uomo ha nella scienza emerge con evidenza dalle vicende di uno dei principali ideatori e più attivi sostenitori dell'interpretazione di Copenaghen, Werner Karl Heisenberg. Fu nel 1927 che questi, venticinquenne assistente di Niels Bohr, diede il suo più celebre contributo alla fisica: il principio di indeterminazione, che costituisce un tassello fondamentale nel mosaico dell'interpretazione di Copenaghen. Questo principio, come del resto tutta l'interpretazione, scaturì dalla ricerca di un legame coerente tra il mondo quotidiano del laboratorio e lo strano mondo microscopico dell'atomo.

In breve, il principio d'indeterminazione asserisce che la misurazione simultanea di due variabili coniugate, come la posizione e la quantità di moto (o momento lineare) di una particella, si può effettuare solo con precisione limitata. Quanto più precisa è la misurazione della posizione, tanto più imprecisa è quella della quantità di moto e viceversa. Nel caso limite, una precisione assoluta per una delle variabili comporterebbe un'imprecisione assoluta per l'altra.

Questa indeterminazione non è attribuibile all'errore sperimentale, ma è una conseguenza fondamentale delle equazioni quantistiche ed è caratteristica di qualsiasi esperimento quantistico. Inoltre, dichiarò Heisenberg, finché la meccanica quantistica resterà valida, il principio d'indeterminazione non sarà mai violato. Era la prima volta dalla rivoluzione galileiana che un fisico eminente proclamava l'esistenza di limiti alla comprensione scientifica.

Insieme con le idee di luminari come Bohr e Max Born, il principio d'indeterminazione di Heisenberg costituì il sistema perfettamente autoconsistente dell'interpretazione di Copenaghen. Davanti ai più eminenti fisici quantistici del mondo riuniti a Bruxelles nell'ottobre del 1927 per la quinta delle famose Conferenze Solvay sulla fisica teorica, Heisenberg e Born dichiararono che questo sistema era completo e irrevocabile. Il congresso seguiva di poche settimane la nomina di Heisenberg alla cattedra di fisica teorica dell'Università di Lipsia. Il venticinquenne Heisenberg era così il più giovane dei professori ordinari della Germania.

La giovanissima età che Heisenberg aveva quando fornì il suo contributo più importante è indicativa di una caratteristica tipica di questa e delle altre sue prime ricerche: il desiderio quasi insaziabile di ottenere onori accademici e di distinguersi sempre come il migliore in tutto ciò che faceva. Non sorprende che questa sua brama possa farsi risalire in buona parte alle tradizioni familiari.

Gli Heisenberg erano una famiglia ambiziosa e di grande cultura dell'alta borghesia tedesca. L'unificazione della Germania dovuta a Otto von Bismarck nella seconda metà dell'Ottocento e il conseguente forte sviluppo dell'economia avevano prodotto una cospicua richiesta di burocrati, diplomatici, giudici, avvocati e dirigenti. Di conseguenza, le università e le scuole della giovane nazione acquisirono d'improvviso grande importanza. Crebbero di pari passo il prestigio e la remunerazione degli accademici e dei loro discepoli migliori.

Sia il padre di Werner, August, sia il nonno materno, Nikolaus Wecklein, erano di umili origini ed erano saliti al vertice dell'alta borghesia tedesca grazie al successo accademico. Wecklein era direttore di un famoso ginnasio di Monaco e nel 1910 August divenne professore di filologia bizantina all'Università della capitale bavarese. Entrambi presero poi moglie all'interno del loro nuovo ceto.

Fin dalla sua nascita, nel 1901, i familiari avevano deciso che anche Werner avrebbe raggiunto un'alta posizione sociale grazie al sapere. Ritenendo che la competizione ne avrebbe favorito il successo accademico, August alimentò un'intensa rivalità tra Werner e il fratello maggiore Erwin. Nel corso degli anni i due fratelli ingaggiarono lotte furibonde e la loro rivalità culminò un giorno in una rissa sanguinosa, in cui si batterono a colpi di sedia. Divenuti adulti, andarono ognuno per la sua strada. Erwin si trasferì a Berlino e diventò chimico e, tranne che per occasionali riunioni di famiglia, i fratelli ebbero pochi contatti.

L'ambizione di Werner di raggiungere il vertice è particolarmente evidente nel periodo che va dal luglio 1925, quando, con i colleghi Born e Pascual Jordan, formulò una descrizione matematica della meccanica quantistica, al febbraio 1927, quando ricavò le relazioni di indeterminazione. Ciò che rese così importanti le conseguenze di tanta ambizione fu la concomitanza di due eventi.

In primo luogo, nei paesi di lingua tedesca dell'Europa centrale si liberarono d'un tratto parecchie cattedre di fisica teorica. Questi posti rappresentavano un'ottima opportunità per un accademico ambizioso come Heisenberg, che

aveva già ottenuto la libera docenza all'Università di Gottinga ed era quindi abilitato a ricoprire una cattedra.

L'altra circostanza, forse ancora più importante, fu la comparsa di una seconda descrizione matematica della meccanica quantistica. Nel 1925 Heisenberg e colleghi avevano sviluppato per la meccanica quantistica un formalismo basato sulla matematica astratta del calcolo delle matrici. Agli occhi degli autori, questa «meccanica delle matrici» secondava la loro inclinazione a considerare le sole grandezze osservabili in laboratorio. Essi sostenevano l'esistenza di entità essenziali, come salti quantici e discontinuità all'interno dell'atomo, e respingevano l'idea di modelli atomici *anschaulich*, cioè visualizzabili.

Erwin Schrödinger, trentanovenne fisico viennese che allora lavorava a Zurigo, affrontò i rompicapo della fisica atomica da una prospettiva e con fini affatto diversi. In una serie di memorie pubblicate nella prima metà del 1926, Schrödinger presentò un'equazione d'onda quantistica basata su una proposta avanzata dal francese Louis-Victor de Broglie nella sua tesi di dottorato. L'idea, accolta favorevolmente anche da Einstein, era che tutta la materia in moto si poteva considerare composta da onde. Schrödinger sfruttò questa ipotesi per sostenere che le «onde di materia» dell'elettrone instauravano all'interno dell'atomo modi vibratori armonici. Questi modi sostituiscono gli stati atomici stazionari della teoria delle matrici e i salti quantici discontinui diventano transizioni continue da un modo armonico all'altro. Se fosse stata vera, la formulazione di Schrödinger avrebbe vanificato le entità essenziali della meccanica delle matrici di Heisenberg.

La maggioranza dei fisici accolse con favore l'impostazione di Schrödinger, più consueta, e non si sbilanciò sulla sua interpretazione. La situazione subì una brusca svolta nel maggio 1926, quando Schrödinger pubblicò una dimostrazione dell'equivalenza dei due formalismi matematici. Heisenberg e i suoi sostenitori serrarono subito i ranghi e su entrambi i fronti la polemica assunse toni sempre più accesi.

Schrödinger non contribuì a placare gli animi. Nella sua memoria sull'equivalenza egli attribuiva al proprio schema un valore superiore all'altro. In una famosa nota a piè di pagina affermò: «Che io sappia [tra il lavoro di Heisenberg e il mio] non esiste alcun legame di parentela. Naturalmente ero al corrente della sua teoria, ma mi sentivo scoraggiato, se non addirittura respinto, dai metodi dell'algebra trascendente e dalla mancanza di *Anschaulichkeit* [visualizzabilità].»

Heisenberg rispose a tono in una lettera al suo collega e amico Wolfgang Pauli: «Più rifletto sugli aspetti fisici della teoria di Schrödinger, più li trovo irritanti... Ciò che Schrödinger scrive sulla visualizzabilità della sua teoria "probabilmente non è affatto corretto" [un'eco di Bohr], in altre parole è *Mist* [letame].» L'unico vantaggio del metodo di Schrödinger, sostenne in pubblico Heisenberg, era che consentiva un semplice calcolo della probabilità delle transizioni atomiche, cioè della probabilità dei salti quantici, da introdurre nelle matrici della meccanica quantistica. Pauli si disse d'accordo.

Esaminando meglio la cronologia di queste osservazioni, si vede che non fu l'equivalenza a provocare la contesa (Pauli l'aveva dimostrata in privato un mese prima senza tanto chiasso), bensì ciò che ne ricavarono le due parti. Heisenberg e gli altri della scuola delle matrici avevano dedicato tutta la loro carriera a misurarsi con proprietà della natura che credevano esistessero, incorporate nella loro descrizione matriciale. Avevano puntato il loro futuro su questa impostazione. Schrödinger aveva impegnato la propria reputazione nel tentativo di eliminare l'apparente irrazionalità delle discontinuità e dei salti quantici, sostituendola con una resuscitata fisica dei moti ondulatori continui, causali e razionali. Nessuna delle due parti era disposta a concedere all'altra la vittoria e - conseguenza probabile - il predominio professionale. D'un tratto furono messi in discussione la natura e il futuro sviluppo della meccanica quantistica.

La disputa contribuì a inasprire le ambizioni di carriera di Heisenberg. Solo alcune settimane prima che Schrödinger pubblicasse la dimostrazione di equivalenza, Heisenberg aveva rifiutato un posto di professore a Lipsia, preferendo un posto come assistente di Bohr a Copenaghen. Wecklein, il nonno di Werner, corse incredulo a Copenaghen per tentare di dissuadere il nipote dall'assumere quell'incarico proprio nel momento in cui compariva l'articolo di Schrödinger. Le rinnovate pressioni di Wecklein e la sfida lanciata da Schrödinger ai fondamenti della fisica delle matrici spinsero Heisenberg a raddoppiare gli sforzi per produrre un lavoro di qualità tale da farlo accogliere nei circoli specialistici e da procurargli alla fine qualche altra cattedra libera.

Ma nel 1926 almeno tre eventi gli fecero capire quanto fosse ampio il divario intellettuale tra le sue idee e il punto di vista di Schrödinger. Prima ci furono le conferenze sulla nuova fisica tenute da quest'ultimo a Monaco alla fine di luglio. Davanti al folto pubblico, il giovane Heisenberg sostenne che la teoria di Schrödinger non spiegava diversi fenomeni; tuttavia non riuscì a convincere nessuno e lasciò la conferenza scoraggiato. Poi, al convegno autunnale degli scienziati e medici tedeschi, Heisenberg constatò lo schiacciante favore, a suo modo di vedere mal riposto, di cui godevano le idee di Schrödinger.

Infine, nell'ottobre 1926, a Copenaghen, si svolse il dibattito, intenso ma in ultima analisi non decisivo, tra Bohr e Schrödinger. L'esito fu che nessuna delle interpretazioni dei due formalismi della meccanica quantistica venne riconosciuta del tutto accettabile. Chiunque, da una parte o dall'altra, avesse trovato un'interpretazione soddisfacente avrebbe potuto, sembra abbia detto Bohr, realizzare i propri «auspici» per una fisica del futuro.

Sotto la spinta di queste varie motivazioni personali, professionali e scientifiche, nel febbraio del 1927 Heisenberg credette di essersi improvvisamente imbattuto nell'interpretazione cercata: il principio d'indeterminazione. Il percorso intellettuale che lo portò a questa idea tra la fine del 1926 e l'inizio del 1927 partiva dalle ricerche dei suoi colleghi più stretti, specie Jordan e Paul Adrien Maurice Dirac, che insieme formularono la «teoria delle trasformazioni», la quale univa meccanica ondulatoria e meccanica matriciale. L'obiettivo di Heisenberg e alleati era quindi di scoprire un modo irrefutabile per incorporare la discontinuità nel formalismo di Dirac e Jordan.

Una spinta importante a favore della nuova interpretazione fu data da Pauli. Nella lettera del 19 ottobre 1926, in cui informava Heisenberg della disponibilità di una cattedra a Lipsia, Pauli applicò gli stati atomici stazionari alla precedente analisi di Born delle onde elettroniche libere. Egli trovò che per la quantità di moto p e la posizione q di un elettrone in un atomo si dovevano scegliere variabili continue, ma il loro comportamento quantistico manifestava un «punto oscuro»: «Si deve supporre che le p siano *controllate* e le q *non controllate*. Si possono cioè calcolare solo le probabilità di determinate variazioni delle p per condizioni iniziali assegnate e *mediate su tutti i valori possibili delle q*.» Non si può quindi parlare di una «determinata "traiettoria" della particella», scriveva Pauli, né «si può cercare simultaneamente il valore di p e il valore di q».

Heisenberg rispose di essersi «*molto* entusiasmato» per la lettera di Pauli e per il punto oscuro, su cui rifletté di fre-

A esercitare le prime influenze sulla vita di Heisenberg furono il nonno Nikolaus Wecklein (*a*) e il padre August, qui con la moglie Anna e i figli Erwin (*in piedi*) e Werner (*b*). Furono i genitori ad accendere nei due ragazzi l'ambizione accademica. Heisenberg studiò sotto la guida di Niels Bohr (*c*), col quale formulò poi l'interpretazione di Copenaghen. Uno dei primi rivali di Heisenberg fu Erwin Schrödinger (*d*), il cui formalismo ondulatorio si oppose alla meccanica delle matrici proposta da Heisenberg con Max Born (*e*) e Pascual Jordan (*f*, *a destra*). Wolfgang Pauli (*g*) fu di grande aiuto a Heisenberg nel formulare nel 1927 il principio d'indeterminazione. Nel 1929 Heisenberg tenne una serie di conferenze per diffondere lo «spirito di Copenaghen», recandosi negli Stati Uniti, in Giappone, in Cina e infine in India (*h*).

La giovinezza di Werner Heisenberg


a

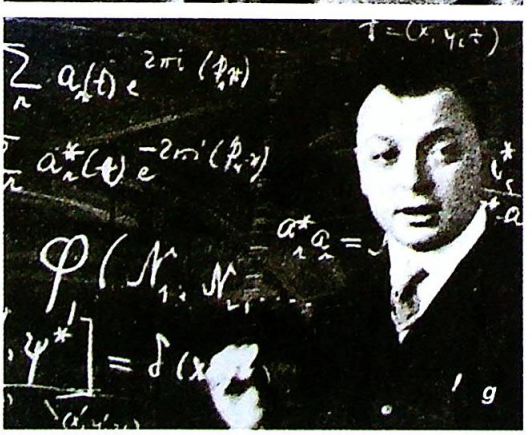

b


c


d

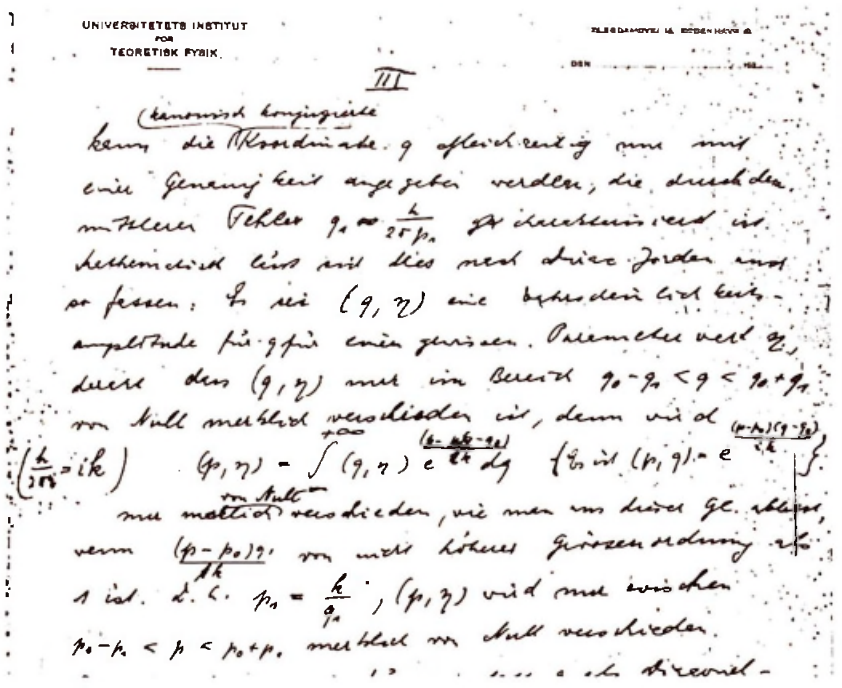

f


e



g


h


UNIVERSITETETS INSTITUT FOR TEORETISK FYSIK.

III

In una lunga lettera scritta a Wolfgang Pauli nel 1927, Heisenberg ricavò le relazioni d'indeterminazione per p e q, dove $p_1 = \sqrt{2}\Delta p$ e $q_1 = \sqrt{2}\Delta q$. Questo passo costituì il punto di partenza per la celebre memoria sul principio d'indeterminazione.

quente durante i mesi successivi. L'entusiasmo di Heisenberg culminò in una lettera di 14 pagine scritta a Pauli il 23 febbraio 1927 in cui esponeva quasi tutti i punti essenziali di una memoria che presentò dopo un mese esatto, intitolata *Sul contenuto* anschaulich *della cinematica e della meccanica teoriche quantistiche*: era la memoria in cui si introduceva il principio d'indeterminazione.

Avendo ricavato le relazioni di indeterminazione sia per via matematica sia attraverso esperimenti concettuali, Heisenberg riteneva che l'accordo tra i due metodi dimostrasse la validità universale dell'indeterminazione. La dimostrazione matematica prendeva le mosse da una funzione d'onda concepita come una curva a campana, cioè una densità di probabilità gaussiana, per la variabile q. L'errore relativo alla conoscenza del valore esatto di q (cioè la deviazione standard) è Δq. Sfruttando il formalismo sviluppato da Dirac e Jordan, Heisenberg trasformò la densità di probabilità gaussiana nella variabile coniugata p.

Nel far questo, scoprì che, per ragioni matematiche, le deviazioni standard delle due distribuzioni - cioè le imprecisioni sui valori di q e di p - sono tra loro inversamente proporzionali. Questa reciprocità può essere precisata ed espressa con la relazione:

$$\Delta p \cdot \Delta q \geq \frac{h}{4\pi},$$

dove h è la costante di Planck. Heisenberg dimostrò poi che questo non è solo un risultato astratto, ma è compatibile con qualunque esperimento immaginabile riguardante la misurazione simultanea di coppie di variabili coniugate, come posizione e quantità di moto o energia e tempo.

La compatibilità con gli esperimenti si basava tuttavia su svariate novità che Heisenberg aveva introdotto allo scopo di incorporare la discontinuità e le particelle. Tra queste vi era la ridefinizione del termine *anschaulich* nel titolo: esso non significava più visualizzabile o intuitivo, bensì «fisico» o significativo sotto il profilo empirico. Questa modificazione era intesa a parare la critica di Schrödinger che una fisica delle particelle discontinua è essenzialmente irrazionale e *unanschaulich*. Questa ridefinizione era strettamente legata alla ridefinizione di certi concetti classici come posizione, velocità e traiettoria di una particella atomica in termini delle operazioni sperimentali effettuate per misurare le grandezze suddette: una forma di operazionismo. Solo ciò che il fisico può misurare ha un significato reale; e in queste misurazioni si manifestano sempre le relazioni d'indeterminazione.

Per il giovane Heisenberg il principio d'indeterminazione costituiva il culmine e il completamento della rivoluzione quantistica, una rivoluzione che incorporava il suo apporto a fondamenti che lui stesso aveva concorso a costruire. E come per tacitare qualunque obiezione a questo punto di vista, concludeva la versione pubblicata della sua memoria con parecchie affermazioni che andavano molto al di là della matematica e dell'esperimento concettuale. Con la teoria delle trasformazioni di Dirac e Jordan, dichiarò Heisenberg, il formalismo quantistico è completo e inalterabile: le relazioni d'indeterminazione sono vere e irrefutabili poiché sono una conseguenza diretta del formalismo. Tutte le osservazioni passate e future dei fenomeni atomici ricadono quindi sotto questa interpretazione.

Inoltre, sosteneva, benché la fisica quantistica contenga un elemento statistico fondamentale, questo elemento non è una proprietà intrinseca della natura: esso si manifesta a causa della perturbazione provocata dallo scienziato nel tentativo di osservare la natura. Infine Heisenberg faceva la sua prima affermazione esplicita su una delle conseguenze più profonde dell'indeterminazione: una sfida alla causalità.

Il principio di causalità postula che ogni effetto sia preceduto da un'unica causa. Per oltre un secolo questa idea era stata a fondamento pressoché di tutte le forme di ricerca razionale. Al matematico francese Laplace si attribuisce la definizione forse più semplice di causalità applicata alla meccanica newtoniana: se la posizione e la quantità di moto di una particella sono noti con precisione in un istante dato, allora, conoscendo tutte le forze agenti sulla particella, il suo moto è completamente determinato in tutti gli istanti successivi dalle equazioni della meccanica.

Il principio d'indeterminazione, affermava Heisenberg, nega tutto ciò: «Nella formulazione rigorosa della legge di causalità, "se conosciamo il presente possiamo calcolare il futuro", non è sbagliata la conclusione, bensì la premessa.» I valori iniziali della quantità di moto e della posizione non possono essere misurati simultaneamente con precisione assoluta. Quindi per ogni istante futuro si può calcolare soltanto un intervallo di valori possibili della posizione e della quantità di moto della particella. Il moto effettivo della particella indicherà una sola possibilità. Il legame causale tra presente e futuro è perduto e le leggi e le previsioni della meccanica quantistica assumono una natura puramente probabilistica, ossia statistica.

La memoria di Heisenberg sul principio d'indeterminazione era di vasta portata e di notevole profondità sotto quasi tutti gli aspetti. Oltre a soddisfare talmente bene gli scopi dell'autore, l'articolo appariva consono al suo carattere.

Quando il suo mentore Bohr gli fece osservare un errore nel ragionamento, Heisenberg difese con testardaggine la propria posizione, fino al punto che nel corso della primavera del 1927 la disputa degenerò in quelle che Heisenberg chiamò «gravi incomprensioni personali».

L'errore riguardava l'eccessiva fiducia che Heisenberg accordava alla discontinuità e alle caratteristiche corpuscolari dei quanti di luce in uno dei suoi fondamentali esperimenti concettuali, quello cosiddetto del microscopio a raggi gamma.

Bohr, tornando all'istituto da una vacanza sulla neve, trovò la memoria di Heisenberg già in bozza. Inviando, su richiesta dell'autore, il lavoro ad Albert Einstein, Bohr si lamentò in privato con lui: l'impostazione data da Heisenberg nel suo complesso appariva eccessivamente limitata e l'esperimento del microscopio a raggi gamma era del tutto sbagliato, nonostante il fatto che il risultato fosse corretto.

Secondo l'opinione di Bohr le relazioni di indeterminazione non scaturivano soltanto dal formalismo, dalla ridefinizione di concetti fondamentali e dalla preminenza della discontinuità e delle particelle sulle onde continue. Erano di cruciale importanza anche il dualismo onda-particella e, nel microscopio a raggi gamma, la diffusione delle onde luminose provocata dagli elettroni nella lente del microscopio.

Le rappresentazioni ondulatoria e corpuscolare, pur essendo «complementari», ossia mutuamente esclusive, apparivano congiuntamente essenziali. Bohr sosteneva che per analizzare l'esperimento lo sperimentatore avrebbe dovuto scegliere o la rappresentazione ondulatoria o quella corpuscolare. Era il prezzo imposto da questa preferenza che si esplicava in una limitazione di ciò che è possibile imparare dall'esperimento e questa limitazione era rappresentata dalle relazioni d'indeterminazione. Il ragionamento di Heisenberg era soltanto un caso particolare di quella che ora Bohr chiamava complementarità.

Heisenberg dissentì con veemenza e insistette sul valore fondamentale costituito dalle particelle e dalla discontinuità, rifiutando, nonostante il consiglio di Bohr, di ritirare l'articolo, che nel frattempo era stato mandato alle stampe. Heisenberg non tollerava il vasto impiego di onde o di concetti di meccanica ondulatoria né poteva rinunciare alla pubblicazione di quello che era il suo contributo più importante al dibattito sull'interpretazione.

La conseguente disputa con Bohr divenne talmente aspra che, a quanto si dice, nel corso di una riunione Werner scoppiò in lacrime e riuscì perfino a ferire l'imperturbabile Bohr con alcune osservazioni taglienti. Naturalmente per il venticinquenne Heisenberg la posta in gioco era molto alta: le sue nuove idee, i suoi progetti accademici e forse anche il suo indubbio desiderio di essere pari ai suoi mentori sul piano intellettuale.

In maggio il suo articolo comparve senza modifiche sulle pagine di una importante rivista tedesca di fisica, ma conteneva un breve poscritto in cui si ammetteva l'errore del microscopio e si segnalavano ai lettori alcuni punti essenziali del ragionamento di Bohr.

Circa quattro mesi dopo, Heisenberg si era asciugato le lacrime e il suo tono appariva completamente cambiato, tanto che a quel punto egli sembrava grato a Bohr per le sue critiche. Quando nel settembre 1927 Bohr illustrò per la prima volta la complementarità nel corso del Convegno internazionale di fisica di Como, Heisenberg, prima così sicuro dell'indeterminazione, gli espresse il primo dei suoi generosi riconoscimenti. Nella versione pubblicata della discussione che seguì l'esposizione di Bohr a Como, Heisenberg lo ringraziava per aver chiarito l'indeterminazione «in ogni particolare» e per aver enunciato quella che fu poi chiamata interpretazione di Copenaghen.

L'esperimento ideale del microscopio a raggi gamma

Per illustrare il principio d'indeterminazione, Heisenberg ricorse a un esperimento ideale. Usando un microscopio di elevata risoluzione, che per l'illuminazione sfruttava i raggi gamma, egli tentò di dimostrare che la posizione e la quantità di moto dell'elettrone obbedivano al principio d'indeterminazione. Benché Heisenberg avesse ricavato il risultato corretto, Bohr osservò che nell'esperimento originale erano stati trascurati due punti essenziali: il potere di risoluzione del microscopio e il dualismo onda-particella. Nella versione corretta, un elettrone libero è situato direttamente sotto l'obiettivo del microscopio. L'elettrone vede la lente circolare sotto un cono di apertura 2Θ. L'elettrone viene poi illuminato da un raggio gamma proveniente da sinistra. Secondo i principi dell'ottica ondulatoria il microscopio può risolvere oggetti fino a una grandezza Δx, che è legata a Θ e alla lunghezza d'onda λ dalla formula:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \Theta}.$$

Nell'istante in cui la luce viene diffratta nell'obiettivo del microscopio, l'elettrone si sposta a destra. Dopo l'urto, il raggio gamma osservato potrebbe essere diffuso secondo qualsiasi angolo entro il cono 2Θ. Nel caso estremo di diffusione verso il bordo anteriore (destro) della lente, la componente della quantità di moto nella direzione x sarebbe

$$p'_x + \frac{h}{\lambda'} \sin \Theta,$$

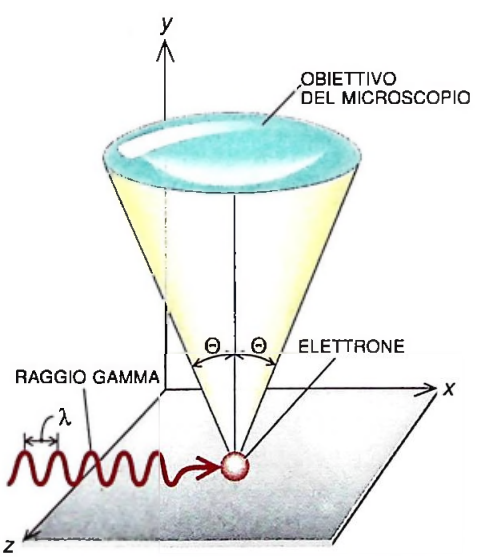
dove p'_x è la componente secondo x della quantità di moto dell'elettrone, λ' è la lunghezza d'onda del raggio gamma deviato, h è la costante di Planck (che lega la frequenza del fotone alla sua energia) e h/λ' è la quantità di moto totale del fotone del raggio gamma. Nell'altro caso limite, il raggio gamma diffonde all'indietro, colpendo il bordo sinistro della lente. In questo caso la componente secondo x della quantità di moto totale è

$$p''_x - \frac{h}{\lambda''} \sin \Theta.$$

In entrambi i casi la componente secondo x della quantità di moto finale dev'essere uguale alla stessa componente della quantità di moto iniziale.

Quindi:

$$p'_x + \frac{h}{\lambda'} \sin \Theta = p''_x - \frac{h}{\lambda''} \sin \Theta.$$



Se l'angolo Θ è piccolo, allora $\lambda' \sim \lambda'' \sim \lambda$:

$$p''_x - p'_x = \Delta p_x \sim \frac{2h}{\lambda} \sin \Theta.$$

Poiché $\Delta x = \lambda/2 \sin \Theta$, vi è una relazione di reciprocità tra le indeterminazioni minime delle posizioni dell'elettrone lungo l'asse x e delle componenti della sua quantità di moto lungo lo stesso asse:

$$\Delta p_x \sim \frac{h}{\Delta x}.$$

Se l'incertezza è maggiore di questo minimo, si ricava la disuguaglianza

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq h$$

che approssima la relazione d'indeterminazione di Heisenberg.

Può darsi che l'improvviso cambiamento nell'atteggiamento di Heisenberg dipendesse dal fatto di aver raggiunto i suoi traguardi. Nello stesso mese del Convegno di Como, aveva infatti saputo della sua imminente chiamata alla cattedra di Lipsia: quella meta era stata infine raggiunta.

Mentre la brama di mettere in luce le proprie capacità e i propri contributi alla meccanica quantistica si attenuava, in Heisenberg emergeva un altro desiderio, che ora riguardava anche Bohr: istituire a Lipsia un programma di ricerca di altissimo livello sui fondamenti della fisica. Oltre a consolidare il concetto ancora gracile di indeterminazione, le idee di Bohr fornivano un punto di riferimento ai seguaci della scuola danese che, al pari di Heisenberg, vagheggiavano una fisica compiuta da poter diffondere dalle loro cattedre appena acquisite e sfruttare nei loro articoli. Heisenberg e gli altri discepoli di Bohr non si mettevano più al servizio di singoli programmi e scoperte, come la meccanica delle matrici o l'indeterminazione, bensì dello «spirito di Copenaghen».



A 65 anni Heisenberg fu invitato a tenere alcune conferenze all'Università di Lipsia dove aveva a lungo svolto le proprie ricerche. Pochi anni dopo si ammalò e nel 1976 morì di cancro.

Heisenberg e gli altri riuscirono a far accettare la loro interpretazione nonostante le perduranti obiezioni di maestri come Einstein e Schrödinger. Nel lustro che seguì il Convegno di Como e la successiva Conferenza Solvay, Heisenberg e il gruppo del suo istituto formularono importanti teorie quantistiche sullo stato solido cristallino, sulla struttura molecolare, sulla diffusione della radiazione da parte dei nuclei e sulla struttura nucleare degli atomi. Con altri teorici, essi fecero enormi progressi verso una teoria quantistica relativistica dei campi e gettarono le fondamenta delle ricerche sulla fisica delle alte energie.

Questi risultati attrassero naturalmente molti tra i migliori studenti verso istituti come quello di Heisenberg. Questi studenti, nutriti della dottrina di Copenaghen, formarono una nuova generazione dominante di fisici che, quando dovettero emigrare in seguito all'ascesa al potere di Hitler negli anni trenta, portarono le loro idee in tutto il mondo.

Heisenberg e altri della scuola di Copenaghen non persero tempo nel portare la loro dottrina a quanti non visitavano gli istituti europei. In particolare Heisenberg trovò negli Stati Uniti un terreno fertile per fare proseliti. In un giro del mondo compiuto nel 1929 insieme a Dirac, Heisenberg tenne all'Università di Chicago alcune conferenze sull'interpretazione di Copenaghen che ebbero un effetto enorme. Nella prefazione della pubblicazione che fece seguito a queste conferenze, egli scrisse: «Questo libro avrà raggiunto il suo scopo se sarà riuscito a contribuire alla diffusione di quel *Kopenhagener Geist der Quantentheorie* ... che ha guidato tutto lo sviluppo della fisica atomica moderna.»

Di ritorno a Lipsia, l'araldo di questo *Geist* vide che le sue prime idee scientifiche erano adesso ampiamente accettate dalla comunità dei fisici, che gli accordò una posizione di rilievo sia sotto il profilo istituzionale sia sotto quello scientifico. Nel 1933 questa comunità conferì a Heisenberg, insieme con Schrödinger e Dirac, il riconoscimento più ambito: il premio Nobel.

Benché oggi venga celebrato a ragione come uno dei massimi fisici dei tempi moderni, Heisenberg fu anche criticato per molti comportamenti tenuti dopo l'ascesa al potere di Hitler. Pur non iscrivendosi mai al partito nazionalsocialista, Heisenberg ricoprì rilevanti posizioni accademiche e divenne portavoce della cultura tedesca nei territori occupati. Rifiutando varie proposte di trasferimento all'estero, guidò le principali ricerche sulla fissione dell'uranio nel Terzo Reich. Dopo la guerra fornì per la sua condotta spiegazioni che offuscarono ancora di più la sua reputazione all'estero. La sconcertante combinazione di comportamenti discutibili e di brillanti studi rispecchia l'ardua situazione degli scienziati e della scienza in un secolo turbolento e brutale. Per Heisenberg, leale suddito della Germania che aveva indagato i misteri della natura, era arduo cogliere e condannare le aberrazioni della patria. Morì di tumore nel 1976, nella sua casa di Monaco.

(Da «Le Scienze» n. 287, luglio 1992.)

DAVID C. CASSIDY *insegna presso la Hofstra University. Ha lavorato alle università di Stoccarda e di Regensburg.*

La fase geometrica

di Michael Berry

Consente di spiegare sia l'effetto di trasformazioni adiabatiche di un sistema quantistico sulla fase della funzione d'onda di una particella, sia la rotazione del piano d'oscillazione del pendolo

Prendiamo una matita, appoggiamola sul polo nord di un mappamondo e puntiamola in direzione di un meridiano arbitrario. Facciamo scorrere la matita lungo questo meridiano fino all'equatore e, tenendola sempre perpendicolare a quest'ultimo, spostiamola su un altro meridiano. Se ora riportiamo la matita al polo nord lungo il nuovo meridiano, ci accorgiamo che essa, sebbene sia tornata al punto di partenza e non abbia subito alcuna rotazione, non punta più nella direzione del primo meridiano.

Questo semplice esercizio illustra come la «traslazione parallela» di un vettore (un ente dotato di modulo, direzione e verso) lungo una curva chiusa su una superficie curva generi un'anolonomia: ossia alcune variabili che descrivono il sistema non tornano al loro valore iniziale. In questo esempio l'anolonomia deriva dal fatto che la matita è stata costretta a descrivere un circuito sulla superficie di una sfera rimanendo costantemente parallela ai meridiani. Si tratta di un fenomeno puramente geometrico che non dipende dall'energia o dalla massa della matita né dalla sua direzione iniziale. L'entità dell'anolonomia dipende solo dall'area e dalla curvatura della superficie racchiusa dal circuito.

Nel 1983 scoprii che un effetto geometrico analogo si presenta nelle onde quantistiche che descrivono la materia e le sue interazioni alle scale minime. In questo caso l'anolonomia compare nella funzione d'onda di un sistema (cioè nella descrizione matematica del suo stato fisico) dopo che il sistema è stato traslato lungo una curva chiusa su una superficie astratta dello «spazio dei parametri». A questa anolonomia ho dato il nome di fase geometrica, perché si manifesta specificamente come una variazione della fase della funzione d'onda, la grandezza che indica dove si trova la funzione d'onda nel suo ciclo d'oscillazione in ogni istante e in ogni punto.

Si dà il caso che la fase geometrica fornisca un'elegante spiegazione di svariati fenomeni quantistici in sistemi il cui ambiente subisce una modificazione ciclica: neutroni che attraversano un campo magnetico elicoidale, luce polarizzata in una spira di fibra ottica e particelle cariche che si muovono in un campo magnetico isolato. Più sorprendente è forse il fatto che la fase geometrica possa essere generalizzata anche a certe applicazioni della fisica classica. Fra l'altro essa offre un metodo nuovo per descrivere il comportamento di taluni sistemi, come i pendoli, illustrati su tutti i libri di testo di fisica.

Scoprii l'applicabilità generale della fase geometrica in meccanica quantistica mentre studiavo gli stati quantici stazionari che possono essere assunti da sistemi microscopici in ambienti che non variano. Un atomo di idrogeno isolato costituisce un esempio di stato quantico stazionario, poiché l'unico elettrone dell'atomo si muove nel campo elettrico invariabile del suo nucleo. In uno stato del genere (che è caratterizzato da un particolare insieme di numeri quantici) le misurazioni effettuate sull'atomo in qualunque istante forniscono sempre lo stesso risultato, eccetto che per variazioni di fase prive di conseguenze subite dalla funzione d'onda che descrive il sistema.

Queste variazioni di fase derivano dalla fase dinamica inerente a ogni onda, quantistica o classica. Il modo migliore per capire che cosa sia la fase dinamica è quello di ricorrere a un noto esempio: l'onda progressiva che si genera scuotendo una lunga corda tesa fissata a un'estremità. Con una serie di fotografie si potrebbe dimostrare che i punti della corda che in un'immagine si trovano sulle creste delle onde in un'altra non sono più sulle creste (a meno che le fotografie non vengano scattate in sincronia con il periodo dell'onda). In altre parole, la fase dell'onda si modifica da una fotografia all'altra. La velocità con cui la fase si modifica coincide con la frequenza istantanea dell'onda, la quale per uno stato quantico stazionario è proporzionale all'energia dello stato stesso. Siccome la fase dinamica non ha alcun effetto sull'energia o sull'estensione spaziale della funzione d'onda di un sistema quantistico, essa non influisce su un sistema che si trovi in uno stato stazionario.

Lo studio degli stati stazionari è oggetto della statica quantistica. Ma la statica costituisce solo una parte della fisica, sia quantistica sia classica. L'altra parte è la dinamica, che studia le forze variabili e le transizioni fra stati stazionari diversi. L'ambito della fisica che all'epoca mi interessava in modo particolare è situato al confine fra statica e dinamica; studiavo infatti gli effetti esercitati su un sistema da trasformazioni lentissime dell'ambiente. Queste lente trasformazioni ambientali, denominate trasformazioni adiabatiche, sono oggetto di un teorema fondamentale, formulato per la prima volta nel 1911 da Albert Einstein e Paul Ehrenfest al di fuori di un contesto quantistico formale e poi dimostrato rigorosamente nel 1927 da Max Born e Vladimir A. Fok nel quadro della meccanica quantistica.

Il teorema adiabatico quantistico afferma che un sistema che si trovi inizialmente in uno stato stazionario caratterizzato da un certo insieme di numeri quantici resta in uno stato stazionario caratterizzato dallo stesso insieme di numeri quantici anche se il suo ambiente subisce una lenta trasformazione. Il teorema è importante perché gli ambienti iniziale e finale, e quindi la forma effettiva dei corrispondenti stati stazionari, possono essere anche piuttosto diversi: la condizione adiabatica richiede solo che la trasformazione dell'ambiente sia lenta, non che sia piccola. (Se la trasformazione non è lenta il teorema non vale e il sistema passa a stati caratterizzati da altri numeri quantici.)

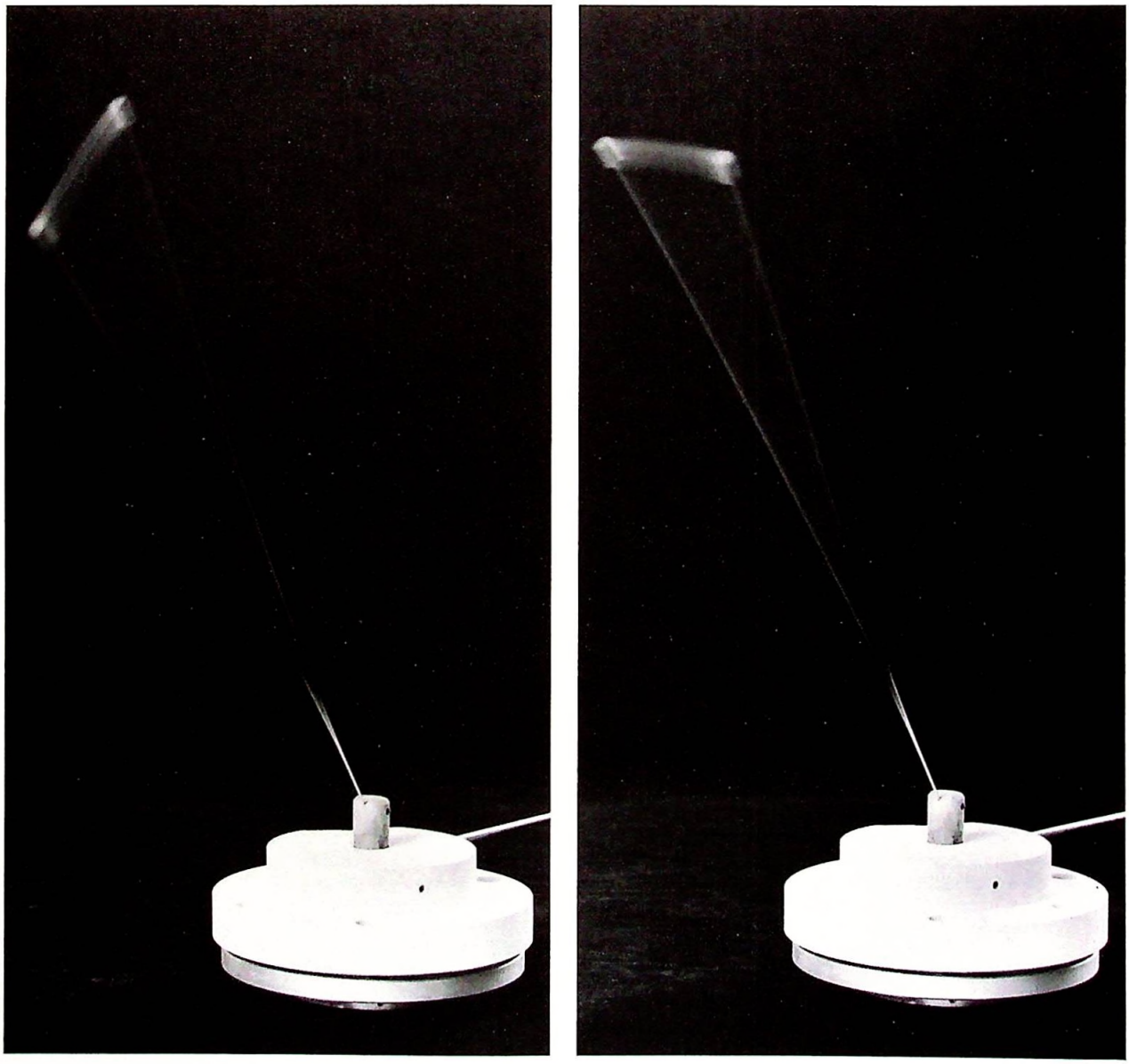
L'applicazione forse più utile del teorema adiabatico è rappresentata dall'approssimazione degli stati quantici di una

molecola, che è un insieme di elettroni e nuclei in costante movimento. I fisici non sono ancora riusciti a ottenere una soluzione *esatta* dell'equazione che specifica la meccanica quantistica neppure della molecola più semplice (la molecola di idrogeno elettricamente carica, che ha due protoni e un solo elettrone). Tuttavia, siccome i nuclei hanno masse parecchie migliaia di volte superiori a quella degli elettroni, si può pensare che essi si muovano molto più lentamente degli elettroni. Poiché i nuclei costituiscono l'«ambiente» degli elettroni, si può affermare che durante il moto dei nuclei gli stati degli elettroni subiscano un'evoluzione adiabatica. Pertanto il moto continuo dei nuclei può essere scomposto in una successione di configurazioni «congelate», ciascuna delle quali possiede stati quantici dati dai corrispondenti stati stazionari degli elettroni.

Poiché un sistema quantistico in un ambiente in lenta trasformazione resta in uno stato stazionario, si potrebbe pensare che una trasformazione adiabatica non sia in realtà una trasformazione. Questa in ogni caso è stata per molti anni l'opinione prevalente tra i fisici e per questo motivo è stato trascurato un curioso ed enigmatico effetto delle trasformazioni adiabatiche sulla fase di una funzione d'onda.

Consideriamo la fase della funzione d'onda di un sistema quantistico che abbia subito una trasformazione adiabatica ciclica, tale cioè da lasciare l'ambiente nelle stesse condizioni precedenti la trasformazione. Benché gli stati iniziale e finale del sistema siano esattamente gli stessi, le fasi delle funzioni d'onda iniziale e finale differiscono a causa della fase dinamica della funzione d'onda, che dipende dal tempo. Questa differenza di fase si avrebbe anche se l'ambiente non si modificasse: essa rispecchia semplicemente il tempo che il sistema ha impiegato per compiere il ciclo.

Tutto ciò era ben noto. Io sono riuscito a dimostrare che una trasformazione adiabatica ciclica arbitraria può modificare la fase della funzione d'onda in un altro modo, piuttosto sorprendente, e ho ricavato dalla fisica quantistica una formula per la nuova variazione di fase. Per comprendere questa formula con-



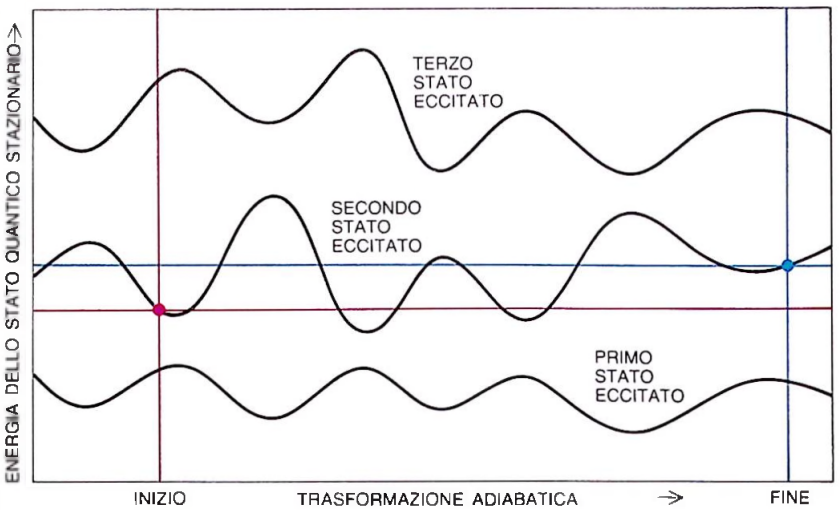
L'anolonomia, il fenomeno soggiacente alla fase geometrica, è illustrata da un dispositivo costruito da Moshe Kugler e Shmuel Shtrikman del Weizmann Institute of Science, in Israele. Si tratta dell'effetto geometrico per cui le variabili che descrivono un sistema non riprendono i loro valori originali dopo che il sistema ha compiuto una rivoluzione. Un filo fissato a una base vibra in un piano (*a sinistra*). La base viene fatta ruotare e dopo una rivoluzione (*a destra*) il filo non vibra più in quel piano.

viene rappresentare le lente trasformazioni dell'ambiente con un circuito chiuso in un sistema di riferimento astratto i cui assi siano parametri, cioè variabili fisiche che descrivono l'ambiente del sistema. L'analogia con l'esempio della matita e del mappamondo è evidente: la variazione di fase può essere vista come la conseguenza di un'anolonomia che si presenta ogni qual volta il sistema percorra una curva chiusa su una superficie curva dello spazio dei parametri.

In effetti, come ha messo in evidenza Barry M. Simon del California Institute of Technology, la trattazione matematica della traslazione parallela di un vettore lungo un circuito su una superficie curva fornisce (se la si generalizza in modo opportuno) lo stesso risultato della formula per la componente di fase che io ho ottenuto dalla fisica quantistica. Come nell'esempio della matita e del mappamondo, la variazione di fase può essere calcolata in base all'area e alla curvatura della superficie racchiusa dal circuito.

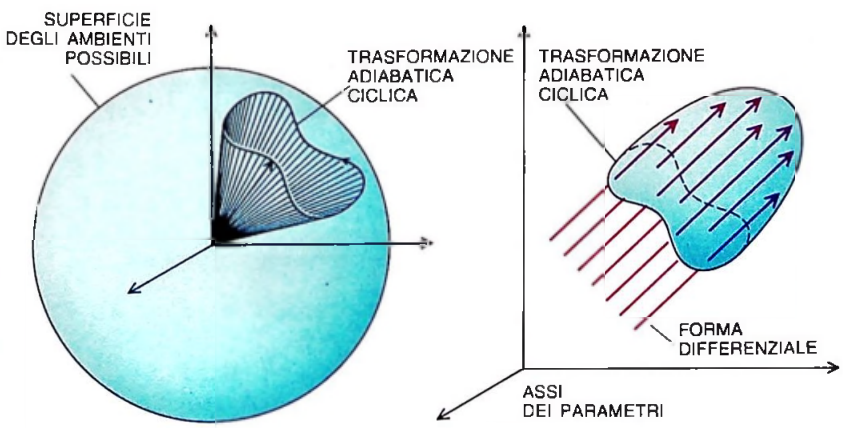
Poiché questa variazione di fase dipende solo dalla geometria del circuito nello spazio dei parametri, l'ho chiamata fase geometrica. Essa è indipendente dal tempo impiegato dal sistema per percorrere il circuito (purché il processo si svolga abbastanza lentamente da costituire una trasformazione adiabatica), ma è sensibile alla forma del circuito e allo stato quantico iniziale del sistema. La fase geometrica può dunque essere considerata la migliore risposta che il sistema può fornire alla domanda: «Quale traiettoria ha seguito il sistema nello spazio dei parametri?» In questo senso costituisce una sorta di «memoria» quantistica, poiché contiene informazioni sugli ambienti precedenti del sistema.

Da quando ho dimostrato la possibilità teorica di applicare la fase geometrica a una trasformazione adiabatica ciclica arbitraria, essa è stata calcolata per vari sistemi e per vari circuiti dello spazio dei parametri. Il fenomeno è stato anche misurato per via sperimentale in spin quantistici fatti «riorientare» lentamente. Lo spin quantistico di una particella può essere concepito grosso modo come il momento angolare di una minuscola trottola che ruota sul suo asse. Gli stati stazionari dello spin della particella sono caratterizzati da un numero quantico che esprime il valore del suo momento angolare (che è una grandezza vettoriale) misurato lungo una direzione determinata dalla particolare simmetria del suo ambiente. Un esempio di direzione ricavata in questo modo da considerazioni di simmetria (che d'ora in poi chiameremo asse di simmetria) è la direzione di un campo magnetico per particelle sensibili alle forze magnetiche. Se l'asse di simmetria viene modificato lentamente, il teorema adiabatico garantisce che lo spin delle particelle si riorienta con l'asse di simmetria, conservando la componente del momento angolare della particella lungo quest'asse e quindi il suo numero quantico di spin.

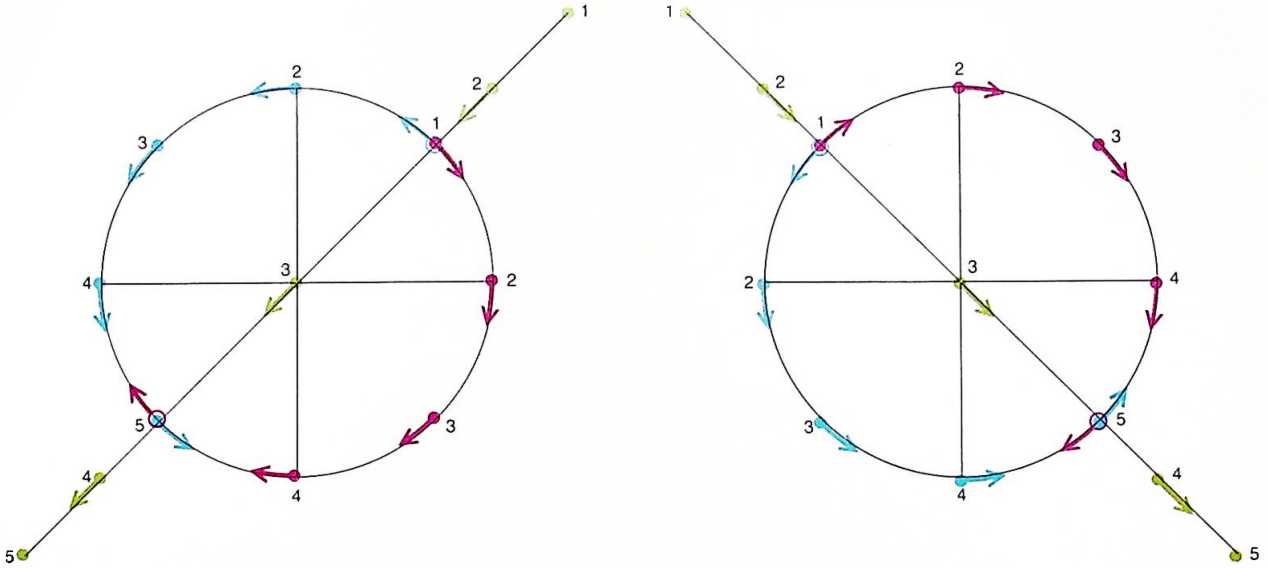


Le trasformazioni adiabatiche sono trasformazioni nell'ambiente di un sistema che si svolgono abbastanza lentamente da consentirgli di mantenersi in ogni istante in equilibrio con l'ambiente. Di norma quando l'ambiente è statico il sistema assume uno stato detto stazionario (caratterizzato da un insieme di numeri quantici). Secondo il teorema adiabatico quantistico, un sistema che si trovi in uno stato stazionario può restare in uno stato stazionario caratterizzato dallo stesso insieme di numeri quantici anche se l'ambiente si trasforma, purché la trasformazione sia adiabatica. Il teorema vale anche se l'ambiente e l'energia finali del sistema sono molto diversi da quelli iniziali.

Un asse di simmetria può essere rappresentato da un vettore di modulo unitario e di origine fissa. Poiché un asse di simmetria è una direzione arbitraria, gli estremi di tutti i possibili vettori corrispondenti agli assi di simmetria giacciono su una superficie sferica di raggio unitario con il centro nell'origine dei vettori. Questa superficie sferica rappresenta lo spazio dei parametri degli spin riorientati, poiché l'asse di simmetria determina l'ambiente in cui lo spin di una particella è misurato. Quindi una successione arbitraria di modificazioni nell'asse di simmetria può essere rappresentata da una curva sulla superficie della sfera. Naturalmente se la curva è chiusa queste modificazioni sono cicliche. Con la teoria dei quanti ho dimostrato che seguendo una curva siffatta la particella acquista una fase gometrica data dal prodotto del suo numero quantico di spin per l'an-



Per un sistema quantistico il cui ambiente abbia subito una trasformazione adiabatica ciclica la fase geometrica può essere ricavata riportando tutti gli ambienti possibili in un sistema di riferimento i cui assi siano parametri (variabili fisiche che descrivono l'ambiente). Una trasformazione adiabatica ciclica è rappresentata da una curva chiusa in questo «spazio dei parametri». Nel caso più semplice la fase geometrica è data in termini dell'area di una superficie arbitraria racchiusa dalla curva. Se la superficie è sferica (*a sinistra*), l'area equivale all'angolo solido sotteso dalla curva. La fase geometrica può essere più facilmente generalizzata a spazi di parametri con più di tre dimensioni se è espressa in termini di «forma differenziale» (*a destra*), interpretabile come la rappresentazione del flusso di una grandezza attraverso lo spazio. La fase geometrica può essere calcolata integrando, o sommando, la forma differenziale su una superficie arbitraria che ne «catturi» tutto il flusso attraverso il circuito.



Dalla sovrapposizione di due moti circolari con verso opposto può risultare un moto lineare. Sommando le coordinate dei punti in rosso e in blu, che percorrono circonferenze concentriche di raggio uguale, si ottengono le coordinate di un terzo punto (*in verde*) che si sposta avanti e indietro su una retta. La direzione della retta dipende dalla fase relativa dei due punti in moto circolare. Se essi partono dal primo quadrante del sistema di coordinate (*a sinistra*), la retta avrà un'inclinazione di 45 gradi. Se partono dal quarto quadrante (*a destra*), l'inclinazione sarà di 135 gradi. In modo simile si può spiegare come la sovrapposizione di due stati di luce con polarizzazione circolare e versi di rotazione opposti possa dare una luce polarizzata linearmente. Anche in questo caso la direzione di polarizzazione della luce è determinata dalla fase relativa degli stati.

golo solido sotteso dalla curva sulla superficie sferica (lo spazio dei parametri).

Come si fa a misurare la fase geometrica delle particelle microscopiche riorientate? Nonostante la sua natura fondamentale, la fase di un'onda quantistica non può essere rilevata direttamente: diventa misurabile solo quando due o più onde quantistiche vengono combinate e producono figure d'interferenza. Quando due onde si sommano, l'ampiezza dell'onda risultante è la somma delle ampiezze delle onde componenti se la cresta di un'onda coincide con la cresta dell'altra e un ventre coincide con un ventre. Ma se le creste corrispondono ai ventri, l'ampiezza dell'onda risultante è pari alla differenza delle ampiezze delle onde componenti. Quindi l'andamento dell'ampiezza dell'onda risultante - la figura d'interferenza - rivela le fasi relative delle onde componenti. (La differenza di fase di due onde è la frazione di ciclo di cui deve avanzare una delle due onde affinché le sue creste e i suoi ventri coincidano con quelli dell'altra. Le frazioni di ciclo sono espresse di solito in unità angolari, per esempio in gradi o in radianti; un ciclo completo misura 360 gradi oppure 2π radianti).

È chiaro che per misurare la fase geometrica della funzione d'onda di una particella riorientata, la si deve prima «sommare» a un'altra particella per generare figure d'interferenza misurabili. In linea di principio ciò si può fare dividendo in due un fascio di particelle tutte nello stesso stato di spin, riorientando gli spin di uno dei due fasci e ricombinando infine i fasci. Talvolta ciò riesce anche in pratica, ma spesso gli esperimenti si sono dimostrati di difficile esecuzione.

Più frequentemente le particelle del fascio di partenza si trovano in una sovrapposizione di diversi stati stazionari di spin, ciascuno caratterizzato da un diverso numero quantico di spin. Gli stati sovrapposti si combinano tra loro in un modo che dipende dalle fasi relative delle rispettive funzioni d'onda. Dato che la fase geometrica delle funzioni d'onda dipende dai rispettivi numeri quantici di spin, le fasi delle funzioni d'onda costituenti subiscono variazioni diverse quando lo spin di una particella viene riorientato, e ciò modifica il modo in cui gli stati si combinano per formare lo stato sovrapposto. Generalmente è più facile rilevare queste modificazioni della forma dello stato sovrapposto che non le variazioni prodotte nella figura d'interferenza dalla combinazione di due fasci di particelle con un unico stato di spin, riorientato e non riorientato.

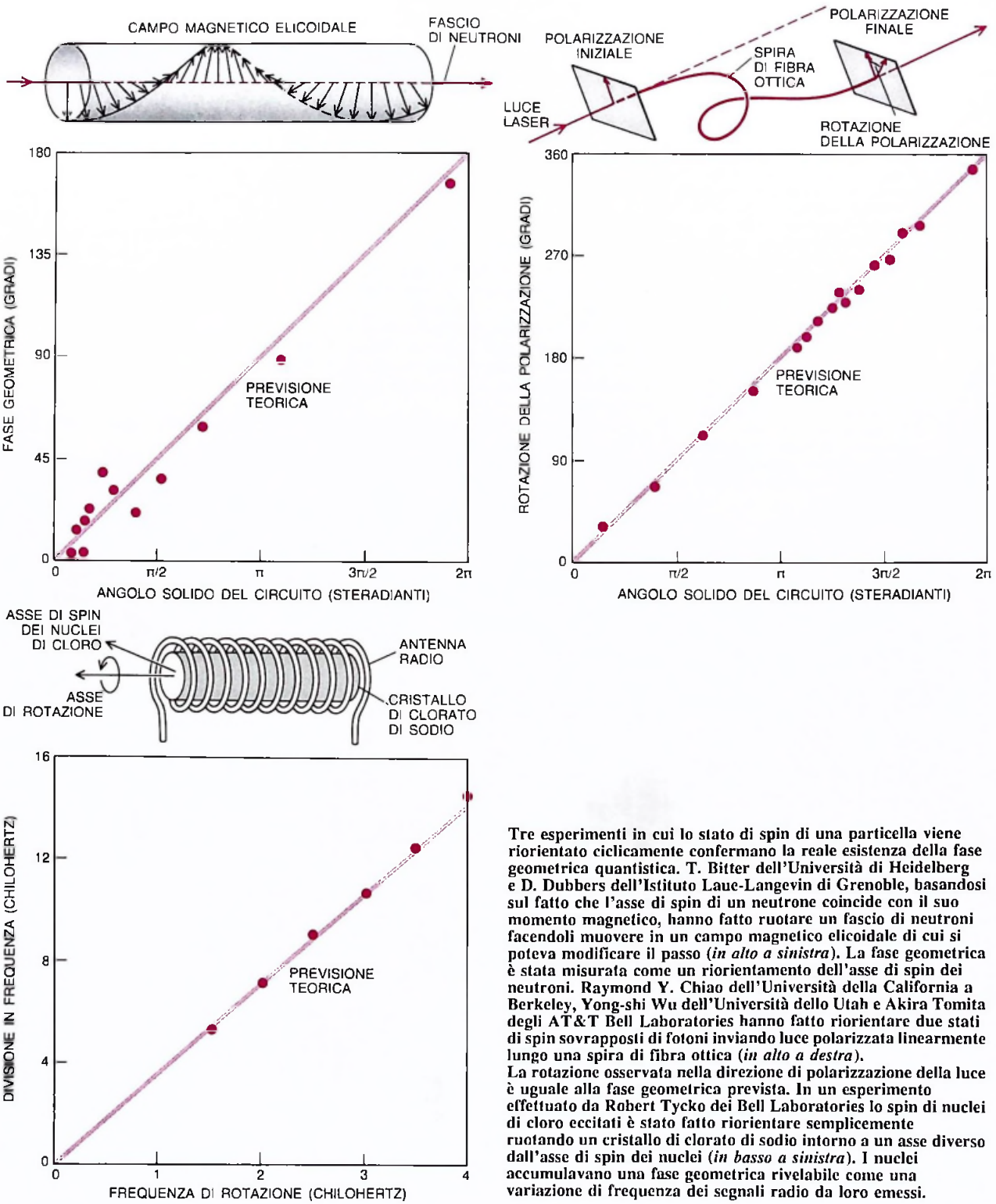
La formula dell'angolo solido per la fase geometrica degli spin riorientati è stata confermata per parecchi tipi diversi di particelle. T. Bitter dell'Università di Heidelberg e D. Dubbers dell'Istituto Laue-Langevin di Grenoble hanno lavorato con i neutroni, per i quali la direzione dello spin coincide con quella del momento magnetico. Il momento magnetico del neutrone consente di riorientare il suo spin modificando la direzione di un campo magnetico poiché le linee del campo forniscono l'asse di simmetria. Nel loro esperimento, Bitter e Dubbers modificarono l'asse di simmetria in modo ciclico facendo passare un fascio di neutroni in un campo magnetico elicoidale generato da una bobina ritorta percorsa da corrente. L'angolo solido sotteso dalla curva chiusa nel corrispondente spazio dei parametri potrebbe essere facilmente modificato variando l'intensità di un altro campo magnetico lungo l'asse del fascio.

Sebbene anche un fotone abbia uno spin, esso non possiede un momento magnetico con cui poter riorientare lo spin. Raymond Y. Chiao dell'Università della California a Berkeley, Yong-shi Wu dell'Università dello Utah e Akira Tomita, degli AT&T Bell Laboratories hanno tuttavia ideato ed eseguito un esperimento in cui lo spin dei fotoni è stato riorientato. Essi si sono basati sul fatto che il vettore di spin di un fotone punta o nella direzione di propagazione o in quella opposta, quindi per riorientare lo spin di un fotone basta modificare la sua direzione di propagazione. Confinando un fascio di luce laser in una spira di fibra ottica, Chiao e colleghi sono riusciti a riorientare lo spin dei fotoni; facendo in modo che le due estremità della fibra fossero parallele, i ricercatori hanno reso ciclico il processo.

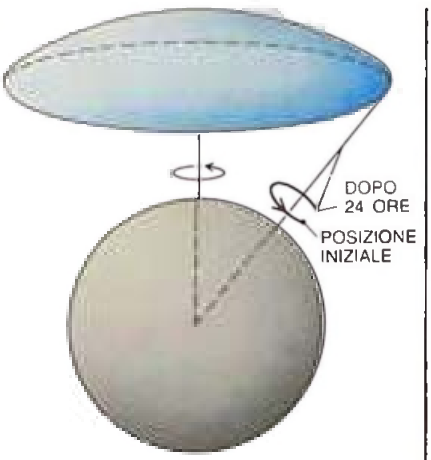
Essi hanno anche sfruttato il fatto che la luce polarizzata linearmente (nella quale cioè il campo elettrico associato vibra in una sola direzione) è costituita da fotoni in cui i due stati possibili di spin sono sovrapposti. La direzione di polarizzazione è data dalle fasi relative dei due stati di spin. Di conseguenza, una variazione delle fasi relative che intervenga quando i due stati di spin assumono fasi geometriche diverse può essere osservata direttamente sotto forma di una rotazione della direzione di

polarizzazione della luce. (Una rotazione del genere venne osservata per la prima volta nel 1984 da J. Neil Ross del Central Electricity Generating Board Laboratory di Leatherhead, in Inghilterra; tuttavia, egli non l'attribuì alla fase geometrica.)

La rotazione osservata da Chiao e colleghi può essere interpretata ugualmente bene in termini classici: può essere considerata come il risultato della traslazione parallela del vettore campo elettrico della luce lungo la spira di fibra ottica. Dunque per la luce nella spira l'anolonomia quantistica di fase equivale all'anolonomia classica della traslazione parallela della polarizzazione, ovvero, per usare le parole di Chiao e di Wu: «Tendiamo a considerare questi effetti come proprietà topologiche... che nascono a livello quantistico ma sopravvivono... a livello classico.» In questo caso, come hanno messo in rilievo parecchi altri ricercatori, il risultato dell'angolo solido può essere ricavato anche dalle equazioni di Maxwell dell'elettromagnetismo classico, senza far ricorso alla meccanica



Tre esperimenti in cui lo stato di spin di una particella viene riorientato ciclicamente confermano la reale esistenza della fase geometrica quantistica. T. Bitter dell'Università di Heidelberg e D. Dubbers dell'Istituto Laue-Langevin di Grenoble, basandosi sul fatto che l'asse di spin di un neutrone coincide con il suo momento magnetico, hanno fatto ruotare un fascio di neutroni facendoli muovere in un campo magnetico elicoidale di cui si poteva modificare il passo (*in alto a sinistra*). La fase geometrica è stata misurata come un riorientamento dell'asse di spin dei neutroni. Raymond Y. Chiao dell'Università della California a Berkeley, Yong-shi Wu dell'Università dello Utah e Akira Tomita degli AT&T Bell Laboratories hanno fatto riorientare due stati di spin sovrapposti di fotoni inviando luce polarizzata linearmente lungo una spira di fibra ottica (*in alto a destra*).
La rotazione osservata nella direzione di polarizzazione della luce è uguale alla fase geometrica prevista. In un esperimento effettuato da Robert Tycko dei Bell Laboratories lo spin di nuclei di cloro eccitati è stato fatto riorientare semplicemente ruotando un cristallo di clorato di sodio intorno a un asse diverso dall'asse di spin dei nuclei (*in basso a sinistra*). I nuclei accumulavano una fase geometrica rivelabile come una variazione di frequenza dei segnali radio da loro emessi.



La variazione angolare della posizione della massa di un pendolo in solido con la Terra è un esempio di fase geometrica in fisica classica. Si può pensare che dopo ventiquattr'ore un pendolo che percorre una circonferenza compiendo una rivoluzione al secondo ritorni a occupare nello spazio esattamente la stessa posizione iniziale. In realtà la posizione della massa differirà dalla posizione iniziale di un angolo (*in rosso*), denominato angolo di Hannay, pari all'angolo solido sotteso dall'asse di rivoluzione del pendolo (*in blu*). Un pendolo di questo genere fu utilizzato nel 1851 dal fisico francese Jean B. L. Foucault per dimostrare in modo convincente la rotazione della Terra. Il pendolo di Foucault, tuttavia, non descriveva una circonferenza ma oscillava avanti e indietro e la fase geometrica si manifestava tramite una rotazione del suo piano di oscillazione.

quantistica.

Un ultimo esempio di spin riorientati è fornito dal lavoro di Robert Tycko dei Bell Laboratories. Tycko eccitò i nuclei di cloro contenuti in un cristallo di clorato di sodio, mandandoli in una sovrapposizione di stati mediante un impulso di onde radio. Poiché gli spin dei nuclei sono allineati con l'asse di simmetria del cristallo, egli riuscì a far riorientare gli spin dei nuclei eccitati ruotando il cristallo intorno a un asse diverso dall'asse di simmetria. Di conseguenza la differenza di fase tra gli stati di spin componenti dei nuclei aumentava secondo la formula dell'angolo solido. In seguito a ripetute rotazioni si osservava un aumento continuo della differenza di fase, aumento che fu rilevato da Tycko mediante una separazione in frequenza del segnale radio di risposta emesso in seguito dai nuclei.

In tutti gli esperimenti sugli spin riorientati che ho menzionato si è supposto che i parametri ambientali che regolano un sistema possano (almeno in linea di principio) essere determinati con un grado di precisione arbitrariamente elevato e che l'ambiente non venga influenzato dalle variazioni di fase che esso induce nel sistema. In realtà nessuna di queste supposizioni è giustificata. La prima non vale perché i parametri, essendo variabili fisiche, sono a loro volta soggetti alle leggi della meccanica quantistica, che impongono un'indeterminazione intrinseca nella loro misurazione. Neppure la seconda supposizione è valida perché in fisica non esistono azioni unilaterali. Per queste ragioni ciò che finora ho chiamato «sistema quantistico» dovrebbe comprendere, a rigore, l'ambiente, cioè le apparecchiature di laboratorio con cui sono stati effettuati gli esperimenti sugli spin riorientati. Tuttavia, dato che una descrizione quantistica completa dell'ambiente è indicibilmente complicata, di solito la si omette.

Nondimeno si può prevedere un curioso effetto che la fase geometrica di un sistema quantistico ha sulla funzione d'onda del suo ambiente. Risulta che la funzione d'onda di qualunque stato del sistema «totale» (che è il prodotto delle funzioni d'onda del sistema quantistico e del suo ambiente) dev'essere una funzione monodroma: per ogni insieme di parametri essa deve cioè avere un unico valore, compresa la fase. Ciò è possibile, sotto il profilo matematico, solo se ogni volta che il sistema quantistico compie un circuito nello spazio dei parametri la funzione d'onda dell'ambiente subisce una variazione di fase uguale e contraria a quella del sistema, in modo che vi sia compensazione.

Si può pensare che questa variazione di fase uguale e opposta sia un artificio matematico derivante dalla separazione tra sistema quantistico e ambiente, ma in realtà essa può dar luogo a effetti fisici osservabili. Tali effetti si presentano, per esempio, nelle molecole in cui gli elettroni costituiscono il sistema quantistico e i nuclei l'ambiente. Nel 1979, C. Alden Mead e Donald G. Truhlar dell'Università del Minnesota (cui si deve gran parte del lavoro su cui si basò la successiva ricerca sulla fase geometrica) notarono che le modificazioni della funzione d'onda degli elettroni (il sistema) dovrebbero influire sulle funzioni d'onda che descrivono il moto dei nuclei (l'ambiente), alterando così l'energia corrispondente alle vibrazioni e alle rotazioni della molecola. Queste variazioni sono riflesse nell'energia dei fotoni emessi o assorbiti da una molecola e possono essere rilevate con la spettroscopia.

Un esperimento effettuato da Guy Delacrétaz e Ludger Wöste del Politecnico federale di Zurigo, Edward R. Grant e Josef W. Zwanziger della Cornell University e Robert L. Whetten dell'Università della California a Los Angeles mise in evidenza queste modificazioni spettroscopiche in una molecola composta da tre atomi di sodio. I nuclei di sodio della molecola compiono un moto ciclico (detto pseudorotazione) che fa sì che lo stato elettronico di energia minima acquisti una sorprendente fase geometrica di 180 gradi: nella sua funzione d'onda le creste sono divenute ventri e viceversa. I ricercatori scoprirono che la fase geometrica della funzione d'onda degli elettroni influisce a sua volta sulla funzione d'onda dei nuclei, modificando i livelli osservati di energia della pseudorotazione dei nuclei. Queste variazioni erano in accordo con le previsioni fornite da un'analisi quantistica approfondita della fase geometrica.

La fase geometrica di un sistema che subisca una trasformazione adiabatica ciclica può essere espressa nel modo più elegante in termini di una entità matematica chiamata forma differenziale (*two-form*) che rappresenta il flusso di una grandezza attraverso una superficie unitaria. La fase geometrica si calcola allora semplicemente integrando, o sommando, la forma differenziale su una superficie arbitraria che contenga il circuito del sistema nello spazio dei parametri, cioè una qualunque superficie che «catturi» tutta la forma differenziale che fluisce attraverso il circuito.

Questa efficace formulazione matematica evoca l'immagine di una forma differenziale che si cela nello spazio dei parametri, evanescente come un fantasma finché non venga concretizzata da un sistema quantistico che compia un ciclo in questo spazio. Un effetto previsto nel 1959 da Yakir Aharonov dell'Università del South Carolina e da David Bohm dell'Università di Londra (allora erano entrambi all'Università di Bristol) può essere spiegato proprio in termini di questa forma differenziale della fase geometrica.

L'effetto Aharonov-Bohm si manifesta con una variazione di fase della funzione d'onda di una particella carica prodotta dal suo trasporto intorno a linee isolate di un campo magnetico. L'effetto fu confermato sperimentalmente nel 1960 da Robert G. Chambers di Bristol. In questo caso lo spazio dei parametri nel quale la particella si sposta non è definito da variabili astratte, come gli assi di simmetria; la particella percorre il suo circuito nello spazio ordinario, descritto in termini delle coordinate usuali (corrispondenti a lunghezza, larghezza e altezza). Analogamente la forma differenziale di fase non è soltanto un costrutto matematico conveniente: è il campo magnetico moltiplicato per la carica della particella e diviso per la costante di Planck ($6{,}626 \times 10^{-34}$ joule secondo). Espressa in questo modo, la fase di una particella che si muove in un campo magnetico dipende dal flusso del campo magnetico, una grandezza che rientra perfettamente nel quadro della fisica classica.

Ciò che non rientra nel quadro della fisica classica, invece, è il fatto che la fase della particella carica sia influenzata dal campo magnetico sebbene la particella non attraversi mai una linea del campo. Nella fisica classica le particelle cariche sono soggette a forze solo quando vengono a contatto con campi elettrici o magnetici. Tuttavia in un esperimento di tipo Aharonov-Bohm una particella carica subisce l'influenza di un campo magnetico anche se è tenuta separata da questo! In termini fisici si dice che il cam-

po sembra influire non localmente sulla particella carica. A differenza della rotazione del piano di polarizzazione nell'esperimento di Chiao e colleghi, l'effetto Aharonov-Bohm non può essere spiegato nell'ambito della fisica classica.

Una forma differenziale della fase geometrica si presta alla descrizione di fenomeni quantistici estranei alla nostra esperienza quotidiana, ma può essere generalizzata per descrivere la ben nota meccanica delle molle e dei pendoli. John H. Hannay di Bristol ha elaborato l'analogo classico della fase geometrica quantistica considerando dapprima sistemi macroscopici di corpi oscillanti la cui configurazione sia data in ogni istante da una o più variabili angolari. L'ambiente delle oscillazioni viene fatto variare lentamente, ma il processo comincia e finisce con lo stesso insieme di parametri. Dopo il ciclo le oscillazioni hanno la stessa ampiezza che avevano all'inizio, ma gli angoli sono cambiati.

Hannay si rese conto che le variazioni angolari possono essere suddivise in una parte dinamica e in una geometrica, proprio come le variazioni di fase di un sistema quantistico. La parte dinamica è quella che verrebbe calcolata nell'ipotesi che l'angolo aumentasse a un tasso corrispondente alla frequenza di oscillazione istantanea. Il merito di Hannay fu di identificare il contributo geometrico, ora chiamato angolo di Hannay, e di ricavare una formula che consente di calcolarlo come il flusso di una forma differenziale attraverso un circuito chiuso nello spazio dei parametri. (L'analogia con la meccanica quantistica non è completa, perché i moti classici sono spesso caotici e non oscillatori. Per questi sistemi non è possibile definire variabili angolari e non esistono angoli di Hannay.)

In uno degli esempi di Hannay si immagina che una perlina infilata in un filo formante un circuito chiuso non circolare scorra senza attrito e a velocità costante mentre il circuito compie una lenta rotazione nel suo piano. In questo caso la variabile angolare è la distanza della perlina da un punto fissato sul circuito. L'angolo di Hannay fornisce la posizione occupata dalla perlina dopo la rotazione del circuito rispetto a quella che essa occuperebbe se il filo fosse stato tenuto fermo. L'angolo è una combinazione puramente geometrica del perimetro del circuito e dell'area da esso racchiusa; è grande per un circuito lungo e stretto e si annulla per uno circolare.

Un altro degli esempi di Hannay fornisce l'analogo classico della fase geometrica quantistica degli spin riorientati lentamente. Si consideri la massa di un pendolo in moto circolare. In questo caso la gravità determina l'asse di simmetria, che è una retta verticale passante per il centro della Terra. Via via che la Terra ruota, l'asse di simmetria si riorienta nello spazio (a meno che non si effettui l'esperimento a uno dei poli), sicché dopo un giorno la posizione della massa del pendolo sulla sua orbita circolare avrà subito una variazione angolare (l'angolo di Hannay) pari all'angolo solido sotteso dall'asse di simmetria.

Questa variazione della posizione della massa del pendolo è più accentuata se il pendolo si muove avanti e indietro e non su una circonferenza. In tal caso il moto oscillatorio del pendolo può essere considerato come la sovrapposizione di due moti circolari di verso opposto (così come la luce polarizzata linearmente può essere considerata come la sovrapposizione di due stati di luce polarizzata circolarmente). Dopo un giorno di oscillazioni, i due moti circolari del pendolo avranno acquisito variazioni angolari opposte, che si manifestano in una rotazione del suo piano di oscillazione.

Questo che ho appena descritto è il pendolo con cui nel 1851 il fisico francese Jean B. L. Foucault dimostrò la rotazione della Terra. Il ben noto fenomeno della rotazione del piano di oscillazione di un pendolo, illustrato nei musei scientifici di tutto il mondo, è quindi un caso particolare dell'angolo di Hannay, che a sua volta è l'analogo classico della fase geometrica quantistica. Anch'esso può essere interpretato come il risultato di una traslazione parallela, in questo caso del piano di oscillazione del pendolo, a causa della rotazione terrestre.

Tornando alla traslazione parallela da cui ha preso le mosse questo articolo, si può dire che anch'io ho compiuto un ciclo. E tuttavia, come per la fase di un sistema che compie un ciclo adiabatico, l'arrivo è diverso dalla partenza. La traslazione parallela, che all'inizio aveva illustrato un concetto astratto, compare ora in sistemi tangibili, il cui comportamento è retto dalle leggi fisiche valide per le trasformazioni ambientali lente. L'anolonomia geometrica si è trasformata in anolonomia dinamica.

(Da «Le Scienze» n. 246, febbraio 1989.)

MICHAEL BERRY *è docente di fisica presso l'Università di Bristol dal 1965.*

L'interferenza quantistica e l'effetto Aharonov-Bohm

di Yoseph Imry
e Richard A. Webb

Hanno un posto di rilievo nella teoria delle interazioni elettromagnetiche e nella fisica dello stato solido

Benché la teoria dei quanti sia stata formulata da quasi cent'anni, non è affatto diminuita la sua capacità di rivelare nella natura della materia aspetti in contrasto con il senso comune. Una di queste sorprese sortì da un esperimento sconcertante, che venne proposto da Yakir Aharonov e David Bohm nel 1959.

Questi due ricercatori immaginarono un magnete schermato in modo tale da non poter esercitare alcuna forza su un altro magnete posto nelle immediate vicinanze; in altre parole, non poteva essere rilevata alcuna delle normali proprietà del campo prodotto dal magnete schermato. Tuttavia Aharonov e Bohm previdero teoricamente che, se un fascio di elettroni fosse passato in prossimità del magnete schermato, la fase della funzione d'onda degli elettroni avrebbe subito una modificazione. (Secondo la teoria dei quanti un elettrone può essere descritto ora come un'onda e ora come una particella.)

Come si può spiegare il cambiamento di fase della funzione d'onda di un elettrone? Secondo le previsioni di Aharonov e Bohm, questo effetto era dovuto a una grandezza fisica ancor più fondamentale dei campi elettrico e magnetico: un potenziale il cui gradiente nel tempo e nello spazio produce il campo elettrico e quello magnetico. Dopo trent'anni, l'effetto Aharonov-Bohm è stato confermato in via definitiva con esperimenti effettuati su elettroni che si propagano nel vuoto. Negli anni successivi questo effetto è stato osservato anche in minuscoli conduttori mantenuti a bassa temperatura.

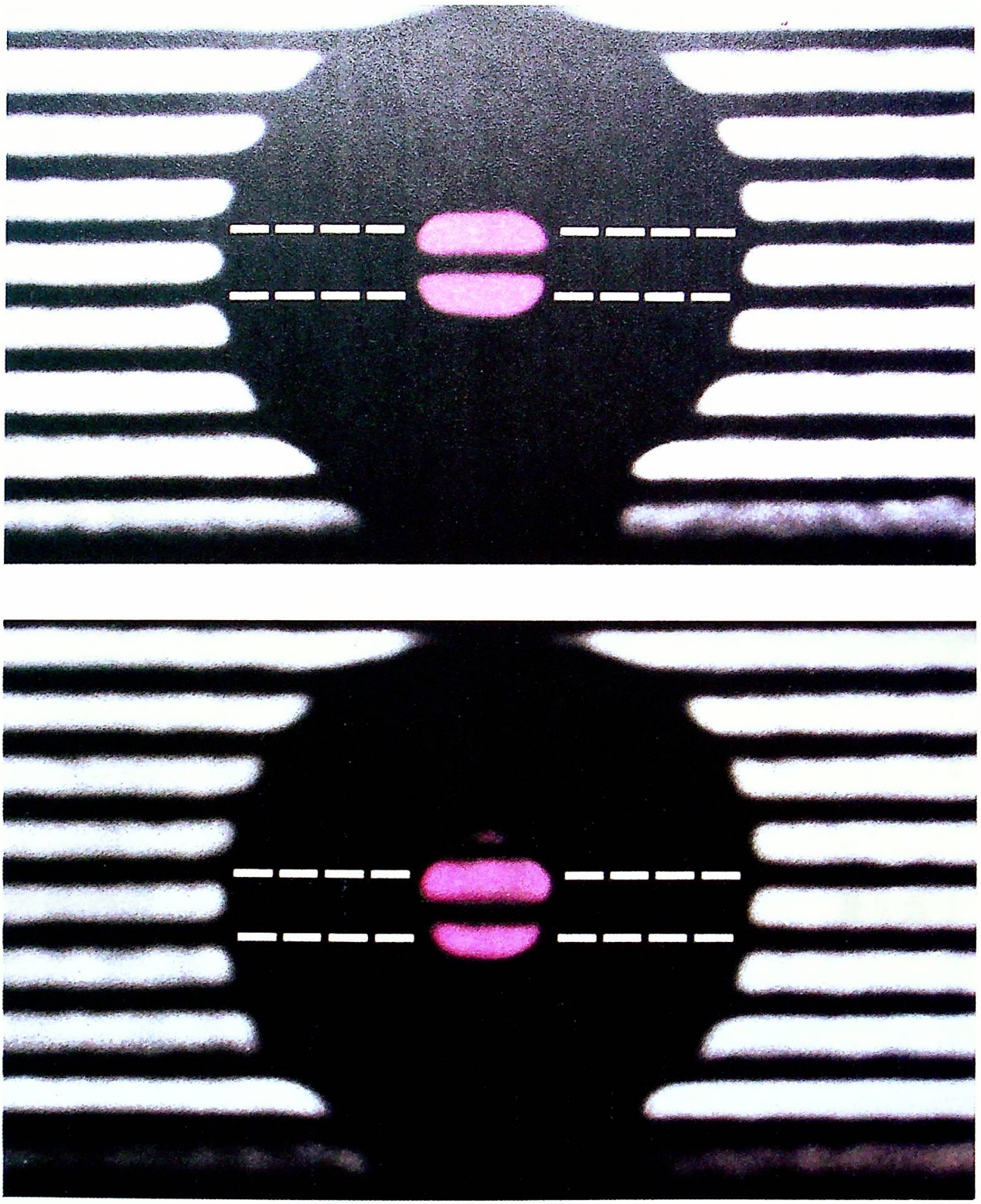
L'effetto Aharonov-Bohm ha avuto conseguenze profonde sulla concezione che i fisici hanno dell'elettrodinamica. È già noto da molto tempo che quando una carica positiva passa accanto a una carica negativa stazionaria, senza però entrare in contatto con essa, subisce un'accelerazione e cambia pertanto la sua direzione di moto. Per spiegare questo fenomeno, definito azione a distanza, nel 1846 Michael Faraday avanzò l'ipotesi che le cariche incontrino campi che esercitano forze elettriche e magnetiche. Per quanto se ne sapeva allora, i campi descrivevano in modo completo la dinamica delle cariche. Quando furono introdotte le teorie della relatività e della meccanica quantistica, si vide che erano i potenziali, non i campi elettrico e magnetico, a comparire nelle equazioni della meccanica quantistica e le equazioni della relatività assumevano una forma matematica semplice e concisa se i campi venivano espressi in termini di potenziali. Gli esperimenti proposti da Aharonov e Bohm rivelavano il significato fisico dei potenziali: una particella carica che passi vicino a un campo magnetico o elettrico, pur senza interagire con esso in alcun modo, modifica la propria dinamica in modo lieve, ma misurabile. La conseguenza dell'effetto Aharonov-Bohm è che sono i potenziali, e non i campi, ad agire direttamente sulle cariche.

I fisici hanno studiato le vaste implicazioni del fenomeno in campi che vanno dall'effetto Hall quantistico alla superconduttività, alla teoria delle supercorde. Nei prossimi anni l'effetto Aharonov-Bohm potrebbe produrre un'influenza profonda anche in elettronica. Per la fine di questo secolo i produttori di dispositivi microelettronici sperano di riuscire a ottenere chip di silicio di un centimetro di lato in grado di contenere fino a 100 milioni di componenti. Se si vuole raggiungere o superare questo numero, è necessario sfruttare principi fisici del tutto nuovi e può darsi che l'effetto Aharonov-Bohm indichi una strada per giungere all'acquisizione di questa tecnologia.

Un esperimento di interferenza che utilizza due fenditure offre una dimostrazione elegante della natura ondulatoria degli elettroni e fornisce una base per comprendere l'effetto Aharonov-Bohm. In questo esperimento un generatore di particelle emette un fascio di elettroni aventi tutti la stessa energia. Il fascio viene inviato verso una lastra che assorbe gli elettroni, nella quale sono praticate due sottili fenditure orizzontali molto vicine tra loro, che si trovano una sopra e l'altra sotto il punto colpito dal fascio. Dietro le fenditure è posta una pellicola che registra un punto chiaro ogni volta che viene colpita da un elettrone. Dopo che dal generatore di particelle sono stati emessi numerosi elettroni, sulla pellicola si può osservare una successione di bande chiare e bande scure parallele alle fenditure: al centro si trova una banda chiara che sfuma ai lati in due bande scure, che sono a loro volta fiancheggiate da bande chiare e così via.

Come viene prodotta questa figura? Se gli elettroni si comportassero come proiettili, rimbalzerebbero sulla lastra oppure attraverserebbero direttamente le fenditure. La pellicola registrerebbe allora una concentrazione di urti in corrispondenza delle fenditure; i punti di impatto situati lateralmente, da una parte o dall'altra, sarebbero relativamente pochi. È evidente che in questo modo non si può spiegare la complessità della figura osservata.

Un'interpretazione migliore (che inoltre è in accordo con il comportamento che la teoria dei quanti attribuisce agli elettroni) è di supporre che le particelle si comportino come onde. Le onde che si propagano nello spazio e nel tempo sono caratterizzate da un'ampiezza che varia periodicamente da un valore massimo a uno minimo e viceversa. La variazione dell'ampiezza istante per istante e altre caratteristiche dell'onda possono essere descritte in modo conveniente mediante una funzione d'onda matematica. Si consideri, per esempio, un'onda marina la cui altezza vari di un metro sopra o sotto il livello medio della superficie marina. L'onda può essere descritta dalla funzione coseno, dato che il valore



Le figure d'interferenza permettono di dimostrare l'effetto Aharonov-Bohm. Un fascio di elettroni viene diviso: una sua parte attraversa un magnete toroidale (*anello nero in alto*) rivestito di niobio, mentre l'altra parte passa all'esterno. Insieme, i due fasci generano una figura d'interferenza (*zona in colore in alto*). La figura di riferimento esterna all'anello è generata dall'interferenza degli elettroni che non attraversano il toroide. La figura d'interferenza racchiusa dal toroide è spostata rispetto a quella di riferimento nonostante gli elettroni non risentano degli effetti del campo magnetico. (La schermatura è ottenuta raffreddando al di sotto di 9,1 kelvin il niobio, che diviene superconduttore.) Lo spostamento, come avevano previsto Aharonov e Bohm, risulta dall'interazione fra onde elettroniche e potenziale vettore, che è presente anche in assenza di campo magnetico. Riscaldato al di sopra di 9,1 kelvin (*in basso*), il rivestimento di niobio cessa di essere superconduttore, il campo magnetico contenuto nel magnete toroidale si modifica e la figura d'interferenza subisce un brusco spostamento (*zona in colore in basso*). L'esperimento è stato eseguito nel 1986 da Akira Tonomura e colleghi della Hitachi Ltd. di Tokyo.

del coseno varia da +1 a −1 e poi di nuovo a +1 quando l'angolo varia da 0 a 180 a 360 gradi. L'angolo che corrisponde a ciascuna data altezza si chiama angolo di fase.

La funzione d'onda matematica che descrive un'onda elettronica viene rappresentata in termini di ampiezza massima e angolo di fase. L'ampiezza di un'onda elettronica descrive una probabilità, che è collegata al fatto che la posizione e la velocità di una particella possono essere determinate solo a meno di un certo grado di precisione. Per l'esattezza, il quadrato dell'ampiezza massima della funzione d'onda dell'elettrone è la probabilità di trovare l'elettrone in una posizione particolare in un particolare istante.

L'angolo di fase della funzione d'onda di un elettrone è particolarmente utile per descrivere la relazione che intercorre tra due onde. Se le due onde sono «in fase» in una posizione o in un istante particolari, allora si trovano nello stesso punto del ciclo: hanno entrambe raggiunto l'ampiezza massima o l'ampiezza minima. Se le due onde sono «completamente fuori fase», una di esse si trova al suo massimo mentre l'altra è al minimo. L'angolo di fase di un'onda elettronica può essere espresso anche in termini di grandezze fisiche più intuitive. Nei casi più semplici la fase è legata alla quantità di moto moltiplicata per la distanza che l'onda elettronica ha percorso e anche all'energia moltiplicata per il tempo.

Questi concetti forniscono una spiegazione adeguata della figura d'interferenza che si ottiene nell'esperimento delle due fenditure. Poiché il generatore di particelle emette elettroni aventi la stessa energia e la stessa quantità di moto, le funzioni d'onda degli elettroni hanno, a ogni data distanza dal generatore, la stessa fase: questa proprietà si chiama coerenza. Quando un'onda elettronica penetra nelle due fenditure, si divide in onde parziali. Poiché le onde parziali percorrono la stessa distanza per raggiungere ciascuna fenditura, l'onda parziale che emerge dalla fenditura superiore ha la stessa fase dell'onda parziale che emerge dalla fenditura inferiore. Su ogni punto della pellicola che sia equidistante dalle due fenditure, le onde parziali di sopra e di sotto sono in fase: perciò le onde si rinforzano a vicenda e producono una banda chiara al centro della pellicola. Si può anche dire che le bande chiare rappresentano il fatto che gli elettroni hanno una probabilità doppia di cadere su quei punti anziché su un punto generico della pellicola.

Per raggiungere un punto situato al di sopra della banda chiara, tuttavia, l'onda parziale di sotto deve percorrere una distanza maggiore dell'onda parziale di sopra. Di conseguenza, in alcuni di questi punti le due onde sono del tutto fuori fase e si neutralizzano a vicenda, dando luogo a una banda scura (perché gli elettroni hanno una probabilità di cadere in quella zona che risulta quasi nulla). In un punto della pellicola situato ancora più in alto, l'onda di sotto percorre una distanza tale da risultare in ritardo di un ciclo completo rispetto all'onda di sopra. Di conseguenza le onde si trovano nuovamente a essere in fase e generano un'altra banda chiara (zona di elevata probabilità).

Per potere osservare l'effetto Aharonov-Bohm è necessario apportare alcune modifiche all'esperimento d'interferenza a due fenditure.

Subito dietro la lastra e tra le fenditure viene collocato un solenoide molto lungo che al suo interno contiene un campo magnetico, mentre all'esterno non vi è assolutamente alcun campo, né elettrico né magnetico. Quando un fascio di elettroni penetra nelle due fenditure e passa accanto al solenoide, la pellicola registra una nuova figura d'interferenza. Rispetto a quella di partenza, la nuova figura risulta traslata, sicché le zone che prima erano chiare appaiono ora più scure e, viceversa, quelle scure appaiono adesso più chiare. Quando il campo magnetico contenuto nel solenoide viene soppresso, la figura d'interferenza riprende l'aspetto originario.

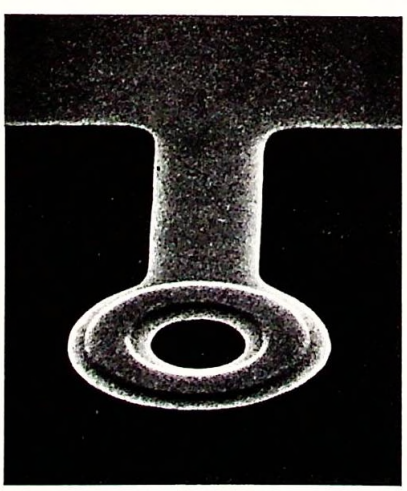
In questo nuovo esperimento d'interferenza le fasi delle onde parziali di sopra e di sotto evidentemente cambiano anche se il campo magnetico è completamente confinato all'interno del solenoide. La variazione di fase della funzione d'onda di un elettrone in una regione dove non esiste campo magnetico è una delle manifestazioni dell'effetto Aharonov-Bohm.

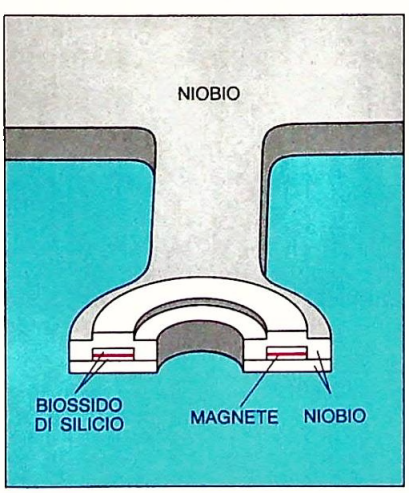
Questo fenomeno mette in luce che la variazione di fase di una funzione d'onda deve essere legata a qualche grandezza fisica presente all'esterno di un campo magnetico confinato. Dalle equazioni fondamentali della meccanica quantistica Aharonov e Bohm dedussero che la variazione di fase è dovuta a una grandezza detta «potenziale vettore magnetico», che è presente ovunque all'interno di un campo magnetico e intorno a esso. Benché il potenziale vettore sia un campo vettoriale, in quanto ha un'intensità e una direzione in ciascun punto dello spazio e può variare nel tempo, esso può venire misurato direttamente solo osservando le variazioni di fase delle funzioni d'onda. Le variazioni di fase causate dal potenziale vettore possono spiegare tutti gli effetti magnetici che risultano osservabili sulle particelle cariche.

Come agisce il potenziale vettore sulla fase di un elettrone nell'esperimento delle due fenditure? Mentre le onde parziali di sopra e di sotto si propagano nella regione esente da forze vicino al solenoide, il potenziale vettore modifica la quantità di moto dell'onda parziale di sopra rispetto a quella di sotto senza modificarne l'energia cinetica. Poiché la fase di una funzione d'onda è legata alla sua quantità di moto, l'onda parziale di sopra subisce un cambiamento di fase rispetto all'onda parziale di sotto.

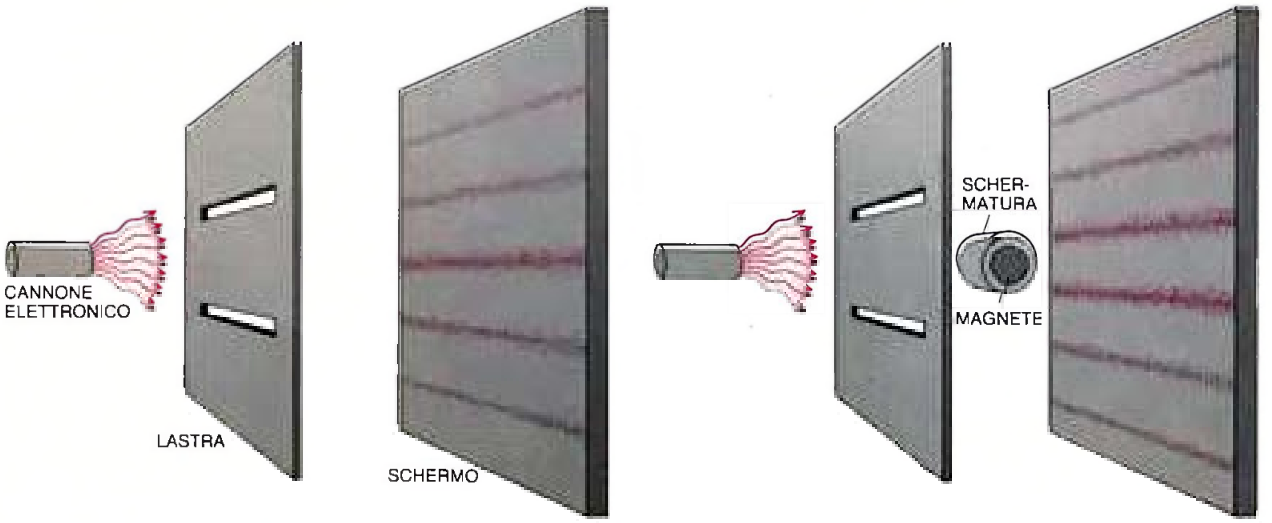
Al potenziale vettore magnetico e all'effetto Aharonov-Bohm corrispondono, nelle interazioni elettriche, il potenziale scalare elettrico e l'effetto Aharonov-Bohm elettrostatico. Il potenziale scalare elettrico (come risulta evidente dal nome stesso) non è un campo vettoriale: è semplicemente caratterizzato da un'intensità in ciascun punto dello spazio. Benché l'intensità assoluta del potenziale scalare non possa essere determinata, la differenza di potenziale fra due punti è pari all'energia necessaria per spostare una carica unitaria da un punto all'altro. Questa differenza di potenziale viene di solito misurata in volt.

Come il potenziale vettore magnetico, anche il potenziale scalare elettrico può causare una variazione nella fase della funzione d'onda di un elettrone. L'effetto Aharonov-Bohm elettrostatico è





Il magnete toroidale (*microfotografia di sinistra*) e la pellicola di niobio (*a destra*) utilizzati negli esperimenti di Tonomura. Il magnete, che ha un diametro di cinque micrometri, è costituito da una lega di nichel (83 per cento) e di ferro (17 per cento). Uno strato di biossido di silicio isola il magnete dal rivestimento di niobio.



Un esperimento d'interferenza con due fenditure dimostra il comportamento ondulatorio degli elettroni. Se un fascio di elettroni passa per due fenditure in una lastra, le funzioni d'onda degli elettroni creano una figura d'interferenza su uno schermo (*a sinistra*). Se un magnete introduce un campo potenziale vettore (*qui sopra*), la figura si sposta per effetto Aharonov-Bohm.

quindi la variazione di fase della funzione d'onda di un elettrone dovuta al potenziale scalare elettrico in una regione dove non esiste campo elettrico.

L'effetto Aharonov-Bohm elettrostatico può essere spiegato ricorrendo a un esperimento concettuale. Immaginiamo, per esempio, che un fascio di elettroni venga diviso in due onde parziali, ciascuna delle quali è a sua volta diretta in un cilindro metallico cavo. Quando le onde parziali entrano nei cilindri, tra questi ultimi viene applicata una differenza di potenziale, che è soppressa prima che le onde escano. In questo modo le onde non risentono di alcuna forza elettrica. Tuttavia la differenza totale di energia tra le due onde subisce una variazione pari al prodotto della carica dell'elettrone per la differenza di potenziale fra i due cilindri. Dal momento che la fase della funzione d'onda di un elettrone è legata all'energia totale e al tempo di propagazione, la fase di un'onda elettronica viene modificata rispetto all'altra.

Gli esperimenti vennero iniziati poco dopo che Aharonov e Bohm ebbero previsto l'effetto dei potenziali sulla fase delle particelle cariche. Il primo fu effettuato nel 1960 da Robert G. Chambers dell'Università di Bristol. Un fascio coerente di elettroni generato in un microscopio elettronico fu diviso in due per mezzo di una fibra di quarzo ricoperta di alluminio del diametro di 1,5 micrometri. La figura d'interferenza prodotta era simile alla figura ottenuta nell'esperimento delle due fenditure. Collocando un filamento di ferro magnetizzato del diametro di un micrometro subito dietro la fibra di quarzo la figura si modificava. Chambers ritenne che il campo magnetico generato dal filamento nella regione dove si propagavano gli elettroni fosse di gran lunga troppo debole per spiegare l'entità della variazione osservata nella figura d'interferenza. Concluse quindi che il potenziale vettore doveva avere causato una variazione di fase della funzione d'onda dell'elettrone, come avevano previsto Aharonov e Bohm.

Parecchi ricercatori dubitarono della conclusione di Chambers. Poiché egli non aveva confinato completamente il campo magnetico in una piccola regione di spazio, alcuni di essi sostennero che la forza esercitata dal campo magnetico sugli elettroni mascherasse il contributo del potenziale vettore alla variazione della figura d'interferenza.

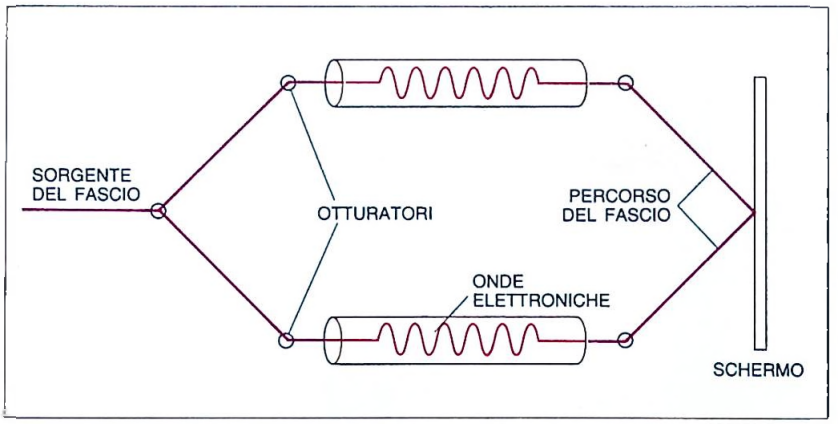
Nel 1986 Akira Tonomura assieme ai colleghi della Hitachi Ltd. di Tokyo, seguendo un suggerimento di Charles Kuper del Technion-Israel Institute of Technology, risolse il problema del confinamento del campo magnetico. Tonomura ben sapeva che un materiale magnetico omogeneo di forma toroidale presenta un campo magnetico circolare completamente contenuto nel materiale del toro. Poiché tuttavia i materiali magnetici hanno sempre qualche imperfezione, in un magnete toroidale reale si riscontra comunque la presenza di un piccolo campo magnetico non confinato. Questo campo, detto di dispersione, può essere confinato rivestendo il magnete con un materiale superconduttore. Tonomura costruì dunque un magnete toroidale e lo rivestì di niobio, che è superconduttore a temperature inferiori ai 9,1 kelvin (gradi centigradi sopra lo zero assoluto). Questo espediente garantiva che meno dell'1 per cento del campo contenuto nel magnete toroidale si estendesse nel foro centrale.

Un fascio di elettroni generato nel vuoto veniva diviso in due, in modo che un fascio attraversasse il foro del magnete toroidale e l'altro passasse all'esterno. I due fasci generavano poi una figura d'interferenza su una pellicola posta subito dietro il foro. Contemporaneamente veniva generata una figura di interferenza di riferimento. Quando il niobio veniva raffreddato ben al di sotto dei 9,1 kelvin e diventava superconduttore, l'intensità del campo magnetico veniva limitata a un determinato valore per i vincoli imposti dalla superconduttività e quindi nel foro il potenziale vettore poteva raggiungere solo un'intensità determinata. Di conseguenza il potenziale vettore modificava la fase degli elettroni che passavano all'interno del toro rispetto a quelli che si propagavano all'esterno. Ciò comportava che (a seconda del particolare allestimento sperimentale) in certi casi la figura d'interferenza dietro il foro coincidesse esattamente con la figura di riferimento; in altri casi invece le due figure erano esattamente opposte, cioè le bande scure dell'una corrispondevano alle bande chiare dell'altra. A ogni buon conto, questo esperimento fornì una verifica fondamentale del ruolo svolto dal potenziale vettore nella variazione di fase delle onde elettroniche in una regione dove non esistono campi magnetici.

Quando gli elettroni si propagano nel vuoto, è possibile osservare l'effetto Aharonov-Bohm perché la fase della funzione d'onda degli elettroni rimane ben definita anche quando l'onda viene divisa e fatta interferire. È più difficile osservare l'effetto nei solidi perché gli elettroni vengono diffusi dalle imperfezioni del reticolo cristallino.

Per quanto in tutti i solidi si abbia qualche forma di diffusione, nel corso degli anni ottanta sono state messe a punto alcune tecniche particolari che consentono di ridurre la diffusione, a tal punto che gli elettroni possono propagarsi in un solido più o meno come si propagano nel vuoto.

Tuttavia, fu innanzi tutto la scoper-



È possibile osservare l'effetto Aharonov-Bohm elettrostatico dividendo un fascio di elettroni e inviandone le due parti verso due cilindri metallici cavi che schermano gli elettroni dalle forze elettriche. Mentre gli elettroni attraversano i cilindri, a questi viene applicata una differenza di potenziale scalare. La figura d'interferenza che si osserva sullo schermo subisce uno spostamento di entità direttamente legata al potenziale scalare.

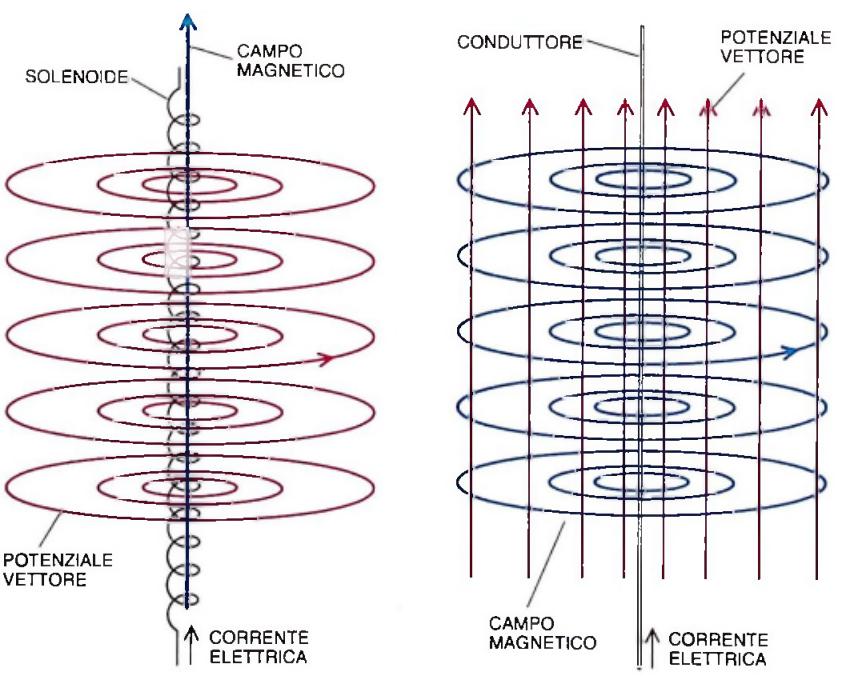
ta che nei conduttori solidi si possono avere due differenti tipi di diffusione - anelastica ed elastica - che portò alle prime osservazioni dell'effetto Aharonov-Bohm e di altri effetti di interferenza quantistica all'interno dei materiali solidi.

La diffusione anelastica si verifica quando gli atomi del conduttore solido scambiano energia con gli elettroni. In termini rigorosi, la diffusione anelastica altera le funzioni d'onda degli atomi che costituiscono il solido, ossia la diffusione induce una modificazione dello stato quantico dell'ambiente in cui gli elettroni si muovono. Per esempio un elettrone può scambiare (cioè assorbire o cedere) energia con le vibrazioni atomiche del reticolo cristallino. Un metodo per ridurre la diffusione anelastica è quello di limitare l'energia disponibile per queste interazioni. Se dal sistema costituito da reticolo cristallino ed elettroni viene rimossa abbastanza energia, in modo che essi siano sostanzialmente in quiete, la diffusione anelastica è esigua. Per rimuovere questa energia si può portare il conduttore a una temperatura molto bassa; a temperature, che risultano facilmente raggiungibili, di pochi kelvin, in numerosi metalli gli elettroni possono propagarsi per distanze corrispondenti a parecchie migliaia di atomi (il che equivale a circa un micrometro) senza subire diffusione anelastica.

Portando un conduttore solido a basse temperature si ottiene un altro vantaggio. L'intervallo dei valori di energia con cui gli elettroni si propagano in un solido si restringe al decrescere della temperatura. A temperature abbastanza basse perché la diffusione anelastica sia improbabile, l'intervallo di energia è così limitato che tutti gli elettroni che si propagano nel conduttore hanno in pratica la stessa energia. Di conseguenza tutti gli elettroni di conduzione del solido interferiscono sostanzialmente allo stesso modo.

La diffusione elastica ha luogo quando un elettrone incontra un potenziale statico, per esempio un'impurezza o un difetto del reticolo cristallino. Un potenziale statico modifica in modo ben definito la fase della funzione d'onda dell'elettrone, ma non la sua energia totale. Benché una distribuzione aleatoria dei potenziali statici in un solido causi una variazione aleatoria della fase, questa variazione è la stessa per tutti gli elettroni che si propagano nel solido con una particolare energia. Via via che la temperatura si avvicina allo zero assoluto, l'onda elettronica dovrebbe quindi subire solo diffusione elastica; in un conduttore solido questo fatto dovrebbe comportare una variazione di fase aleatoria ma costante e non dovrebbe mascherare gli effetti dell'interferenza elettronica. Questo è il fenomeno fondamentale che ha permesso l'osservazione di effetti d'interferenza quantistica nei solidi.

Nei sistemi sperimentali reali, tuttavia, i conduttori solidi portati a basse temperature continuano a manifestare una certa diffusione anelastica che introduce qualche incertezza nella fase della funzione d'onda dell'elettrone. Al decrescere delle dimensioni del conduttore solido decresce il numero degli eventi che rendono aleatoria la fase. Per potere osservare l'interferenza quantistica il conduttore dev'essere abbastanza piccolo perché la diffusione anelastica venga sostanzialmente eliminata. Gli esperimenti hanno dimostrato che, sebbene un conduttore metallico largo e spesso 0,03 micrometri e lungo un micrometro contenga quasi cento milioni di atomi, a temperatura inferiore a un kelvin la fase della funzione d'onda di un elettrone che si propaga nel conduttore resta di solito inalterata.



Il campo potenziale vettore (*in rosso*) e il campo magnetico (*in blu*) per un solenoide (*a sinistra*) e per un conduttore (*a destra*). Ogni linea rappresenta il campo relativo a un'intensità data. La circuitazione del campo potenziale vettore lungo una curva chiusa è pari al prodotto del campo magnetico per l'area racchiusa dalla curva.

Per misurare gli effetti di interferenza elettronica nei conduttori solidi, è necessario tradurre la meccanica delle onde elettroniche in grandezze fisiche che si possano misurare con facilità. Quando un'onda elettronica si propaga a bassa temperatura in un conduttore minuscolo, parte dell'onda viene diffusa da un'estremità all'altra, mentre altre parti vengono diffuse all'indietro verso il loro punto di origine. Una misura della

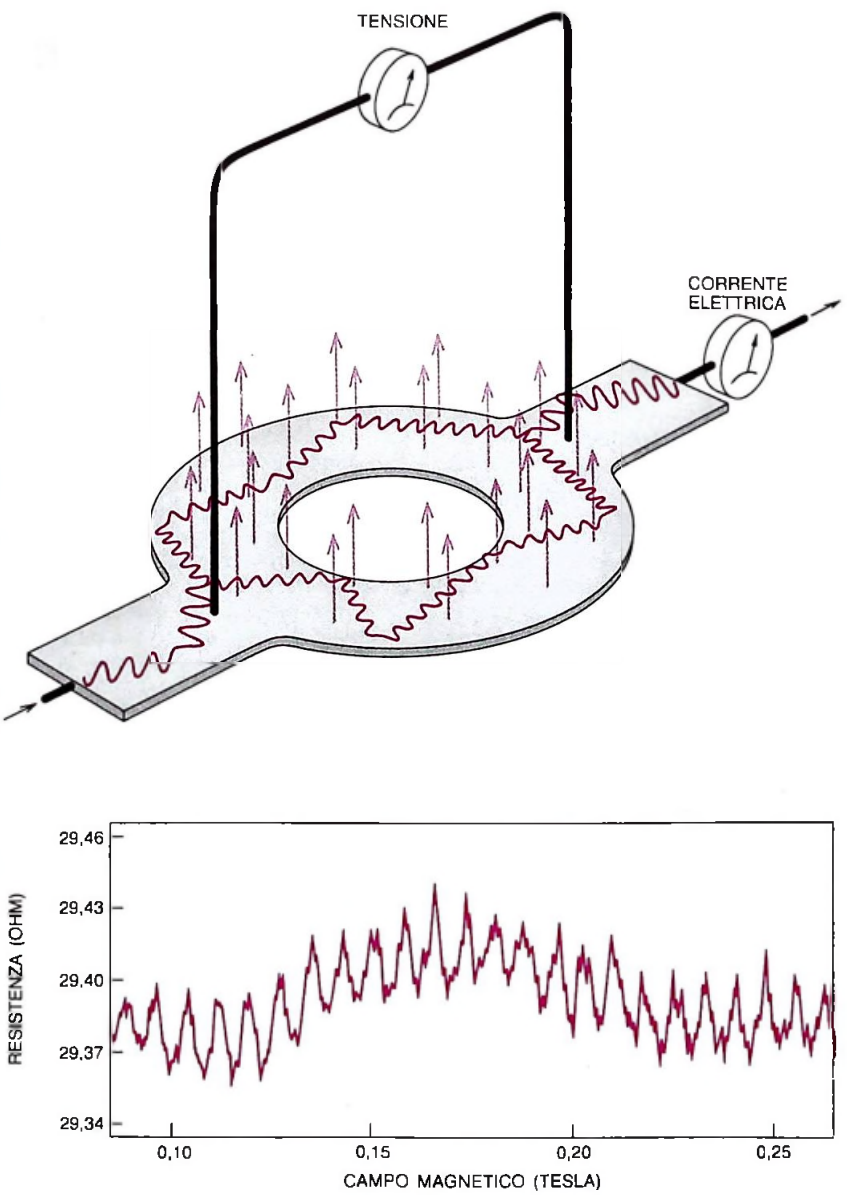
difficoltà che un'onda elettronica incontra nel propagarsi da un capo all'altro di un conduttore è data dalla resistenza elettrica; viceversa la conduttanza è una misura della facilità con cui la funzione d'onda si propaga. Più di 25 anni fa Rolf Landauer, del Thomas J. Watson Research Center della IBM a Yorktown Heights (New York), formulò un quadro teorico in cui la conduttanza veniva espressa in termini di probabilità che un'onda elettronica sia trasmessa nel conduttore. Il suo lavoro dimostra che la conduttanza è all'incirca proporzionale alla probabilità di trasmissione divisa per un'unità quantistica fondamentale di resistenza, 25 812 ohm. Questo valore risulta pari alla costante di Planck divisa per il valore del quadrato della carica dell'elettrone.

Un fattore che contribuisce alla probabilità di trasmissione e alla conduttanza è l'interferenza tra funzioni d'onda. Markus Büttiker, Landauer e uno di noi (Imry) hanno svolto ricerche teoriche su anelli metallici senza cavi conduttori, dimostrando che la diffusione elastica non distrugge gli effetti di interferenza quantistica. Poi, nel 1984, Yuval Gefen, Mark Ya. Azbel e uno di noi (Imry) hanno previsto che, come conseguenza dell'effetto Aharonov-Bohm, la resistenza elettrica di un anello metallico dovrebbe oscillare periodicamente quando un campo magnetico applicato al centro dell'anello viene fatto variare con continuità. Quando le funzioni d'onda degli elettroni che si propagano in due parti diverse dell'anello si rafforzano a vicenda, la probabilità di trasmissione e quindi la conduttanza dovrebbero aumentare; quando invece le funzioni d'onda si smorzano vicendevolmente, la probabilità di trasmissione e la conduttanza dovrebbero decrescere. Quindi la conduttanza o la resistenza di un conduttore dovrebbero oscillare. Nel 1981 Boris L. Al'tšuler, Arkady Aronov e Boris Spivak dell'Istituto di fisica nucleare di Leningrado formularono una previsione affine, e Yuri V. Šarvin e suo figlio, dell'Istituto per i problemi fisici di Mosca, la confermarono operando per via sperimentale.

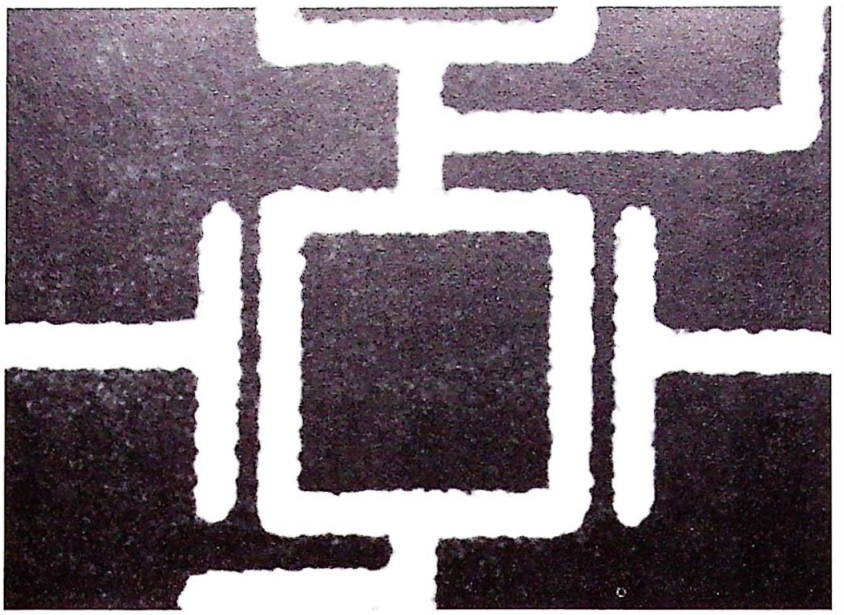
L'effetto Aharonov-Bohm fu messo in evidenza per la prima volta in piccoli anelli metallici nel 1985 da uno di degli autori (Webb) in collaborazione con Sean Washburn, Corwin P. Umbach e Robert B. Laibowitz del Thomas J. Watson Research Center della IBM. Questo gruppo di ricerca preparò su una lamina di silicio un anello d'oro, il cui diametro interno era di 0,78 micrometri e quello esterno di 0,86 micrometri. Per mezzo di un conduttore d'ingresso collegato a un lato dell'anello veniva immessa una corrente elettrica, che era poi raccolta da un conduttore d'uscita sul lato opposto. Altri conduttori, collegati ai due punti d'attacco, servivano per misurare la caduta di tensione da una parte all'altra dell'anello. Dividendo il valore della tensione per quello della corrente si otteneva la resistenza dell'anello. Un campo magnetico perpendicolare generava un potenziale vettore magnetico circolante nel piano del campione.

I ricercatori osservarono che la resistenza elettrica dell'anello oscillava periodicamente con l'aumentare del campo magnetico, in accordo con quanto si sa sull'effetto Aharonov-Bohm e sui potenziali. Le onde elettroniche che circolavano nell'anello in senso orario interferivano con le onde che circolavano in senso antiorario. Con l'aumentare del campo magnetico (e del potenziale vettore) le onde che si propagavano nel senso orario cambiavano fase rispetto alle altre. Via via che la variazione di fase dovuta al potenziale vettore copriva un intero ciclo, la resistenza dell'anello fluttuava. Il periodo medio di oscillazione in termini di campo magnetico aveva un valore di 0,0076 tesla. Moltiplicando questa quantità per l'area media racchiusa dall'anello si ottiene una grandezza quantistica fondamentale pari al valore che si ottiene dividendo la costante di Planck per la carica dell'elettrone, come previsto dalla teoria.

In questo caso l'entità dell'oscillazione della resistenza era molto piccola: circa lo 0,1 per cento della resistenza totale dell'anello. Daniel E. Prober della Yale University, Supriyo Datta della Purdue University e i loro colleghi ben presto osservarono a loro volta oscillazioni della resistenza in altri metalli e in semicon-



L'effetto Aharonov-Bohm nei conduttori solidi è misurato con un dispositivo ad anello (*in alto*): le onde elettroniche entrano da sinistra e si diffondono in un anello portato a una temperatura molto bassa. Un campo potenziale vettore dovuto a un campo magnetico (*frecce*) modifica la fase della funzione d'onda elettronica e altera la resistenza elettrica dell'anello, determinata misurando la tensione e la corrente. L'effetto Aharonov-Bohm spiega l'oscillazione della resistenza elettrica dell'anello (*in basso*).



Si può realizzare un dispositivo di commutazione basato sull'effetto Aharonov-Bohm elettrostatico. A un anello di antimonio di forma quadrata di 0,8 micrometri di lato sono affiancate due barrette. Applicando una differenza di potenziale a una o a entrambe le barrette, le funzioni d'onda degli elettroni che si propagano nell'anello subiscono una modificazione di fase, cosicché la tensione di uscita del dispositivo risulta alterata.

duttori. In esperimenti effettuati più di recente da numerosi altri gruppi si sono osservate oscillazioni pari anche al 50 per cento della resistenza totale. Inoltre le oscillazioni della conduttanza in questi campioni sono indipendenti dalla resistenza media e sono grosso modo uguali al quadrato del valore della carica dell'elettrone diviso per la costante di Planck. Questo carattere di universalità (cioè il fatto che le oscillazioni della resistenza siano indipendenti dal materiale e dalle impurezze che producono diffusione elastica) fu previsto per la prima volta da Al'tšuler e poco dopo da Patrick A. Lee del Massachusetts Institute of Technology e da A. Douglas Stone della Yale University.

Le ricerche e la conseguente osservazione dell'effetto Aharonov-Bohm hanno spalancato tutto un nuovo campo di indagine, che permette di studiare la natura quantistica degli elettroni propagantisi nei solidi in un dominio intermedio fra quello atomico e quello macroscopico. Questi sistemi «mesoscopici», che sono molto più grandi di un atomo o di una molecola, possono essere maneggiati e misurati con mezzi macroscopici e tuttavia si comportano ancora secondo le regole della fisica microscopica. Questi sistemi manifestano direttamente gli strani effetti della meccanica quantistica, per esempio in normali misure elettriche. È come se si riuscisse a misurare la resistenza degli elettroni orbitanti in un atomo. Grazie a questi sistemi saremo forse in grado di dare una risposta a domande fondamentali, per esempio quanto debba essere grande un sistema per comportarsi in modo macroscopico.

Pur essendo interessanti di per sé, l'effetto Aharonov-Bohm e l'interferenza quantistica potrebbero anche avere un ruolo particolarmente importante nel futuro dell'elettronica. Dalla scoperta del transistore le dimensioni dei dispositivi elettronici sono diminuite continuamente, tanto che oggi un conduttore, nel senso della larghezza, contiene meno di un migliaio di atomi. Allo stesso tempo è aumentata l'energia dissipata sotto forma di calore in un'area unitaria dai chip dei calcolatori. A meno che non si scoprano nuovi dispositivi che abbiano prestazioni affidabili e consumino meno energia, il numero dei componenti di un chip non potrà crescere oltre un certo limite. In ultima analisi ciò limiterebbe la velocità di funzionamento dei dispositivi elettronici.

Le ricerche più recenti sugli effetti di interferenza quantistica indicano che vi è la possibilità di sviluppare nuovi dispositivi elettronici in grado di dissipare una minima quantità di energia. Un prototipo sperimentale di un dispositivo del genere è già stato collaudato in un ambiente a bassa temperatura. Il dispositivo controlla la resistenza e la tensione impiegando un potenziale per agire sulle caratteristiche ondulatorie degli elettroni. Nel prossimo futuro, via via che le dimensioni dei componenti elettronici continueranno a decrescere, potrebbero essere costruiti dispositivi in cui gli elettroni saranno in grado di mantenere un comportamento quantistico a temperature molto più elevate. Riteniamo degno di nota che l'effetto Aharonov-Bohm e altri effetti di interferenza quantistica, inizialmente dedotti dai fondamenti astratti della meccanica quantistica, siano stati riscontrati in esperimenti di carattere molto concreto e prossimo a un interesse applicativo.

(Da «Le Scienze» n. 250, giugno 1989.)

YOSEPH IMRY *insegna fisica presso il Weizmann Institute, in Israele.*

RICHARD A. WEBB *lavora al Thomas J. Watson Research Center della IBM a Yorktown Heights.*

Il caos quantistico

di Martin C. Gutzwiller

Indizi di caos sembrano comparire anche nella distribuzione dei livelli energetici degli atomi

Nel 1917 Albert Einstein scrisse una memoria che rimase del tutto ignorata per quarant'anni. In essa veniva sollevato un problema che solo di recente i fisici hanno cominciato ad affrontare: quali effetti provocherebbe nella meccanica quantistica (la teoria che descrive il mondo atomico e quello subatomico) il caos classico, che si annida ovunque nel nostro mondo? È da molto tempo, naturalmente, che sono stati osservati gli effetti del caos classico: Keplero sapeva delle irregolarità del moto della Luna intorno alla Terra e Newton si rammaricava di questo fenomeno. Alla fine del secolo scorso l'astronomo americano George William Hill dimostrò che le irregolarità sono dovute unicamente all'attrazione gravitazionale del Sole. Poco dopo il grande matematico, astronomo e fisico francese Henri Poincaré avanzò l'ipotesi che il moto della Luna fosse soltanto una forma benigna di una malattia congenita che affligge quasi tutti i sistemi. Poincaré intuì che, in tempi lunghi, la maggior parte dei sistemi dinamici non manifesta regolarità osservabili o configurazioni ricorrenti. Il comportamento di un sistema anche semplice può essere talmente sensibile alle condizioni iniziali da rendere del tutto incerto l'esito finale.

Più o meno all'epoca in cui Henri Poincaré svolgeva le sue feconde ricerche sul caos classico, Max Planck avviava un'altra rivoluzione, che avrebbe portato alla moderna teoria quantistica. I semplici sistemi già studiati da Newton furono ripresi in esame, questa volta però a scala atomica. Il corrispondente quantistico dell'umile pendolo è il laser; le palle di cannone del mondo atomico sono fasci di protoni o di elettroni e la ruota che gira è l'elettrone dotato di spin (che costituisce l'elemento fondamentale dei nastri magnetici). Persino il sistema solare nel suo complesso è rispecchiato in ciascuno degli atomi del sistema periodico degli elementi.

Forse la caratteristica più saliente del mondo quantistico è la sua natura regolare e ondulatoria. È proprio questa caratteristica a sollevare il problema di come il caos possa manifestarsi nel passaggio dal mondo classico al mondo quantistico. Come può la natura del tutto irregolare del caos classico conciliarsi con quella regolare e ondulatoria dei fenomeni a scala atomica? Nel mondo quantistico esiste il caos?

Le prime ricerche sembrano indicare di sì: il caos si riscontra nella distribuzione dei livelli energetici di certi sistemi atomici e sembra addirittura insinuarsi nelle funzioni d'onda associate a questi livelli. Lo si osserva anche quando gli elettroni vengono diffusi da molecole di piccole dimensioni. Devo tuttavia sottolineare che la locuzione «caos quantistico» serve più a indicare un enigma che a descrivere un problema ben posto.

Per affrontare il caos quantistico può essere utile la seguente interpretazione, che fa riferimento a un quadro più ampio. Tutte le nostre discussioni teoriche sulla meccanica possono essere classificate, sia pure in modo un poco artificioso, in tre categorie, anche se la natura non conosce divisioni di questo genere.

Nella prima categoria rientra la meccanica classica elementare. Poiché questa categoria contiene tutti quei sistemi piacevolmente chiari che manifestano un comportamento semplice e regolare, la chiamerò R come regolare. In R rientra anche un raffinato strumento matematico chiamato teoria delle perturbazioni, che viene usato per calcolare gli effetti di piccole interazioni e di disturbi esterni, come l'effetto del Sole sul moto della Luna intorno alla Terra. Con l'ausilio della teoria delle perturbazioni oggi sappiamo interpretare gran parte dei fenomeni fisici in termini di scostamenti relativamente moderati dal comportamento di sistemi regolari. Tuttavia la realtà è molto più complicata: i sistemi caotici sfuggono al campo di applicazione della teoria delle perturbazioni e costituiscono la seconda categoria.

Dal momento che le prime analisi dettagliate relative ai sistemi caotici furono effettuate dallo scienziato francese Jules-Henri Poincaré (1854-1912), in suo onore darò il nome di P a questa categoria.

P è colma di quei sistemi dinamici caotici che costituiscono il pane quotidiano della scienza. In questa categoria rientrano infatti tutti i problemi fondamentali della meccanica, a partire dal problema di tre (anziché solo due) corpi in interazione reciproca, quali la Terra, la Luna e il Sole o i tre atomi della molecola dell'acqua o i tre quark del protone.

La meccanica quantistica, così com'è stata praticata per circa novant'anni, appartiene alla terza categoria, che perciò chiamerò Q. Dopo il lavoro pionieristico di Max Planck, Albert Einstein e Niels Bohr, la meccanica quantistica ricevette la sua forma definitiva in soli quattro anni, a partire dal 1924. Le feconde ricerche di Louis-Victor de Broglie, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger, Max Born, Wolfgang Pauli e Paul Adrien Maurice Dirac hanno superato senza incertezze le verifiche di laboratorio. Miracolosamente, la teoria quantistica ha dotato la fisica di una impalcatura matematica che, per dirla con Dirac, ha consentito una comprensione profonda di «gran parte della fisica e di tutta la chimica». Nondimeno, benché moltissimi fisici e chimici abbiano imparato a risolvere particolari problemi di meccanica quantistica, ancora non si è riusciti a penetrare le incredibili sottigliezze di questo campo di ricerca. Queste sottigliezze sono affatto distinte dai difficili problemi concettuali legati all'interpretazione della meccanica quantistica.

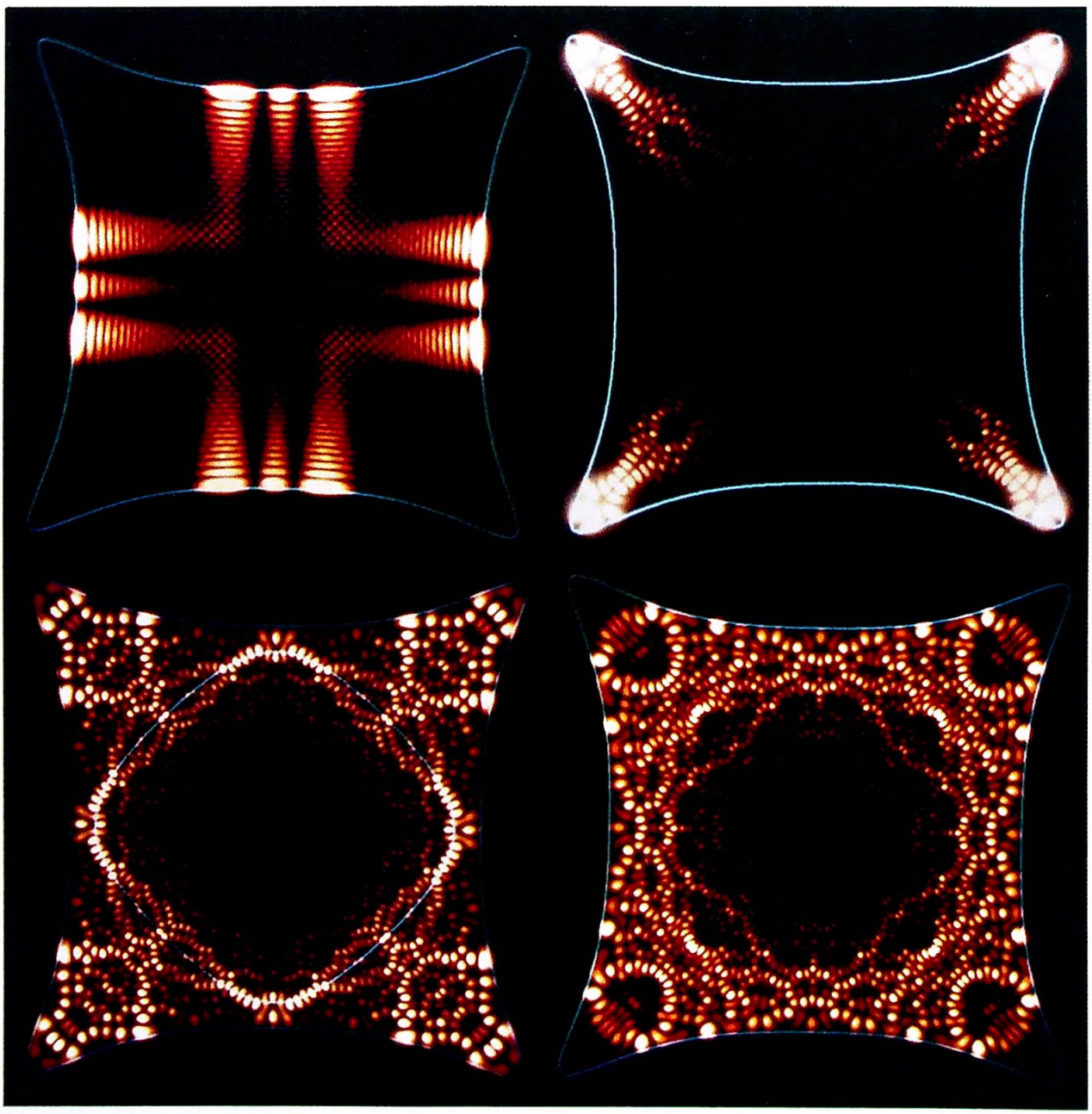
Fra le tre categorie che abbiamo sommariamente descritto esistono vari legami. Il legame tra R e Q è noto col nome di principio di corrispondenza di Bohr;

secondo questo principio molto ragionevole, la meccanica classica è un caso limite di quella quantistica quando le dimensioni degli oggetti trattati siano molto più grandi di quelle degli atomi. Il legame principale tra R e P è il teorema KAM (Kolmogorov-Arnold-Moser), il quale costituisce un potente strumento per calcolare quanto della struttura di un sistema regolare sopravvive quando a esso venga applicata una piccola perturbazione. Il teorema KAM può quindi individuare le perturbazioni che portano un sistema regolare a manifestare un comportamento caotico.

Il caos quantistico riguarda il legame tra le categorie P (sistemi caotici) e Q (sistemi quantistici). Per stabilire questa relazione è utile introdurre il concetto di spazio delle fasi. Non tutti sanno che lo spazio delle fasi, oggi tanto sfruttato dagli esperti di sistemi dinamici, fu introdotto da Newton.

Questo concetto si trova infatti nell'opera *Philosophiae naturalis principia mathematica*, pubblicata nel 1687. Così suona la seconda definizione del primo capitolo, intitolato appunto «Definizioni»: «La quantità di moto è la misura del medesimo ricavata dal prodotto della velocità per la quantità di materia.» Tradotte in linguaggio moderno, le parole di Newton significano che per ogni oggetto esiste una grandezza, la quantità di moto, che è il prodotto della massa dell'oggetto per la sua velocità.

Newton enuncia le leggi del moto nel secondo capitolo, intitolato «Assiomi o leggi del moto». La seconda legge stabilisce che la variazione del moto è proporzionale alla forza impressa. Newton collega la forza alla variazione della quantità di moto (e non all'accelerazione, come si legge nella maggior parte dei libri di testo).



Gli stati stazionari associati ai livelli energetici di un atomo di idrogeno fortemente eccitato (atomo di Rydberg) immerso in un intenso campo magnetico possono avere caratteristiche caotiche. Gli stati in alto sono regolari, quelli in basso caotici. Lo stato in basso a sinistra è disposto in parte lungo un'orbita periodica, al contrario di quello in basso a destra; quest'ultimo è difficile da interpretare eccetto che per le simmetrie speculari rispetto agli assi verticale e orizzontale e alle diagonali.

La quantità di moto è effettivamente una delle due grandezze che, considerate insieme, forniscono un'informazione completa riguardo a un sistema dinamico in un certo istante. L'altra grandezza è semplicemente la posizione, che determina l'intensità e la direzione della forza.

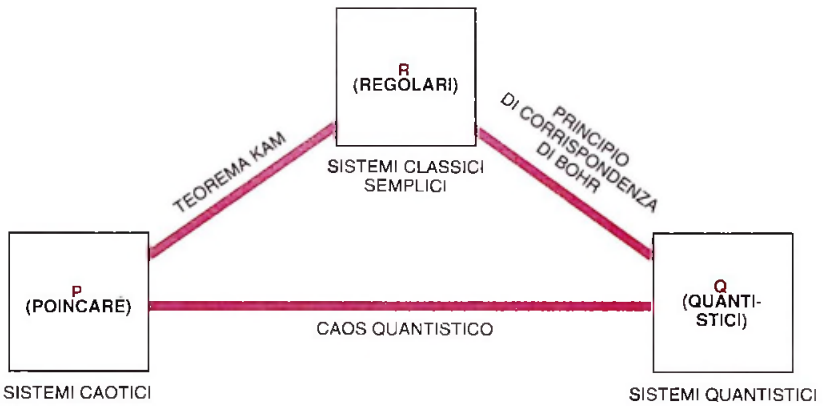
L'intuizione che portò Newton a scoprire la natura duale di quantità di moto e posizione fu giustificata meglio circa un secolo e mezzo più tardi da due matematici, William Rowan Hamilton e Karl Gustav Jacob Jacobi. L'accoppiamento di quantità di moto e posizione non avviene più nel vecchio spazio euclideo a tre dimensioni, bensì nello spazio delle fasi che è dotato di sei dimensioni, tre per la posizione e tre per la quantità di moto.

Sotto il profilo matematico l'introduzione dello spazio delle fasi fu una splendida conquista, ma per l'intuizione esso costituisce un serio ostacolo: come si possono visualizzare sei dimensioni? Per fortuna in certi casi lo spazio delle fasi può essere ridotto a tre o, ancor meglio, a due dimensioni.

Questa riduzione è possibile quando si esamina il comportamento di un atomo di idrogeno in un intenso campo magnetico. L'atomo di idrogeno è da molto tempo uno dei sistemi più «corteggiati» per la sua semplicità: un elettrone solitario che ruota intorno a un solo protone. Eppure il moto classico dell'elettrone diviene caotico quando viene applicato il campo magnetico. Come facciamo a sostenere che comprendiamo la fisica se non sappiamo risolvere questo problema basilare?

In condizioni normali, l'elettrone di un atomo di idrogeno è fortemente legato al protone e il comportamento dell'atomo è soggetto alle regole della meccanica quantistica. L'atomo cioè non è libero di assumere un'energia arbitraria, ma può occupare solo determinati stati energetici discreti o quantizzati. A basse energie i valori permessi sono piuttosto distanti tra loro. Via via che l'energia aumenta, crescono le dimensioni dell'atomo perché l'elettrone si muove su un'orbita situata a maggiore distanza dal protone e i valori permessi dell'energia si avvicinano l'uno all'altro. Quando l'energia è sufficientemente alta (ma non troppo, altrimenti l'atomo perde il suo elettrone!), i valori permessi si avvicinano moltissimo tra loro, formando in pratica un continuo: a questo punto è lecito applicare le regole della meccanica classica.

Un atomo con una eccitazione talmente elevata prende il nome di atomo di Rydberg. Gli atomi di Rydberg occupano una zona intermedia tra il mondo quantistico e quello classico e rappresentano per ciò stesso dei candidati ideali come oggetto di studio per quanti intendano prendere in esame il principio di corrispondenza di Bohr, che collega le categorie Q dei fenomeni quantistici e R dei fenomeni classici.



I sistemi dinamici vengono tradizionalmente (e artificiosamente) classificati nelle tre categorie mostrate nell'illustrazione, che sono collegate tra loro da alcune relazioni. Il caos quantistico stabilisce la connessione tra le categorie P e Q.

Se fosse possibile indurre un atomo di Rydberg a manifestare un comportamento caotico nel senso classico, esso potrebbe offrirci qualche indizio sulla natura del caos quantistico e, pertanto, fornirci chiarimenti su quei sistemi che sono situati tra le categorie Q e P (fenomeni caotici).

Un atomo di Rydberg immerso in un campo magnetico intenso manifesta un comportamento caotico, ma per osservarlo occorre ridurre il numero di dimensioni dello spazio delle fasi. Il primo passo consiste nell'osservare che il campo magnetico applicato introduce nell'atomo un asse di simmetria. In effetti il moto dell'elettrone avviene in un piano bidimensionale e il moto intorno all'asse può esserne separato; hanno rilevanza solo le distanze in direzione parallela e perpendicolare all'asse. La simmetria del moto riduce da sei a quattro le dimensioni dello spazio delle fasi.

Un aiuto addizionale ci viene fornito dal fatto che nessuna forza esterna compie lavoro sull'elettrone e di conseguenza l'energia totale non varia nel tempo. Scegliendo un valore particolare dell'energia, si può estrarre dallo spazio delle fasi quadridimensionale un «guscio» di energia, cioè una fetta tridimensionale. Questo guscio ci consente di osservare le contorsioni e le curve dell'elettrone, e in effetti si può vedere qualcosa che assomiglia a un'intricata scultura di fili. Il quadro che ne risulta può essere ulteriormente semplificato grazie a una elegante soluzione di Poincaré, il quale suggerì di considerare un piano bidimensionale fisso (detto sezione di Poincaré) che attraversi il guscio di energia e di osservare i punti in cui la traiettoria interseca il piano. La sezione di Poincaré riduce l'intricata struttura di fili a un insieme di punti su un piano.

In una delle illustratazioni è mostrata una sezione di Poincaré per un atomo di idrogeno altamente eccitato in un campo magnetico intenso. Le regioni dello spazio delle fasi dove i punti sono sparpagliati scompostamente indicano un comportamento caotico. Questo sparpagliamento è un sintomo evidente di caos classico e consente di assegnare un sistema alla categoria P o alla R.

Che cosa ci rivela l'atomo di Rydberg sulla relazione tra le categorie P e Q? Come ho già detto, uno dei tratti caratteristici di un sistema quantistico è dato dai suoi livelli di energia discreti, e in effetti i livelli energetici sono il primo posto dove cercare il caos quantistico. Tuttavia il caos non si manifesta in un particolare livello energetico: la sua presenza può essere individuata nello spettro, o distribuzione, dei livelli. Può forse sembrare paradossale, ma in un sistema quantistico non caotico i livelli energetici sono distribuiti a caso e senza correlazione, mentre i livelli energetici di un sistema quantistico caotico presentano forti correlazioni. I livelli del sistema non caotico sono spesso vicini tra loro perché un sistema del genere è composto da sottosistemi più piccoli che sono del tutto disaccoppiati.

I livelli energetici del sistema caotico, per contro, sembrano quasi consapevoli l'uno dell'altro e cercano di mantenersi a distanza di sicurezza. Un sistema caotico non può essere scomposto: il moto lungo un asse coordinato è sempre accoppiato a ciò che avviene lungo l'altro asse.

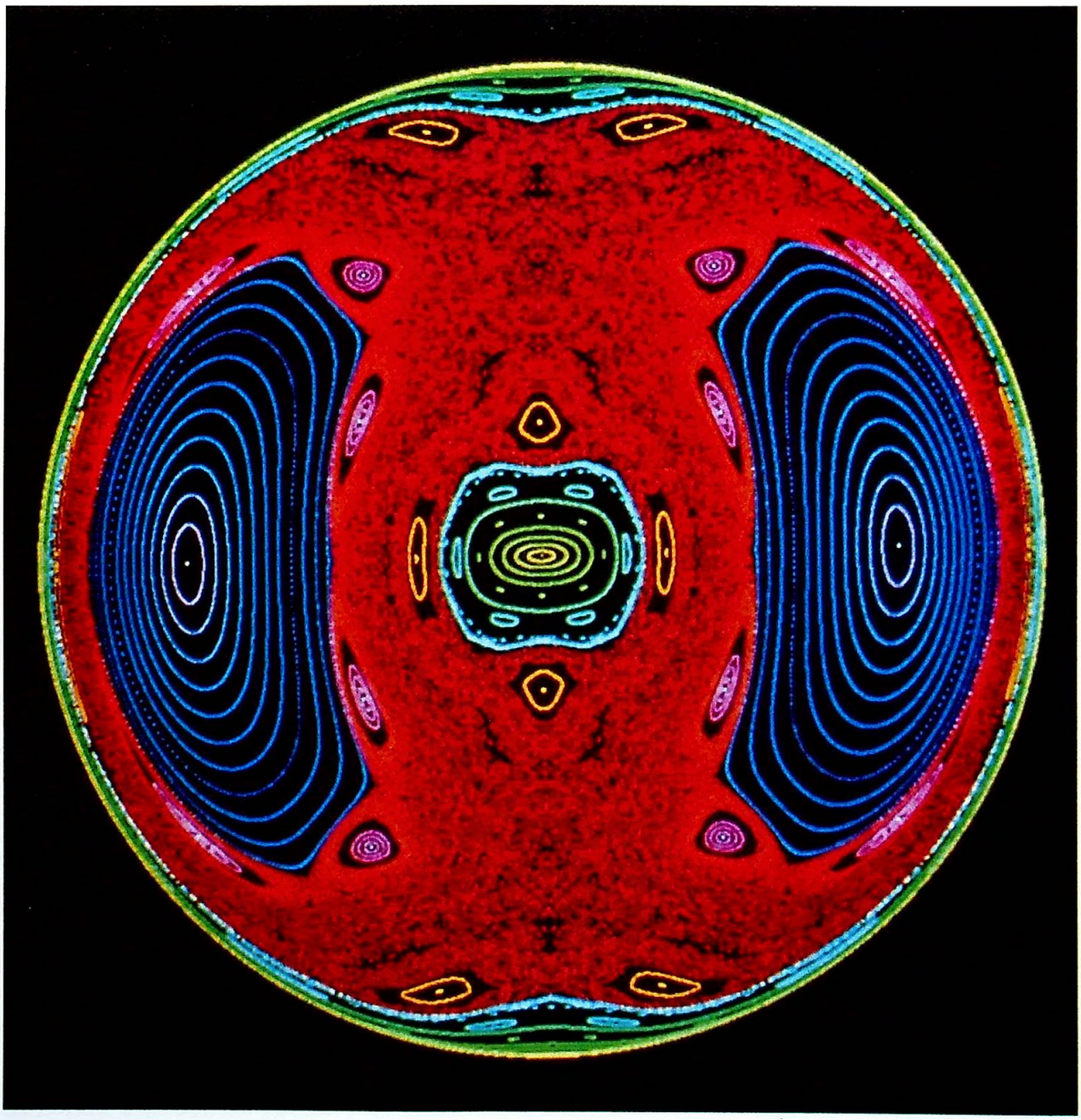
Lo spettro di un sistema caotico quantistico fu proposto da Eugene P. Wigner, anch'egli tra i primi maestri della meccanica quantistica. Come avevano fatto molti altri, Wigner osservò che la fisica nucleare non possiede i solidi puntelli della fisica atomica e molecolare: l'origine della forza nucleare non è ancora stata individuata con chiarezza. Egli si chiese pertanto se le proprietà statistiche degli spettri nucleari si potessero ricavare dall'ipotesi che molti parametri del problema hanno valori ben definiti, ma ignoti. Questo punto di partenza piuttosto vago gli consentì di scoprire la formula più probabile della distribuzione. Oriol Bohigas e Marie-Joya Giannoni, dell'Institut de Physique Nucléaire di Orsay, vicino a Parigi, furono i primi a

osservare che la distribuzione di Wigner coincide esattamente con quella che si trova per lo spettro di un sistema dinamico caotico.

Il caos non sembra tuttavia limitarsi alla distribuzione dei livelli energetici quantizzati: anzi, sembra addirittura insinuarsi nella natura ondulatoria del mondo quantistico. La posizione dell'elettrone nell'atomo di idrogeno è descritta da una funzione d'onda. L'elettrone non può essere localizzato nello spazio: è come una macchia nebulosa che si libra vicino al protone. A ogni livello energetico permesso è associato uno stato stazionario, che è una configurazione ondulatoria che non si modifica nel tempo. Uno stato stazionario assomiglia molto alla figura di risonanza di una membrana tesa su un telaio rigido, come un tamburo.

Gli stati stazionari di un sistema caotico hanno una struttura interessantissima, come dimostrò all'inizio degli anni ottanta Eric Heller dell'Università di Washington. Heller e i suoi studenti calcolarono una serie di stati stazionari per una cavità bidimensionale a forma di stadio. Si sapeva che il sistema corrispondente in meccanica classica era caotico perché in breve tempo una generica traiettoria ricopre uniformemente gran parte della regione del piano all'interno della cavità.

Questo comportamento farebbe pensare che anche gli stati stazionari possano apparire aleatori, quasi che fossero assegnati senza alcuna regola o criterio. Invece Heller riuscì a scoprire che gran parte degli stati stazionari è concentrata intorno a stretti canali che delineano semplici forme all'interno della cavità, canali ai quali diede il nome di «cicatrici». Strutture dello



La sezione di Poincaré di un atomo di idrogeno in un intenso campo magnetico mostra regioni (*in arancione*) dove i punti della traiettoria dell'elettrone sono sparpagliati a caso, il che è un indizio di caos. Una sezione è una fetta dello spazio delle fasi, uno spazio astratto a sei dimensioni: tre indicano la posizione della particella e le altre tre la quantità di moto.

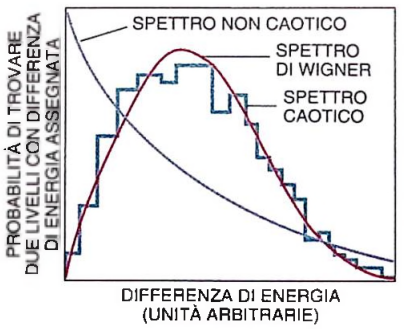
stesso tipo si possono anche osservare negli stati stazionari di un atomo di idrogeno immerso in un campo magnetico di elevata intensità. La regolarità delle forme d'onda quantistiche appare conservata localmente, ma allorquando ci si allontana per osservare il quadro nel suo insieme la firma del caos si fa evidente.

Si può collegare l'impronta caotica dello spettro di energia alla meccanica classica. Un suggerimento per affrontare questo problema è contenuto in uno scritto di Einstein del 1917, dove si studia lo spazio delle fasi di un sistema della categoria R; sotto il profilo geometrico, questo spazio è pieno di superfici a forma di toro e la traiettoria del sistema è identificabile con il moto di un punto sulla superficie di un particolare toro. La traiettoria si avvolge in modo regolare sulla superficie toroidale, ma non si richiude necessariamente su se stessa.

Nella rappresentazione di Einstein è semplice applicare il principio di corrispondenza di Bohr per trovare i livelli energetici dell'analogo sistema quantistico. Le sole traiettorie che possono presentarsi in natura sono quelle in cui la sezione del toro racchiude un'area pari a un multiplo intero della costante di Planck h (pari a 2π volte il quanto fondamentale del momento angolare, che ha le dimensioni di una quantità di moto moltiplicata per una lunghezza). Ne risulta che questo multiplo è proprio il numero che definisce il livello energetico corrispondente nel sistema quantistico.

Purtroppo, come Einstein intuì, questo metodo non può essere applicato se il sistema è caotico, perché in tal caso la traiettoria non giace su un toro e non esiste un volume naturale la cui sezione abbia un'area pari a un multiplo intero della costante di Planck. Per spiegare la distribuzione dei livelli energetici quantistici in termini delle orbite caotiche della meccanica classica si deve adottare un altro metodo.

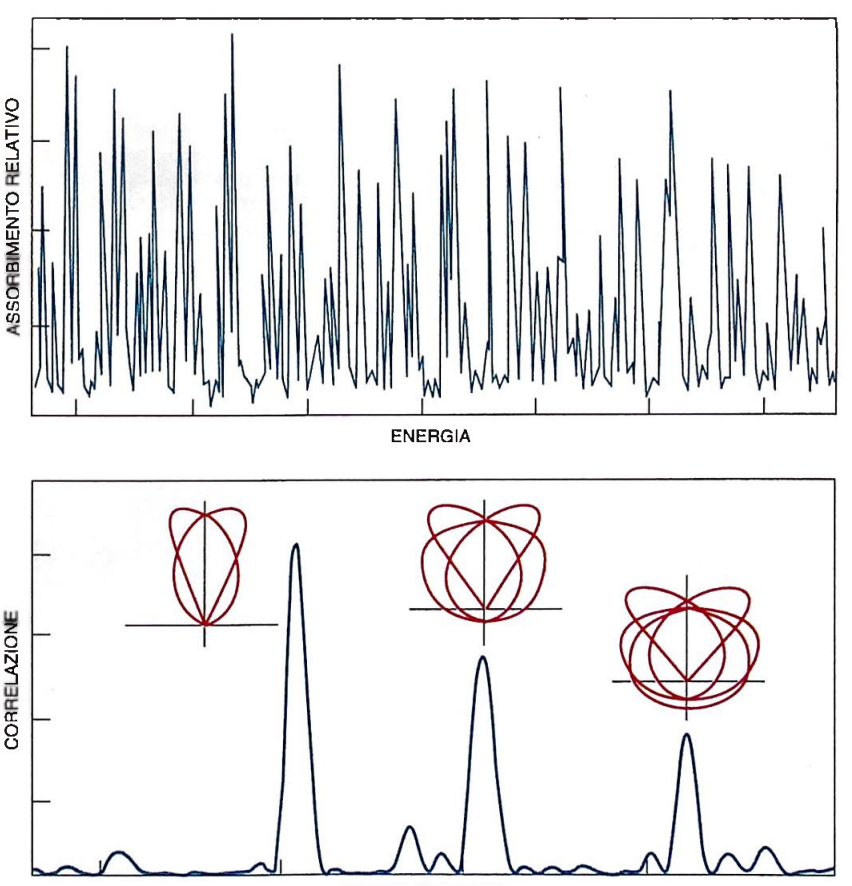
Quali caratteristiche della traiettoria classica possono aiutarci a capire il caos quantistico? Un indizio è fornito dalla discussione di Hill sull'irregolarità dell'orbita lunare causata dalla presenza del Sole. Il lavoro di Hill fu il primo caso in cui si sia scoperto che una particolare orbita periodica era alla base di un difficile problema di meccanica. (Un'orbita periodica è come una pista chiusa su cui si muove il sistema; ne esistono molte, benché siano isolate e instabili.) Ci si può ispirare anche al lavoro di Poincaré, che sottolineò l'importanza generale delle orbite periodiche. All'inizio della sua opera in tre volumi *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, apparsa nel 1892, egli espresse la convinzione che le orbite periodiche «offrano l'unica breccia attraverso la quale penetrare nella fortezza che ha fama di essere inespugnabile». Lo spazio delle fasi di un sistema caotico può essere organizzato, almeno in parte, intorno a orbite periodiche, anche se talvolta è molto difficile trovarle.



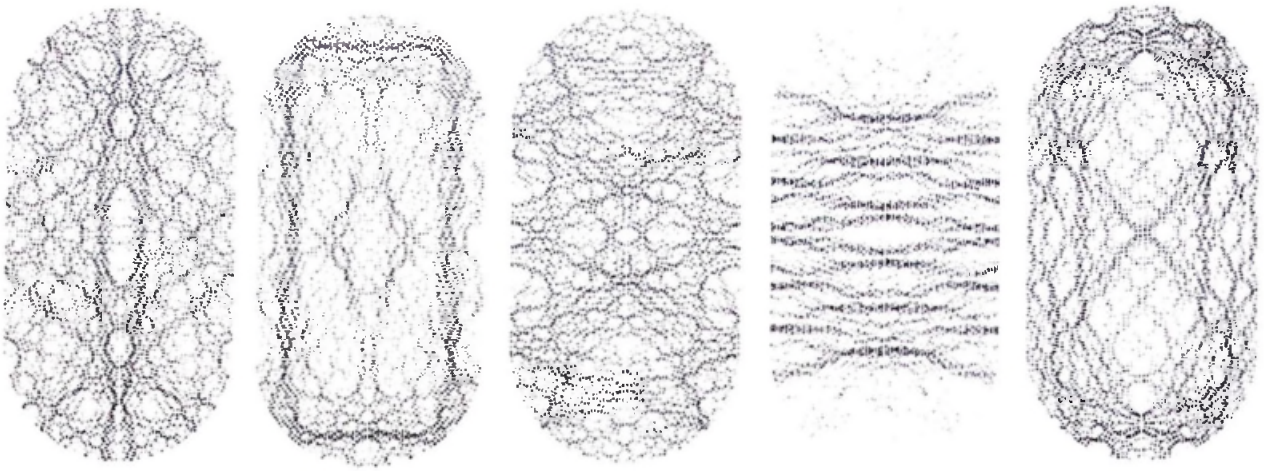
Lo spettro energetico, cioè la distribuzione dei livelli di energia, manifesta differenze tra un sistema quantistico caotico e uno non caotico. In un sistema di quest'ultimo tipo, per esempio lo ione dell'idrogeno molecolare (H_2^+), la probabilità di avere due livelli di energia vicini tra loro è elevata mentre in un sistema caotico, per esempio un atomo di Rydberg in un intenso campo magnetico, la probabilità è bassa. Lo spettro caotico segue da vicino il tipico spettro nucleare scoperto da E. P. Wigner.

Nel 1970 scoprii un metodo molto generale per ottenere informazioni sullo spettro quantistico da un'enumerazione completa delle orbite periodiche classiche. Gli aspetti matematici di questo metodo sono troppo difficili per affrontarli in questa sede, ma il risultato principale è un'espressione relativamente semplice, detta «formula della traccia». Il metodo è stato ormai impiegato da numerosi ricercatori, tra cui Michael V. Berry dell'Università di Bristol che ha utilizzato la formula per ricavare le proprietà statistiche dello spettro.

Ho applicato la formula della traccia per calcolare i primi 24 livelli energetici di un elettrone appartenente al reticolo cristallino di un semiconduttore nelle vicinanze di una delle sue impurezze. (Come è noto, i semiconduttori sono alla base degli stupefacenti dispositivi da cui dipende la società contemporanea; grazie alle loro impurezze, la conducibilità elettrica di questi materiali sta a metà strada tra quella degli isolanti, come la plastica, e quella dei conduttori, come il rame.) La traiettoria dell'elettrone può essere univocamente determinata me-



L'assorbimento di radiazione elettromagnetica da parte di un atomo di idrogeno in un intenso campo magnetico manifesta variazioni casuali al variare dell'energia (*in alto*), ma l'elaborazione dei dati mediante la tecnica matematica dell'analisi di Fourier rivela una configurazione molto più semplice (*in basso*). A ogni picco del grafico in basso è associata una particolare orbita periodica classica (*figure in rosso*).



Una particella in un contenitore a forma di stadio ha stati stazionari caotici con configurazioni ondulatorie meno casuali di quanto ci si aspetterebbe. Molti stati si accumulano intorno a stretti canali, detti cicatrici, che delineano forme semplici.

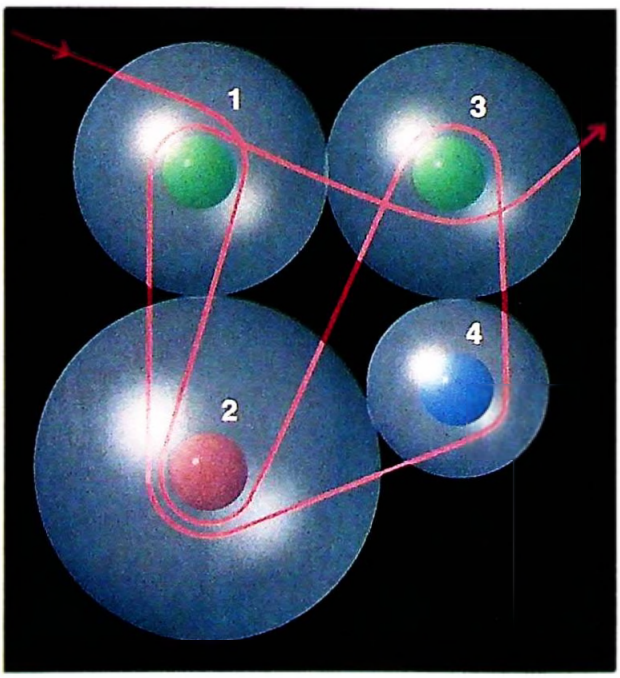
diante una successione di simboli di interpretazione immediata. Questa successione si costruisce definendo un asse nel semiconduttore e annotando semplicemente quando la traiettoria attraversa l'asse. A un attraversamento verso la semiretta «positiva» dell'asse si associa il simbolo + e a un attraversamento verso la semiretta «negativa» il simbolo –.

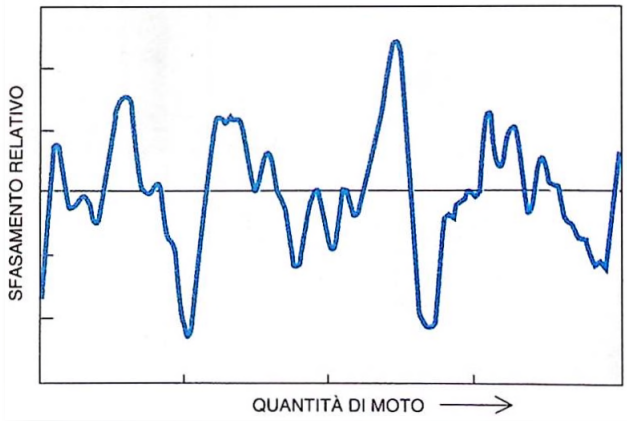
Quindi una traiettoria descritta dal sistema appare come la registrazione di una serie di lanci di una moneta. Anche se il passato è conosciuto in ogni dettaglio, cioè anche se tutti gli attraversamenti sono stati annotati, il futuro è ancora del tutto aperto. La successione degli attraversamenti può essere scelta arbitrariamente. Un'orbita periodica consiste in una successione binaria che si ripete; la più semplice di queste successioni è (+ –), poi viene (+ + – –) e così via. (Due attraversamenti consecutivi con lo stesso segno indicano che l'elettrone è stato temporaneamente intrappolato.) Così tutte le orbite periodiche vengono enumerate ed è possibile calcolare uno spettro approssimato con l'ausilio della formula della traccia. In altre parole, i livelli energetici quantistici sono ottenuti mediante un'approssimazione che si basa soltanto su grandezze classiche.

Le orbite periodiche classiche e lo spettro quantistico sono tra loro strettamente correlati tramite quel procedimento matematico che prende il nome di analisi di Fourier.

Le regolarità nascoste di uno dei due insiemi e la frequenza con cui esse si manifestano sono individuate in maniera esatta dall'altro insieme. Questa interessante circostanza venne sfruttata da John B. Delos, del College of William and Mary, e da Dieter Wintgen, del Max-Planck-Institut für Kernphysik di Heidelberg, allo scopo di interpretare lo spettro dell'atomo di idrogeno in un intenso campo magnetico.

Karl H. Welge e il suo gruppo di lavoro presso l'Università di Bielefeld hanno effettuato ricerche sperimentali su questi spettri eccitando atomi di idrogeno fin quasi al punto di ionizzazione, punto nel quale l'elettrone si libera dal protone. In queste condizioni le energie alle quali gli atomi assorbono la radiazione sono assolutamente casuali, ma l'analisi di Fourier trasforma questo guazzabuglio di picchi in una famiglia





La traiettoria di un elettrone in una molecola durante il processo di diffusione può essere descritta come una successione di svolte a destra e a sinistra intorno agli atomi della molecola. Il tempo che occorre all'elettrone diffuso per raggiungere una stazione di controllo fissa mostra una variazione caotica. Il tempo di arrivo varia in funzione della quantità di moto dell'elettrone. La variazione è regolare quando le variazioni della quantità di moto sono piccole, ma assume una configurazione caotica quando le variazioni sono forti. Lo sfasamento, che compare in ordinata, è una misura del ritardo temporale.

di picchi ben distinti. La caratteristica più interessante che emerge da questa analisi è che ciascuno di questi picchi distinti corrisponde esattamente a una delle molte orbite periodiche canoniche classiche.

Ecco dunque che l'insistenza di Poincaré sull'importanza delle orbite periodiche acquista un nuovo significato. Dalle orbite periodiche classiche dipende in modo critico non soltanto l'organizzazione classica dello spazio delle fasi, ma - e questo è ciò che più ci interessa - anche la comprensione di uno spettro quantistico caotico.

Finora ci siamo soffermati soltanto sui sistemi quantistici in cui un elettrone è intrappolato o confinato spazialmente, ma gli effetti caotici sono presenti anche in sistemi atomici nei quali un elettrone può vagare liberamente, come accade, per esempio, quando viene diffuso dagli atomi di una molecola. In tal caso i livelli energetici non sono più quantizzati e l'energia dell'elettrone può assumere un valore qualunque, ma l'efficacia della diffusione dipende dall'energia stessa.

Nella diffusione quantistica il caos si manifesta sotto forma di variazioni del tempo in cui l'elettrone è temporaneamente intrappolato nella molecola durante il processo di diffusione. Per semplicità il problema può essere studiato in due dimensioni. All'elettrone una molecola di quattro atomi appare come un piccolo labirinto. Quando si avvicina a un atomo, l'elettrone ha due scelte, potendo deviare verso destra o verso sinistra. Ciascuna delle traiettorie possibili dell'elettrone nella molecola può essere quindi individuata da una successione di svolte a destra e a sinistra intorno agli atomi, finché la particella emerge. Tutte queste traiettorie sono instabili: anche una variazione minima dell'energia o della direzione iniziale dell'avvicinamento provoca un notevole cambiamento della direzione lungo la quale, alla fine, l'elettrone abbandona la molecola.

Nel fenomeno della diffusione il caos scaturisce dal rapido aumento del numero delle traiettorie possibili con la lunghezza del percorso. Solo un'interpretazione in termini quantistici dà risultati ragionevoli: un calcolo puramente classico conduce a conclusioni prive di senso. In meccanica quantistica ciascuna traiettoria classica dell'elettrone è usata per definire un pacchetto d'onda che serpeggiando attraversa la molecola. Il risultato quantistico si ottiene semplicemente sommando tutti questi pacchetti d'onda.

Di recente ho intrapreso a studiare le conseguenze del processo di diffusione in un caso particolare in cui la somma dei pacchetti d'onda è conosciuta con precisione. Un elettrone del quale è nota la quantità di moto colpisce una molecola e ne emerge con la stessa quantità di moto. Il tempo che viene impiegato dall'elettrone per raggiungere un punto di rilevamento prefissato varia in funzione della quantità di moto, ed è proprio il modo in cui varia il tempo di arrivo che è tanto interessante in questo problema. Il tempo di arrivo fluttua con regolarità per piccole variazioni della quantità di moto, ma per variazioni cospicue si manifesta un comportamento caotico che non tende mai a stabilizzarsi in una configurazione semplice.

Un aspetto particolarmente seducente del processo di diffusione caotico è che in esso i misteri del caos quantistico si connettono ai misteri della teoria dei numeri. Infatti il calcolo del ritardo porta dritto a quello che è forse l'oggetto più enigmatico di tutta la matematica, la funzione zeta di Riemann. In realtà il primo a impiegarla fu Leonhard Euler, verso la metà del Settecento, per dimostrare l'esistenza di infiniti numeri primi (cioè di interi che si possono dividere solo per se stessi e per l'unità). Circa un secolo dopo Bernhard Riemann, uno dei fondatori della matematica moderna, usò questa funzione per studiare la distribuzione dei numeri primi e, nella sua unica memoria su questo argomento, la indicò con la lettera greca zeta.

La funzione zeta è una funzione di due variabili, x e y (definite nel piano complesso). Per capire la distribuzione dei numeri primi, Riemann aveva bisogno di conoscere gli zeri della funzione zeta (ovvero i punti in cui essa si annulla). Senza fornire una dimostrazione valida, egli affermò che essa si annulla solo quando x vale 1/2. Una gran quantità di calcoli ha dimostrato che la congettura di Riemann era corretta senza eccezioni per il primo miliardo di zeri, ma nessuno è mai riuscito a darne una sia pur vaga dimostrazione. Se la congettura fosse esatta, si potrebbero dimostrare moltissime interessanti proprietà dei numeri primi.

I valori di y per cui la funzione zeta si annulla formano un insieme numerico molto simile allo spettro energetico di un atomo. Proprio come si può studiare la distribuzione dei livelli energetici dello spettro, così si può studiare la distribuzione degli zeri della funzione zeta. Qui i numeri primi svolgono lo stesso ruolo delle orbite classiche chiuse dell'atomo di idrogeno in un campo magnetico: essi indicano alcune correlazioni nascoste tra gli zeri della funzione zeta.

Nel problema della diffusione gli zeri della funzione zeta individuano i valori della quantità di moto per i quali il ritardo temporale varia sensibilmente. Il caos della funzione zeta di Riemann è particolarmente evidente in un teorema che è stato dimostrato solo di recente: la funzione zeta approssima localmente qualunque funzione continua e derivabile. Questo teorema sembra indicare che la funzione zeta potrebbe descrivere tutti i comportamenti caotici che un sistema quantistico può manifestare. Se fosse possibile maneggiare con più disinvoltura gli strumenti matematici della meccanica quantistica, si potrebbero scoprire molti esempi di fenomeni localmente regolari, ma globalmente caotici.

(Da «Le Scienze» n. 283, marzo 1992.)

MARTIN C. GUTZWILLER, *docente di metallurgia alla School of Engineering della Columbia University, svolge attività di ricerca al Thomas J. Watson Research Center della IBM.*

Luce «spremuta»

di Richart E. Slusher
e Bernard Yurke

Confinando il «rumore», ossia le fluttuazioni quantistiche, di un'onda luminosa in una sua parte, si può migliorare la precisione delle misurazioni ottiche

Può un fascio di luce essere davvero «silenzioso», vale a dire privo di quelle fluttuazioni casuali chiamate rumore? O i fisici sono ineluttabilmente destinati a eseguire osservazioni e misurazioni con luce «imperfetta e rumorosa»? Del resto, la teoria dei quanti afferma che la luce deve essere sempre accompagnata da una certa, seppur minima, quantità di fluttuazioni, il che pone un limite fondamentale alla precisione delle osservazioni eseguite con fasci luminosi. Ciò nonostante, sembra che vi sia un barlume di speranza. Molti gruppi di ricercatori, tra i quali il nostro, hanno scoperto che in particolari circostanze sperimentali è possibile ridistribuire il rumore in un fascio di luce in modo tale che alcune parti dell'onda luminosa risultino meno rumorose rispetto a quanto lo erano in origine, anche se altre parti dell'onda sono diventate più rumorose [gli autori definiscono l'onda di luce così ottenuta *squeezed*, che si può tradurre «spremuta»]. L'onda risultante può quindi essere impiegata per misurazioni di alta precisione.

Un fascio di luce è formato da un campo elettromagnetico oscillante. Nella visione del mondo espressa dalla fisica classica le oscillazioni del campo si possono rappresentare come un'onda regolare, la cui forma può essere descritta con assoluta certezza. Invece, secondo il principio di indeterminazione della meccanica quantistica, tale certezza è irraggiungibile; tutto ciò che, al massimo, si può affermare è che la forma dell'onda si adatta a un particolare «inviluppo» di indeterminazione. Tale indeterminazione si manifesta sotto forma di rumore: piccole fluttuazioni casuali del campo elettromagnetico.

In realtà, secondo la meccanica quantistica deve esistere una certa quantità di rumore perfino nel «buio», in assenza di qualsiasi fonte di luce. Nella fisica classica l'onda che rappresenta il buio dovrebbe essere piatta, priva di ondulazioni (sotto un certo aspetto, non dovrebbe essere affatto un'onda). Invece, nella meccanica quantistica si può dire soltanto che l'onda è piatta a meno di un piccolo grado di indeterminazione; entro l'inviluppo di indeterminazione l'onda fluttua casualmente. In termini pratici, ciò significa che anche nel vuoto, senza alcuna sorgente di luce esterna, devono esistere ancora piccole fluttuazioni del campo elettromagnetico.

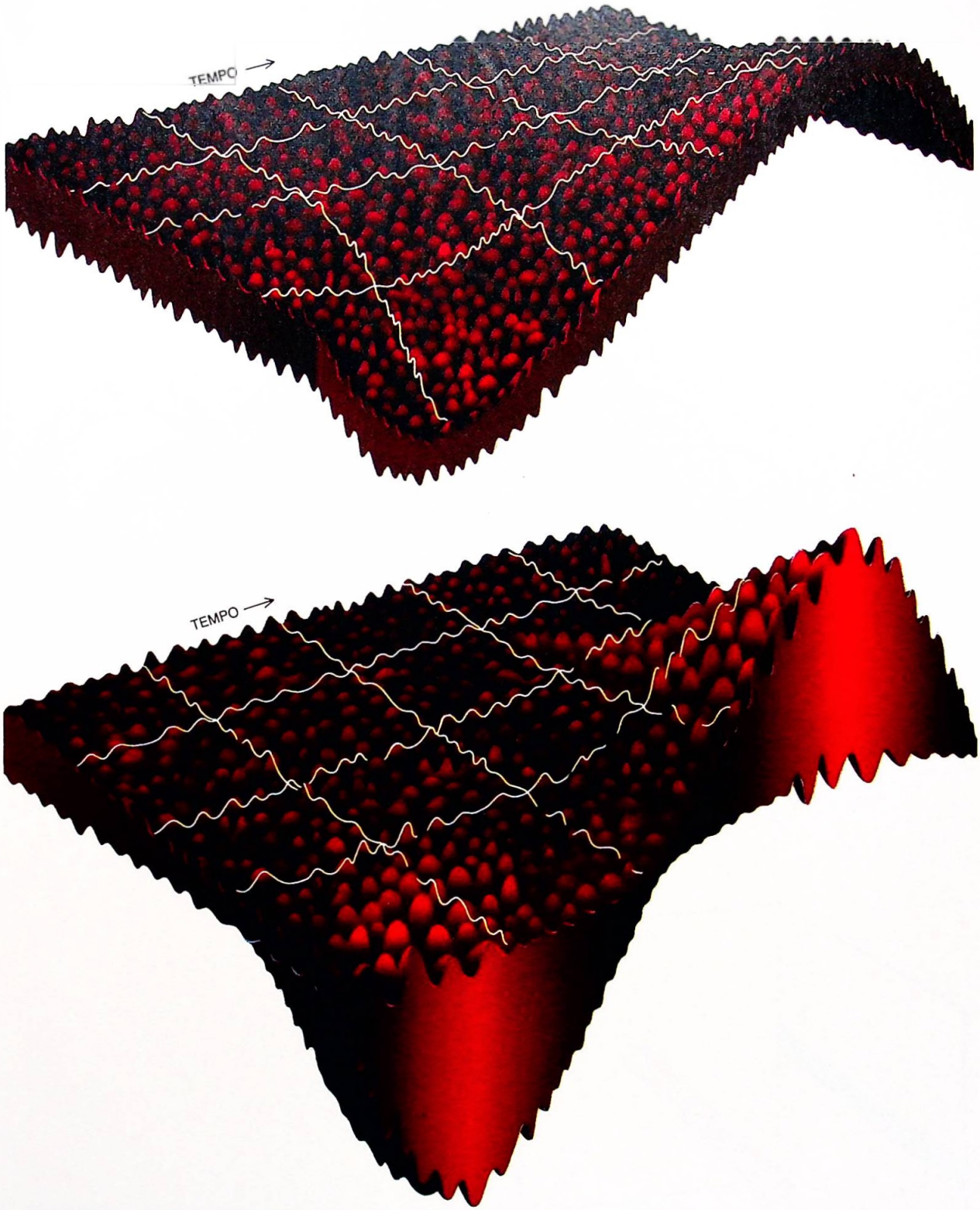
In un certo senso, proprio tali fluttuazioni del vuoto sono alla base delle fluttuazioni in un normale fascio di luce. L'onda che rappresenta un fascio di luce si può considerare formata dalle disordinate e irregolari fluttuazioni del vuoto sovrapposte all'onda regolare descritta dalla fisica classica. Si potrebbe dire che è l'interferenza con le fluttuazioni del vuoto a provocare il rumore nelle onde luminose.

Tale rumore limita in maniera fondamentale il grado di precisione possibile nelle misurazioni effettuate con la luce. Per esempio, esso limita la precisione degli interferometri nel misurare le figure di interferenza che si producono quando fasci di luce vengono riflessi da oggetti di grande massa e poi combinati; tali interferometri, che rilevano piccolissime variazioni nelle posizioni relative degli oggetti riflettenti, fanno parte di dispositivi progettati per il rilevamento di onde gravitazionali. Il rumore limita anche la precisione in spettroscopia, dove la frequenza e l'intensità della radiazione emessa da atomi o molecole forniscono informazioni sulle loro proprietà. Infine, il rumore quantistico porrà un limite anche alla potenzialità di tecnologie quali l'elaborazione ottica e le comunicazioni ottiche.

La luce spremuta costituisce un mezzo per superare alcuni di tali limiti. Il rumore che disturba le misurazioni può essere rimosso da alcune parti di un fascio di luce o, più direttamente, dallo stesso vuoto quantistico. Ciò che si ottiene al termine del procedimento è un fascio che si propaga e che, in un certo qual modo, contiene meno fluttuazioni del vuoto assoluto: un fascio di «luce» che è più buio del buio. Eseguendo le osservazioni con un fascio di luce così trattata e con un rivelatore che rilevi soltanto la parte «ripulita» dell'onda luminosa e non quella rumorosa, si possono compiere misurazioni con una precisione maggiore di quanto appaia possibile sulla base dei vincoli imposti dal principio di indeterminazione. (In effetti, il principio di indeterminazione non viene affatto violato: le necessarie indeterminazioni sono semplicemente ridistribuite nel tempo.)

Come è possibile ottenere sperimentalmente questo risultato? Spiegheremo in maniera abbastanza dettagliata un'analogia fisica che ci può essere d'aiuto per comprendere il meccanismo operante. Le oscillazioni del campo elettromagnetico sono in una certa misura analoghe a quelle di un'altalena. Al pari del moto di un'onda luminosa, l'oscillazione di un'altalena possiede una particolare frequenza (il numero di cicli, o di oscillazioni complete, che l'altalena compie nell'unità di tempo) e una particolare ampiezza (l'altezza raggiunta dall'altalena in ogni oscillazione). Il moto relativo di due bambini sull'altalena, come quello di due onde luminose, viene espresso nei termini della loro fase relativa: si dice che i bambini si dondolano in fase se in ogni oscillazione entrambi raggiungono contemporaneamente la massima altezza. Essi sono invece non in fase, in misura maggiore o minore, se raggiungono la massima altezza in istanti diversi.

Supponiamo che un bambino nel parco giochi decida di spingere un'altalena in modo piuttosto insolito. Invece di piegarsi all'indietro e poi in avanti una volta per ogni oscillazione (il metodo usato comunemente per procurarsi la spinta), egli decide di restare eretto sul sedile o di accovacciarsi in istanti diversi durante l'oscillazione. Se si accovaccia quando

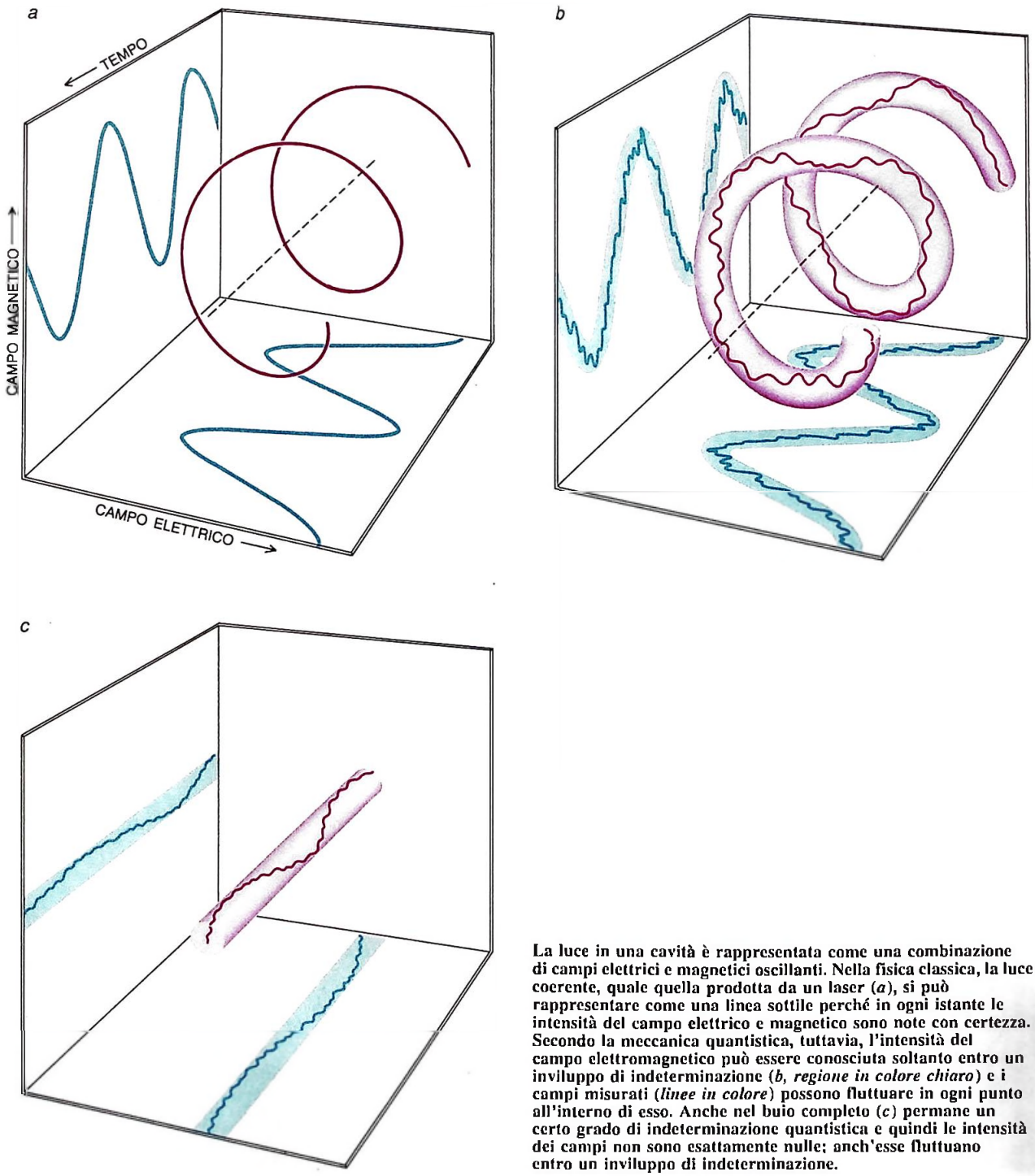


Il rumore quantistico (cioè le fluttuazioni casuali imposte dalle leggi della meccanica quantistica) limita la precisione delle osservazioni compiute con fasci di luce. Qui sono rappresentate due onde luminose. Il rumore intrinseco delle onde è indicato dal loro spessore e dalla loro irregolarità; in assenza di rumore le onde di luce sarebbero «fogli» bidimensionali lisci. Nella luce laser (*in alto*) il rumore è distribuito uniformemente in tutta l'onda. Un rumore uniforme è presente anche nel buio all'esterno del fascio laser (la parte piatta della forma irregolare). Nella luce «spremuta» (*in basso*) il rumore è manipolato in modo che una parte dell'onda sia meno rumorosa (più sottile e regolare) della luce comune, anche se altre parti sono più rumorose.

l'altalena si avvicina al punto più alto della sua traiettoria e sta eretto quando essa raggiunge la minima distanza dal suolo (compiendo in tal modo lavoro contro la forza centrifuga), aggiungerà energia al moto e ne aumenterà l'ampiezza: l'altalena in ogni oscillazione arriverà sempre più in alto. Invece, se il bambino si accovaccia quando l'altalena è più vicina al suolo e si raddrizza quando essa sale, egli farà diminuire l'ampiezza del moto e l'altalena non raggiungerà la stessa altezza nei successivi cicli.

Ai fini della nostra analogia, il moto di spinta del bambino presenta due importanti caratteristiche. La prima è che il bambino sta eretto e si accovaccia due volte per ogni oscillazione completa eseguita dall'altalena. In termini più tecnici, la frequenza dell'azione di spinta è il doppio della frequenza del moto dell'altalena. La seconda caratteristica importante è che l'ampiezza del moto dell'altalena può essere aumentata o diminuita a seconda della fase relativa dell'atto di stare eretto o di accovacciarsi (vale a dire, a seconda che il bambino stia eretto o accovacciato al culmine dell'oscillazione).

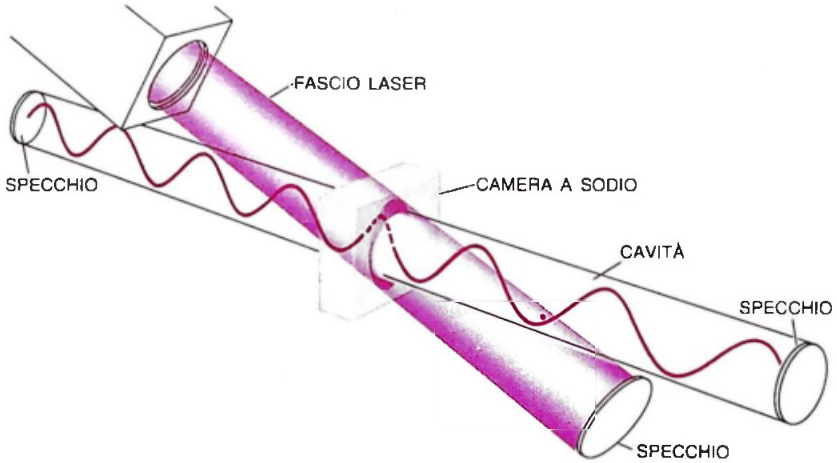
Un tipo di «spinta» simile può essere applicato a un'onda luminosa confinata in una cavità allungata con due specchi agli estremi. Supponiamo che la lunghezza della cavità sia un multiplo intero della lunghezza d'onda della luce, in modo che nella cavità possa essere contenuto un numero intero di lunghezze d'onda. Venendo riflessa ai due estremi della cavità, l'onda confinata interferisce con



La luce in una cavità è rappresentata come una combinazione di campi elettrici e magnetici oscillanti. Nella fisica classica, la luce coerente, quale quella prodotta da un laser (*a*), si può rappresentare come una linea sottile perché in ogni istante le intensità del campo elettrico e magnetico sono note con certezza. Secondo la meccanica quantistica, tuttavia, l'intensità del campo elettromagnetico può essere conosciuta soltanto entro un inviluppo di indeterminazione (*b, regione in colore chiaro*) e i campi misurati (*linee in colore*) possono fluttuare in ogni punto all'interno di esso. Anche nel buio completo (*c*) permane un certo grado di indeterminazione quantistica e quindi le intensità dei campi non sono esattamente nulle; anch'esse fluttuano entro un inviluppo di indeterminazione.

se stessa e risuona come un'onda stazionaria, allo stesso modo in cui un'onda sonora risuona all'interno di una canna d'organo.

Supponiamo ora che sia possibile spostare avanti e indietro lo specchio collocato a un estremo della cavità (e cambiare di conseguenza la lunghezza d'onda della cavità) con frequenza esattamente doppia della frequenza dell'onda luminosa. Una siffatta variazione regolare della lunghezza d'onda della cavità aggiunge o sottrae energia all'onda luminosa quando viene riflessa dallo specchio. Come nel moto di spinta del bambino, la vibrazione dello specchio aumenta o diminuisce l'ampiezza dell'onda luminosa a seconda della fase relativa della vibrazione dello specchio e dell'oscillazione dell'onda. Se il moto dello specchio è in fase con l'oscillazione dell'onda luminosa, questa viene amplificata: il campo elettromagnetico oscillante diventa più intenso. Se il moto dello specchio avviene in opposizione di fase, l'ampiezza dell'onda viene diminuita e il campo elettromagnetico oscillante si indebolisce.



L'apparecchiatura per ottenere luce spremuta si basa su una cavità munita di specchi ai due estremi. La lunghezza della cavità dev'essere un multiplo esatto della lunghezza d'onda della luce, in modo che questa risuoni nella cavità, formando un insieme di onde stazionarie. Una camera contenente sodio gassoso è posta all'interno della cavità (*al centro*) e un fascio laser viene diretto attraverso il gas. Il fascio laser viene riflesso su se stesso da uno specchio (*in basso a destra*) così da formare un'altra onda stazionaria (non indicata) all'interno della camera a sodio. Tale onda provoca rapide variazioni delle proprietà ottiche del sodio e, di conseguenza, del tempo impiegato dalla luce ad attraversare la cavità. In conseguenza di ciò, alcune delle onde risonanti all'interno della cavità vengono amplificate, mentre altre vengono smorzate, facendo così aumentare la quantità totale di rumore in alcune parti dell'onda luminosa e diminuire in altre.

Per ritornare alla nostra analogia, immaginiamo ora un intero parco giochi pieno di bambini, tutti su altrettante altalene. Essi stanno dondolandosi tutti con la stessa frequenza, ma non sono in fase: in un istante qualsiasi alcuni bambini possono trovarsi vicino al culmine del ciclo, mentre altri possono trovarsi presso il suolo. Supponiamo che un maestro arrivi nel parco giochi e cominci a gridare: «In piedi...giù...in piedi...giù» in un megafono con una frequenza esattamente doppia della frequenza di dondolamento dei bambini. Alcuni bambini si troveranno nella parte più bassa del ciclo ogni volta che il maestro grida «In piedi», mentre altri nello stesso istante si troveranno vicini al culmine del ciclo. Quelli che sono in piedi nella parte più bassa del ciclo amplificheranno il moto delle loro altalene, mentre quelli che sono in piedi vicino al culmine ne diminuiranno l'ampiezza.

Alla fine, i bambini che stanno in piedi nella parte più bassa del ciclo si dondoleranno con ampiezza molto maggiore di prima, mentre quelli che stanno in piedi in prossimità del culmine del ciclo non riusciranno quasi a dondolarsi. In quel momento, nel parco giochi vi saranno alcuni bambini che si dondolano con ampie oscillazioni quasi esattamente in fase l'uno con l'altro e con gli ordini impartiti dal maestro e altri bambini che quasi non si dondolano affatto, pur continuando a drizzarsi in piedi e ad accovacciarsi.

Il rumore associato al vuoto in una cavità (cioè il rumore presente anche al buio) presenta in effetti una stretta somiglianza con il parco giochi pieno di bambini che si dondolano casualmente. Il rumore del vuoto si può pensare formato da molte onde, aventi tutte la stessa frequenza, ma ampiezze e fasi variabili in modo casuale. Quando queste onde vengono sommate, esse producono l'onda irregolare e indeterminata del rumore del vuoto.

Se il gran numero di onde che compongono il rumore del vuoto può essere immaginato analogo a un gruppo di bambini su altalene, quale componente della cavità rappresenta il maestro? Il suo ruolo viene recitato dallo specchio vibrante. Ricordiamo che lo specchio aumenta l'ampiezza di tutte le onde che hanno una certa fase rispetto alla sua vibrazione e diminuisce quella di tutte le onde che hanno fase complementare. Lo specchio amplificherà perciò alcune componenti del rumore del vuoto e smorzerà altre componenti. Alla fine il rumore all'interno della cavità sarà formato da un certo numero di onde di ampiezza relativamente grande che sono quasi in fase l'una con l'altra (e con la vibrazione dello specchio) e da altre onde, con ampiezze estremamente piccole, non in fase rispetto alle onde con ampiezze grandi. Questa combinazione di onde viene detta «stato spremuto»: il rumore del vuoto è stato riversato da alcune fasi in altre.

Il rumore del vuoto in questo stato è fondamentalmente diverso dal rumore comune. Quest'ultimo rappresenta un disturbo costante di indeterminazione; per contro, nello stato spremuto la quantità di rumore aumenta e diminuisce con un andamento periodico. Per vedere perché le cose stiano così, consideriamo una soltanto delle onde componenti e mettiamola a confronto con il comportamento di un unico bambino sull'altalena. In un ciclo di oscillazione il bambino passa da una posizione prossima al suolo a una in alto davanti al telaio a cui è appesa l'altalena, di nuovo a una posizione prossima al suolo, per risalire ancora, ma dietro al telaio, e tornare di nuovo a una posizione prossima al suolo. L'onda nella cavità rappresenta le oscillazioni del campo elettromagnetico. Come la posizione del bambino rispetto al telaio dell'altalena, l'intensità del campo elettromagnetico durante un periodo completo dell'onda va da zero a un valore massimo positivo, ritorna a zero e scende fino a un massimo negativo, per poi risalire a zero.

Pertanto, in ogni ciclo dell'onda vi sono istanti nei quali l'intensità del campo è uguale a zero. Nello stato spremuto, le onde che costituiscono il rumore sono tutte approssimativamente in fase e quindi si annullano tutte pressoché nello stesso istante. Questo significa che l'intensità del campo nella cavità (la somma dei campi rappresentati da tutte le onde) sarà periodicamente molto bassa, quasi come se non vi fosse alcun rumore elettromagnetico. In momenti intermedi l'intensità del campo sarà molto alta, dato che tutte le onde raggiungono simultaneamente la loro massima ampiezza positiva o negativa.

Lo stato spremuto è, pertanto, formato alternativamente da istanti nei quali il rumore è estremamente basso e da istanti nei quali è, invece, molto alto; in altri termini, esso è rappresentato da un'onda formata da regioni alterne nelle quali vi sono fluttuazioni di piccola ampiezza a fianco di fluttuazioni di grande ampiezza. L'inviluppo di indeterminazione all'interno del quale fluttua il campo è stato ristretto nelle prime regioni e allargato nelle altre.

La nostra analogia sembra però richiedere un impegno eccessivamente severo al «maestro», vale a dire allo specchio vibrante. Non si può infatti far vibrare uno specchio alle alte frequenze necessarie. Ciò nonostante, noi e i nostri colleghi degli AT&T Bell Laboratories abbiamo utilizzato un meccanismo che agisce come l'ipotetico specchio e siamo riusciti per la prima volta a ottenere l'effetto sopra descritto.

Il ruolo dello specchio doveva essere quello di modificare in modo periodico la lunghezza della cavità. Nel nostro esperimento abbiamo fatto variare non l'effettiva lunghezza, bensì il cosiddetto cammino ottico efficace della cavità. A tal scopo abbiamo posto all'interno di quest'ultima una camera riempita con sodio gassoso.

La velocità della luce nel sodio gassoso è inferiore a quella nel vuoto, in quanto gli atomi di sodio assorbono per breve tempo una parte dell'energia della luce quando essa attraversa il gas. Perciò, un fascio di luce impiega più tempo a compiere un dato percorso attraverso il sodio gassoso che uno equivalente nel vuoto; dunque il percorso nel sodio è, in un certo senso, otticamente «più lungo». Si può, tuttavia, ottenere un aumento della velocità della luce nel sodio gassoso eccitando il gas con un laser di opportuna frequenza. È meno probabile che atomi di sodio eccitati assorbano energia da un'onda luminosa, perciò la luce è in grado di muoversi con maggiore rapidità nel sodio eccitato che nel sodio non eccitato. Un percorso attraverso un gas di sodio eccitato è otticamente più breve di un percorso attraverso sodio non eccitato; un laser potrebbe quindi permetterci di provocare rapide variazioni di cammino ottico nella camera a sodio all'interno della nostra cavità e di conseguenza del cammino ottico efficace della cavità.

Nel nostro esperimento abbiamo perciò diretto un fascio laser, secondo un angolo obliquo, sulla camera a sodio. Uno specchio rifletteva il fascio laser su se stesso, formando un'onda stazionaria, che a sua volta eccitava periodicamente gli atomi nella camera a sodio. Abbiamo messo a punto l'apparecchiatura in modo tale che la frequenza con la quale l'onda stazionaria eccitava gli atomi di sodio fosse esattamente doppia della frequenza delle fluttuazioni del vuoto su cui intendevamo agire. L'effetto così prodotto è stato esattamente lo stesso che avremmo ottenuto se avessimo spostato avanti e indietro alla opportuna frequenza uno degli specchi posti alle estremità della cavità risonante: la variazione periodica del cammino ottico della cavità concentrava le fluttuazioni del vuoto in una parte dell'onda. Lo specchio a un'estremità della cavità era solo parzialmente riflettente, in modo tale che il 2 per cento circa della luce incidente su di esso emergesse dalla cavità sotto forma di fascio di luce spremuta; lo specchio all'altra estremità era il più possibile riflettente, per impedire alle normali fluttuazioni del vuoto di entrare nella cavità.

Il metodo che noi abbiamo impiegato costituisce un esempio di una tecnica più generale usualmente conosciuta con il nome di miscelazione a quattro onde o di coniugio ottico di fase. I primi ricercatori a suggerire che la miscelazione a quattro onde potesse produrre luce spremuta furono Horace Yuen e Jeffrey H. Shapiro del Massachusetts Institute of Technology. Per quanto il nostro gruppo di lavoro abbia utilizzato sodio gassoso come mezzo attivo nella apparecchiatura, per la miscelazione a quattro onde può essere impiegato uno qualsiasi dei materiali ottici non lineari: materiali gassosi, liquidi o solidi le cui proprietà ottiche variano a seconda della quantità di luce che li attraversa. Possiamo ricordare, a titolo di esempio, le fibre di vetro, i polimeri organici e i semiconduttori come l'arseniuro di gallio.

Il nostro primo esperimento è stato in seguito riprodotto da altri ricercatori. Ling-An Wu, H. Jeffrey Kimble, John Hall e Huifa Wu dell'Università del Texas ad Austin hanno fornito quella che è finora la dimostrazione più spettacolare. Essi hanno utilizzato un cristallo di niobato di litio come mezzo attivo e lo hanno «pompato» sfruttando un laser verde alla frequenza opportuna per agire sulle fluttuazioni nella regione spettrale del vicino infrarosso, «spremendole». Recentemente, essi sono stati in grado di ridurre il rumore in una parte dell'onda addirittura fino al 70 per cento. Il corrispondente aumento di rumore nella parte restante dell'onda non è stato superiore a quello che ci si potrebbe aspettare in virtù del principio di indeterminazione. Un'ulteriore riduzione di rumore è stata limitata soltanto dalle imperfezioni dei componenti ottici dell'apparecchiatura.

Un altro risultato interessante è stato ottenuto da Robert M. Shelby, Marc D. Levenson, S. H. Perlmutter, Ralph G. DeVoe e Dan F. Walls degli IBM Almaden Research Laboratories, che hanno usato una fibra ottica anziché una cavità risonante convenzionale. Essi sono riusciti a ottenere una riduzione del rumore solo del 13 per cento, a causa della diffusione e dell'assorbimento della luce da parte del vetro di cui era fatta la fibra.

Una volta prodotta la luce spremuta, come la si può rilevare? Come si può verificare sperimentalmente di aver realmente confinato le fluttuazioni del vuoto in una parte dell'onda? Vi sono due grosse difficoltà nel progettare un rivelatore adatto allo scopo. In primo luogo, il rivelatore deve funzionare senza aggiungere rumore al sensibilissimo segnale; in secondo luogo, esso deve riuscire a «guardare» solo una parte della luce emergente dalla cavità.

Ricordiamo che il rumore del vuoto che si può riscontrare nello stato spremuto è costituito da una sequenza alternata di fluttuazioni di grande ampiezza e di fluttuazioni di piccola ampiezza. Un fotorivelatore convenzionale registrerebbe le fluttuazioni di grande ampiezza, coprendo i brevi istanti nei quali le fluttuazioni stesse sono minori del rumore del vuoto.

Il rivelatore che abbiamo messo a punto è troppo complesso per essere descritto in questa sede nei particolari, ma è possibile riassumere brevemente i principi in base ai quali esso funziona. Un elemento chiave del rivelatore è costituito da un fascio laser di grande ampiezza che chiamiamo oscillatore locale. Il fascio dell'oscillatore locale è in realtà una parte del fascio laser che effettua il pompaggio della camera a sodio, quindi esso ha la stessa frequenza della luce spremuta che emerge dalla cavità. Quest'ultima viene suddivisa in due fasci da uno specchio semiriflettente (divisore di fascio). Il fascio dell'oscillatore locale viene indirizzato sul medesimo specchio in modo tale da venire anch'esso diviso in due fasci, ciascuno dei quali si combina con uno dei fasci di luce in uscita dalla cavità. Come risultato si ottengono due fasci separati, ciascuno dei quali è formato da un fascio di luce spremuta combinato con un fascio dell'oscillatore locale. Ognuno dei fasci combinati incide poi su un fotorivelatore, producendo un segnale elettronico.

I fotorivelatori misurano unicamente l'ampiezza di un'onda luminosa incidente; dicono cioè soltanto quanto è alta la «cresta» dell'onda. L'onda dell'oscillatore locale ha un'ampiezza molto superiore a quella dell'onda della luce spremuta, quindi la forma dell'onda combinata - compresa la posizione della cresta - è determinata principalmente dall'onda dell'oscillatore locale. Essendo la cresta la sola parte dell'onda combinata che il rivelatore osserva, l'unica parte dell'onda luminosa spremuta che può avere qualche effetto su ciò che il fotorivelatore registra è quella che coincide all'incirca con la cresta dell'onda dell'oscillatore locale. La funzione dell'onda dell'oscillatore locale è quindi quella di determinare quale parte dell'onda di luce spremuta può essere rilevata dal fotorivelatore: il suo compito è appunto quello di «accendere» il fotorivelatore per un determinato intervallo del ciclo.

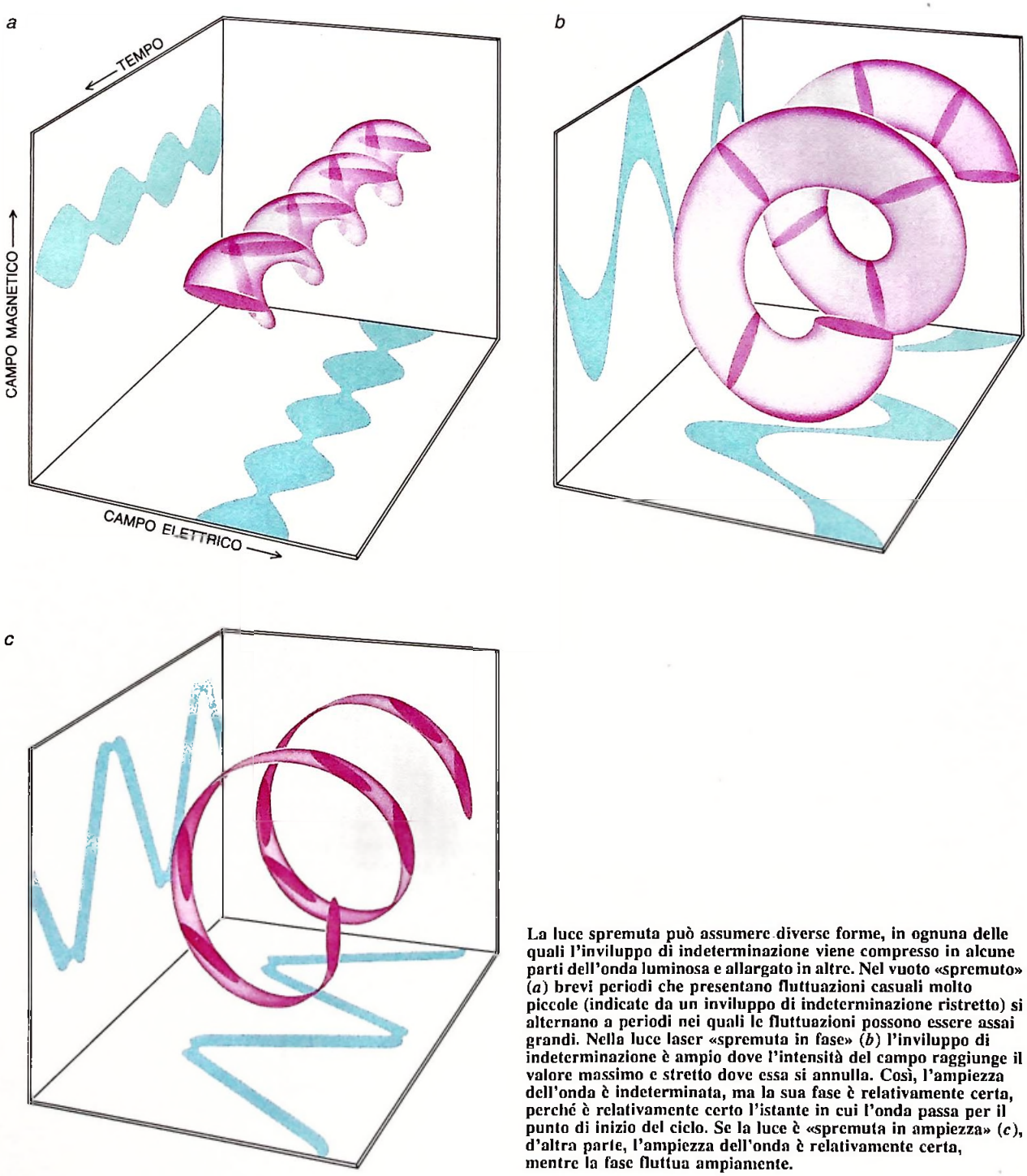
Una volta che le onde combinate hanno raggiunto i fotorivelatori, i segnali che provengono da essi vengono combinati elettronicamente in modo da sottrarre l'ampiezza dell'onda dell'oscillatore locale. Un tale procedimento permette di eliminare anche qualsiasi fluttuazione vi possa essere nel fascio dell'oscillatore locale. Ciò che rimane è il debolissimo segnale dovuto alla parte dell'onda di luce spremuta che coincide con la cresta dell'onda dell'oscillatore locale. Modificando la fase relativa dell'onda di luce spremuta e dell'onda dell'oscillatore locale (cosa che si può ottenere facendo percorrere al fascio dell'oscillatore locale una traiettoria leggermente più lunga nel suo tragitto verso lo specchio divisore di fascio), lo sperimentatore

può esaminare parti differenti dell'onda di luce spremuta e costruirne in seguito una rappresentazione complessiva.

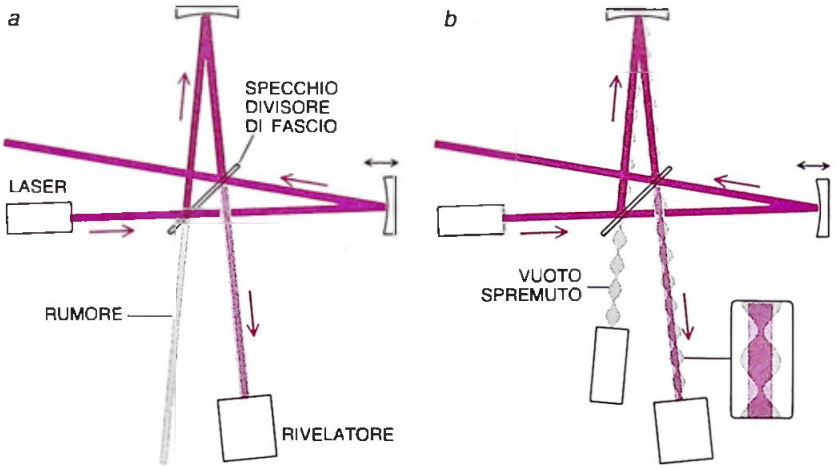
Finora abbiamo esaminato in che modo le fluttuazioni del vuoto possano venire concentrate in una parte di un'onda, ma abbiamo detto poco su come si riesca a ottenere lo stesso risultato con le fluttuazioni in fasci di luce, quali i fasci laser. Le tecniche che vengono impiegate sono simili a quelle di cui abbiamo discusso in precedenza; il risultato finale è, per contro, del tutto differente, a causa della natura dell'indeterminazione che dà luogo a tali fluttuazioni.

Le fluttuazioni relative alla luce laser comportano due tipi di indeterminazione. Innanzitutto, vi è l'indeterminazione di ampiezza: l'ampiezza di un'onda di luce coerente fluttua in modo casuale all'interno di un inviluppo di indeterminazione. Ma esiste un secondo tipo di indeterminazione, meno evidente: anche la fase dell'onda varia all'interno di un inviluppo di indeterminazione. In altri termini, non è possibile prevedere con precisione assoluta né la massima intensità del campo elettromagnetico né l'istante in cui l'intensità del campo si annulla. (Si può descrivere la fase di un'onda precisando in quale istante essa assuma il valore «iniziale» del ciclo, ossia lo zero.)

Producendo luce laser spremuta, è possibile ridurre uno di questi tipi di indeterminazione, ma solo a condizione di aumentare l'altro. Il motivo è che, esattamente come accade con le fluttuazioni



La luce spremuta può assumere diverse forme, in ognuna delle quali l'inviluppo di indeterminazione viene compresso in alcune parti dell'onda luminosa e allargato in altre. Nel vuoto «spremuto» (*a*) brevi periodi che presentano fluttuazioni casuali molto piccole (indicate da un inviluppo di indeterminazione ristretto) si alternano a periodi nei quali le fluttuazioni possono essere assai grandi. Nella luce laser «spremuta in fase» (*b*) l'inviluppo di indeterminazione è ampio dove l'intensità del campo raggiunge il valore massimo e stretto dove essa si annulla. Così, l'ampiezza dell'onda è indeterminata, ma la sua fase è relativamente certa, perché è relativamente certo l'istante in cui l'onda passa per il punto di inizio del ciclo. Se la luce è «spremuta in ampiezza» (*c*), d'altra parte, l'ampiezza dell'onda è relativamente certa, mentre la fase fluttua ampiamente.



La precisione degli interferometri per il rilevamento delle onde gravitazionali potrebbe essere migliorata con la luce spremuta. Nei progetti attuali (*a*) un fascio laser (*a sinistra*) è separato da uno specchio divisore di fascio (*al centro*), diretto contro riflettori di grande massa (*in alto e a destra*) e ricombinato sullo specchio centrale, dove i due fasci interferiscono l'uno con l'altro. Parte del fascio combinato va a colpire un rivelatore. Quando uno dei riflettori si sposta per effetto di un'onda gravitazionale, la figura di interferenza dei fasci ricombinati cambia, come pure la quantità di luce che entra nel rivelatore. La precisione dell'interferometro è limitata dal rumore, che entra nel sistema in corrispondenza dello specchio divisore di fascio, e disturba il fascio che raggiunge il rivelatore. Una possibile soluzione (*b*) è indirizzare sullo specchio un fascio in cui le fluttuazioni del vuoto siano spremute: il rumore del fascio in uscita diminuirebbe periodicamente; uno speciale rivelatore misurerebbe solo le parti «silenziose» del fascio.

del vuoto, ogni volta che l'inviluppo di indeterminazione viene compresso in una parte dell'onda, deve venire allargato in altre parti.

Per esempio, si può fare in modo che l'inviluppo diventi molto stretto in corrispondenza della cresta dell'onda. In tal caso sarebbe possibile conoscere l'ampiezza dell'onda con grande precisione, ma per ottenere questo risultato si dovrebbe allargare l'inviluppo nella regione in cui l'onda assume il valore zero, aumentandone corrispettivamente l'indeterminazione di fase. Viceversa, si potrebbe restringere l'inviluppo di indeterminazione in prossimità dei punti in cui l'onda si annulla, diminuendo la sua indeterminazione di fase, ma solo a patto di allargare l'inviluppo in corrispondenza della cresta dell'onda e di aumentare quindi l'indeterminazione di ampiezza. Entrambi i tipi di luce laser spremuta possono avere applicazioni, a seconda che si voglia misurare un effetto che dipende dalla fase o uno che dipende dall'ampiezza.

La maggior parte delle applicazioni messe a punto finora si basano sulle fluttuazioni del vuoto spremute. Un buon esempio è rappresentato dagli interferometri, attualmente in fase di perfezionamento, progettati allo scopo di misurare le onde gravitazionali che si pensa vengano prodotte da eventi catastrofici, quale potrebbe essere il collasso gravitazionale di una stella che inneschi un'esplosione di supernova.

In un interferometro di questo tipo la luce di un laser viene divisa in due differenti fasci. Ognuno di questi fasci viene inviato in un diverso braccio dell'interferometro, dove viene riflesso all'indietro, da uno specchio di grande massa, verso il centro del dispositivo. I fasci vengono successivamente ricombinati e vengono utilizzate le variazioni delle loro figure di interferenza allo scopo di risalire, infine, a variazioni di posizione degli specchi massicci.

Secondo un'analisi eseguita da Carlton M. Caves del California Institute of Technology, la precisione con cui possono essere fatti funzionare tali dispositivi ha già raggiunto i limiti che risultano imposti dall'esistenza delle fluttuazioni del vuoto. Indirizzando nel dispositivo un fascio in cui le fluttuazioni del vuoto risultino spremute e smorzando in tal modo tali fluttuazioni per parte di ogni ciclo dell'onda, dovrebbe essere possibile, in linea di principio, ottenere un aumento della precisione di un fattore pari a un milione circa. Considerazioni pratiche, quali le imperfezioni dei componenti ottici, limitano drasticamente il guadagno in precisione che si può ottenere in realtà, ma con le apparecchiature attuali può essere ancora possibile aumentare la precisione degli interferometri anche di un fattore 10. Per dimostrare tale aumento di sensibilità sono oggi in fase di costruzione molti interferometri che utilizzano la luce spremuta.

Un altro possibile campo di applicazione è costituito dai giroscopi ottici. Tali dispositivi rilevano e misurano il moto di rotazione determinando le variazioni delle figure di interferenza di fasci laser inviati in versi opposti lungo una fibra ottica avvolta ad anello.

Un interessante esperimento con i giroscopi ottici sarebbe quello di misurare la distorsione dello spazio dovuta alla rotazione terrestre, che è prevista dalla teoria generale della relatività. L'effetto dovrebbe essere piuttosto piccolo; l'esperimento richiederebbe la misurazione di una quantità pari a circa un miliardesimo della velocità di rotazione terrestre. Un siffatto esperimento potrebbe tuttavia essere eseguito se si riuscisse ad aumentare di un fattore 10 la precisione degli attuali giroscopi ottici; a questo punto possiamo affermare che un siffatto aumento di sensibilità potrebbe essere ottenuto impiegando luce spremuta.

I fisici hanno quindi già raggiunto in alcuni campi della ricerca sperimentale un grado di precisione tanto elevato che per poter progredire ulteriormente devono in qualche modo superare i limiti che sembrano imposti dal principio di indeterminazione della meccanica quantistica. In questi campi si può immediatamente fare uso della luce spremuta, nella quale l'indeterminazione viene ridistribuita. Possiamo aspettarci che in tempi brevi la precisione sperimentale in un numero crescente di altri studi raggiunga questo limite. È altresì possibile che in futuro alcune discipline pratiche quali le comunicazioni ottiche e l'elaborazione ottica richiedano dispositivi accordati così finemente da doversi necessariamente rivolgere alla luce spremuta per ottenere una maggiore fedeltà e precisione.

(Da «Le Scienze» n. 239, luglio 1988.)

RICHART E. SLUSHER *è direttore del Dipartimento di fisica quantistica e dello stato solido degli AT&T Bell Laboratories.*

BERNARD YURKE *lavora presso gli AT&T Bell Laboratories.*

Il principio di esclusione di Pauli

di Carlo Bernardini

Fino dalla sua formulazione ha avuto un notevole influsso sulla comprensione della struttura della materia

Il fisico Wolfgang Pauli era una peste. Otto Frisch nelle sue memorie ha scritto: «La scortesia di Pauli verso i suoi collaboratori era cosa scontata come parte della sua personalità...». C'era persino una leggenda su di lui, quella dell'*effetto Pauli*, una sorta di malocchio. Dice Frisch: «Si sosteneva che quando Pauli appariva nelle vicinanze di un laboratorio era probabile che accadesse qualcosa di spaventoso. Parti di apparato esplodevano o andavano in pezzi e così via. Una storia asserisce che James Franck, che lavorava a Gottinga, una mattina arrivò in laboratorio e trovò che l'acqua di raffreddamento era mancata, che la pompa era esplosa e che c'erano vetri per tutto il pavimento; un caos terribile. L'immediata reazione di Franck fu di mandare un telegramma: Pauli, dove eravate la notte scorsa?...».

A parte questi scherzi, che appartengono al cosiddetto «deprecabile umorismo dei fisici», al viennese Pauli, poi professore a Zurigo e premio Nobel nel 1945, le conoscenze scientifiche contemporanee devono molte cose, la più importante delle quali è forse il *principio di esclusione*. La storia della scoperta di questo principio è stata raccontata dallo stesso Pauli nella sua lezione Nobel, pubblicata poi da un editore di Neuchatel nel 1947. Il problema era questo: il sistema periodico degli elementi, scoperto da Dimitrij Ivanovic Mendeleev nella seconda metà dell'Ottocento, mostrava alcune marcate regolarità (periodicità) nelle proprietà degli atomi quando il loro comportamento chimico veniva messo in relazione con quello che oggi si chiama il numero atomico, Z (all'epoca di Mendeleev era il peso atomico ad avere questo ruolo, ma ciò non fa una grande differenza, se non per l'esistenza degli isotopi, cioè di atomi con diverso peso e uguale Z). Nella tavola periodica, gli atomi si dispongono in serie chimicamente simili. A mano a mano che Z cresce, le serie si allungano e le lunghezze dei periodi che via via si presentano sono date dalla successione di numeri 2, 8, 18, 32,..., che si può rappresentare anche mediante la formula $2n^2$, dando ad n i valori 1, 2, 3 e 4. Curiosamente, questa regolarità espressa da numeri interi aveva risvegliato in molti fisici, anche di primissimo piano, il desiderio di armonie pitagoriche. Come ha scritto lo stesso Pauli, Arnold Sommerfeld, per esempio, seguiva «così come fece Keplero nella sua indagine sul sistema planerario, una propensione intima per l'armonia...Sommerfeld cercò particolarmente di mettere il numero 8 in relazione con i vertici di un cubo». Anche Niels Bohr nutriva la speranza di dare un significato di quel tipo cercando l'armonia in una differente lettura delle lunghezze dei periodi: $2, 8 = 4 + 4, 18 = 6 + 6 + 6, 32 = 8 + + 8 + 8 + 8$,...Pauli spiega:«Il problema del perché tutti gli elettroni di un atomo nello stato fondamentale non stanno nel livello più basso (la corteccia più interna) era stato già sottolineato da Bohr, nei suoi primi lavori, come problema fondamentale...Mi fece una grande impressione, a quel tempo e in ulteriori discussioni, che Bohr stesse cercando una spiegazione *generale*, che avrebbe dovuto valere per il completamento di ogni corteccia elettronica e nella quale il numero 2 era considerato altrettanto essenziale che non il numero 8, in contrasto con l'idea di Sommerfeld».

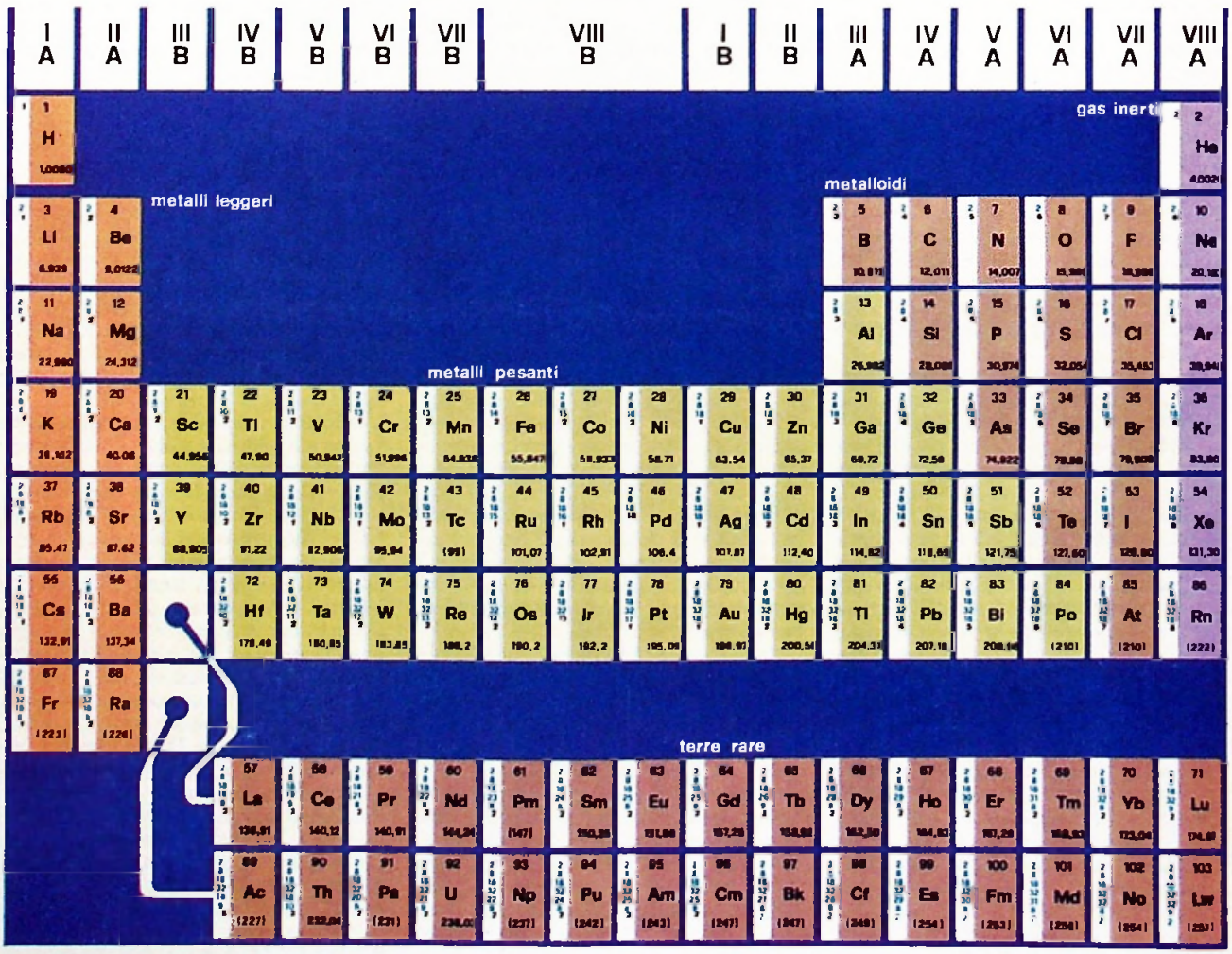
Pauli arrivò alla formulazione generale del principio di esclusione nella primavera del 1925. In quello stesso anno, Louis De Broglie avrebbe presentato la sua tesi sul carattere ondulatorio delle particelle materiali e Heisenberg la sua meccanica quantistica; di lì a poco, sarebbe apparsa anche l'equazione di Schroedinger, che oggi è lo strumento forse più diffuso nello studio della quantizzazione. Tutte queste novità riguardavano essenzialmente problemi in cui era coinvolta una singola particella, diciamo pure un singolo elettrone visto che a quel tempo gli elettroni facevano la parte del leone tra le particelle elementari; solo il principio di Pauli si riferiva alla coesistenza di più elettroni. In una prima versione, il principio di esclusione si può spiegare come segue. La meccanica di Heisenberg e Schroedinger, al pari della vecchia e inadeguata meccanica di Bohr e Sommerfeld, hanno in comune l'idea di stato quantico; lo stato quantico di una particella è ben definito quando siano dati i valori discreti corrispondenti a tutte le grandezze che possono essere osservate contemporaneamente. Per esempio, per una particella che vada su e giù in una scatola - un esercizio frequente nei testi di meccanica quantistica - lo stato è definito dalle tre componenti della quantità di moto parallele agli spigoli della scatola (un parallelepipedo, come tutte le scatole che si rispettino); la posizione, come asserisce il principio di indeterminazione di Heisenberg, non potrà essere osservata contemporaneamente. Ebbene, il principio di esclusione ci dice che *due* elettroni *non* possono mai coesistere nello stesso stato quantico.

Prendiamo un atomo costituito da un nucleo e Z elettroni. Due elettroni vanno nella corteccia più interna; il livello energetico corrispondente a questa corteccia è realizzato in due possibili stati, distinguibili per il valore (discreto) di qualche altra grandezza osservabile contemporaneamente all'energia (vedremo più avanti che è lo *spin*). Non ci sono più «posti liberi» in quella corteccia e, secondo il principio di esclusione, gli altri elettroni andranno nella corteccia successiva: ma questa ha soli 8 posti (stati) di uguale energia e quindi non ospita più di 8 elettroni. Un atomo con 2 elettroni ($Z = 2$) avrà perciò la prima corteccia saturata: è l'elio, il primo dei gas *nobili*, chimicamente assai poco reattivo; un atomo con 10 elettroni ($Z = 10$) avrà sia la prima che la seconda corteccia saturate: è il neon, il secondo dei gas nobili, omologo all'elio nella tabella di Mendeleev. Dopo un'altra serie di 8 elementi viene l'argon, gas nobile con $Z = 18$; poi, due serie di 18 elementi si succedono terminando nel cripton ($Z = 36$) e nello xenon ($Z = 54 = 36 + 18$); infine il radon ($Z = 86 = 54 + 32$) chiude un'altra

serie di 32, avendo sempre le caratteristiche di un gas raro. La struttura della tabella di Mendeleev si fa improvvisamente chiara - o quasi combinando insieme ciò che si sa sul computo degli stati con il principio di esclusione. Il computo degli stati non sarebbe particolarmente difficile, se non fosse che, misteriosamente, dà sempre la metà del numero che occorre. È come se mancasse all'appello un grandezza osservabile che, per un elettrone, può assumere solo due valori, dando luogo così a due stati distinti. «I fisici trovarono difficile capire il principio di esclusione - scrive Pauli - perché a questa proprietà dell'elettrone non era dato alcun significato concreto in termini di un modello». Successivamente (nello stesso anno 1925) G. E. Uhlenbeck e S. A. Goudsmit produssero questo modello, descrivendo l'elettrone come dotato di una particolare quantità di moto rotazionale, detta da allora *spin*, di valore tale da non potere assumere, secondo i principi della meccanica quantistica, che due possibili orientazioni rispetto alla direzione di osservazione: «spin su» e «spin giù», come nel caso di una trottola verticale che ha due soli possibili versi di rotazione. Pauli commenta: «Da allora, il principio di esclusione ha avuto un rapporto molto stretto con l'idea di spin».

Principio di esclusione e spin non appartengono alla sfera dei concetti classici. Non bisogna pretendere, perciò, di farsene un'idea prendendo in prestito dalla meccanica qualche macchina analoga. Il significato profondo del principio di esclusione di Pauli va cercato nel linguaggio e nell'apparato della medesima meccanica quantistica. In quel linguaggio tutto quello che sappiamo calcolare sono le cosiddette funzioni d'onda; lo strumento matematico di base per valutare, per esempio, la probabilità che una particella (un elettrone) che si trovi in un certo stato quantico, sia localizzata in un certo punto dello spazio. Lo stato quantico è definito da un insieme da numeri interi, che riassumiamo con la lettera k, senza entrare nel merito: l'insieme varia a seconda delle circostanze in cui si trovano gli elettroni, per esempio in una scatola o in un atomo. La posizione, invece, è indicata da una coordinata per ogni asse cartesiano a cui è riferita e riassunta da un vettore, $\boldsymbol{r}$, che sta al posto di quelle tre coordinate. Perciò, la funzione d'onda di un elettrone che sia nello stato k, calcolata in $\boldsymbol{r}$, sarà indicata con $\psi_k(\boldsymbol{r})$. Come è fatta la funzione d'onda di due elettroni che stanno nella stessa scatola o nello stesso atomo? Potremmo ragionare così: se l'elettrone 1 si trova nello stato k, la sua funzione d'onda calcolata nella posizione r_1 è $\psi_k(r_1)$; se l'elettrone 2 sta nello stato k', la sua funzione d'onda calcolata nella posizione r_2 è $\psi_{k'}(r_2)$. La funzione d'onda corrispondente ai *due* elettroni, se essi sono praticamente indipendenti (come nel caso in cui sia una grande scatola a contenerli) si dovrebbe allora poter scrivere come il prodotto $\psi_k(r_1)\psi_{k'}(r_2)$. Ma qual è l'elettrone 1 e qual è l'elettrone 2? Gli elettroni sono tutti rigorosamente identici! La funzione d'onda $\psi_k(r_2)\psi_{k'}(r_1)$, in cui si è semplicemente scambiato 1 con 2 dovrebbe andare altrettanto bene, visto che, se estraiamo uno degli elettroni dalla scatola, non sapremo mai se abbiamo scelto 1 o 2!

Nessuno di questi due prodotti, però, è

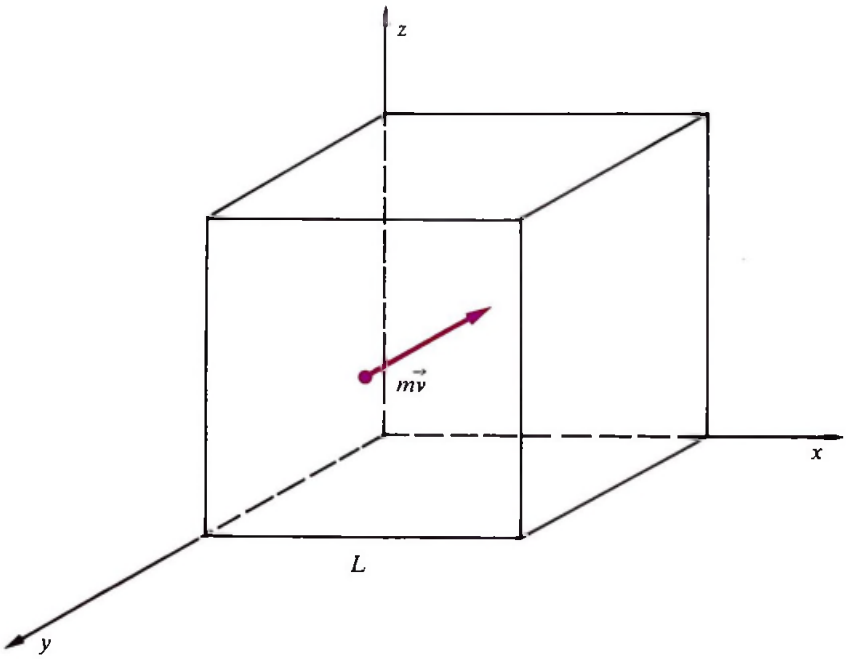


Sistema periodico degli elementi. La tabella rappresenta i 103 elementi noti raggruppati in famiglie *(colonne verticali)* e in classi *(zone dello stesso colore)*. Per ogni elemento sono indicati, nella zona colorata e dall'alto in basso, il numero atomico, il simbolo e il peso atomico. Le cifre nella zona bianca indicano il numero degli elettroni dall'orbita più interna a quella più esterna.

soddisfacente dal punto di vista del principio di Pauli. Se è veramente impossibile avere due elettroni nello stesso stato, allora ponendo $k = k'$ la funzione d'onda dovrebbe essere automaticamente uguale a zero. Ma nessuna delle due funzioni scritte sopra si annulla quando $k = k'$. Ridiamo la parola a Pauli e alla sua lezione Nobel: «Come fu mostrato per la prima volta da Heisenberg, la meccanica quantistica porta a conclusioni qualitativamente differenti per particelle della stessa specie (per esempio elettroni) rispetto a particelle di specie diverse. Come conseguenza dell'impossibilità di distinguere una particolare particella tra molte altre identiche, la funzione d'onda che descrive un insieme di un numero dato di particelle identiche...deve appartenere a una ben definita classe di simmetria; classi di simmetria diverse non possono essere trasformate l'una nell'altra mediante perturbazioni esterne...Tra le differenti classi di simmetria, le più importanti (che per due particelle, per di più, sono le sole) sono: la simmetrica, in cui la funzione d'onda non cambia valore quando si scambiano coordinate e orientazione dello spin di due particelle; e la classe antisimmetrica, in cui per una tale permutazione la funzione d'onda cambia segno. A questo stadio della teoria sono logicamente possibili tre ipotesi circa la descrizione di un insieme di molte particelle identiche in natura: 1) l'insieme è una mistura di tutte le classi di simmetria; 2) esiste solo la classe simmetrica; 3) esiste solo la classe antisimmetrica.

La prima ipotesi non si verifica mai. Per di più, solo la terza ipotesi è in accordo con il principio di esclusione, perché una funzione d'onda antisimmetrica che rappresenta due particelle nello stesso stato è identicamente uguale a zero. L'ipotesi 3 può perciò essere considerata come la corretta formulazione generale del principio di esclusione in meccanica quantistica».

Quello che Pauli dice si traduce così in termini di autofunzioni per i due elettroni in una scatola: le funzioni d'onda che abbiamo già scritto, e cioè $\psi_k(r_1)\psi_{k'}(r_2)$ e $\psi_k(r_2)\psi_{k'}(r_1)$ appartengono alle misture di cui alla ipotesi 1, perché non hanno alcuna proprietà di simmetria manifesta sotto l'operazione di scambio dei due elettroni; se però consideriamo la somma delle due funzioni d'onda sopra indicate, questa ha la proprietà di mutarsi in se stessa scambiando le due particelle, e quindi appartiene alla classe simmetrica di cui all'ipotesi 2, soddisfacente dal punto di vista della impossibilità di dire quale delle due particelle, identiche, è in quale stato, ma insoddisfacente del punto di vista del principio di Pauli; infine, la combinazione antisimmetrica costituita dalla differenza fra le due funzioni d'onda (considerate nell'ordine indicato) è quella che soddisfa a tutti i requisiti, dalla non-distinguibilità al principio di esclusione, e appartiene all'ipotesi 3.



Per una particella di massa m che si muove in una scatola cubica, di spigolo L, a pareti rigide riflettenti, la quantità di moto mv può avere componenti (parallele agli spigoli) multiple intere di $h/3L$ (h è la costante di Planck). Lo stato è definito da tre numeri quantici interi n_x, n_y, n_z tali che: $mv = (n_x, n_y, n_z)\ h/2L$. L'indice k nel testo sta per la terna n_x, n_y, n_z.

La struttura della materia ordinaria è costituita di atomi che, a loro volta, contengono elettroni e nuclei. Così come la tabella di Mendeleev sarebbe incomprensibile senza il principio di esclusione di Pauli, quasi tutte le proprietà salienti della materia sarebbero del tutto misteriose in termini classici senza quel principio: per esempio, il comportamento dei solidi dal punto di vista della conducibilità elettrica (conduttori e isolanti), il paramagnetismo dei metalli, un gran numero di proprietà molecolari identificabili attraverso gli spettri delle radiazioni elettromagnetiche emesse e così via. Persino l'esistenza di oggetti celesti molto strani come le stelle di neutroni non potrebbe essere sospettata senza il principio di Pauli. Oggi, il principio è riconosciuto valido per tutte le particelle che abbiano spin con un numero pari di orientazioni possibili (spin semintero), particelle che prendono il nome di fermioni, in onore di Enrico Fermi. Se il numero di orientazioni possibili dello spin è dispari (spin intero) o uguale a zero, le particelle non soddisfano al principio di Pauli e la loro classe di simmetria è la 2, corrispondente a funzioni d'onda simmetriche; la sola diffusa in natura è il fotone, la particella del campo elettromagnetico, ma ce ne sono molte altre che sono prodotte artificialmente o si trovano nei raggi cosmici: prendono il nome di bosoni, in onore di Satyendranath Bose, un fisico indiano che, con Einstein, ne studiò le proprietà statistiche.

Vale forse la pena di riportare ancora un commento dalla lezione Nobel di Pauli: «Già nel mio lavoro originale avevo sottolineato la circostanza che non ero stato capace di dare una motivazione logica al principio di esclusione o di dedurlo da ipotesi più generali. Ho sempre avuto l'impressione, e l'ho ancora oggi, che questo fosse un difetto della teoria... Dal punto di vista della logica, perciò, il mio rapporto sul principio di esclusione e la meccanica quantistica non ha conclusione».

La termodinamica dei microaggregati

di R. Stephen Berry

A causa dei punti di fusione e di congelamento non coincidenti, gruppi di alcune decine di atomi o molecole hanno strane proprietà

Quasi tutti i solidi hanno un punto di fusione e quasi tutti i liquidi hanno un punto di congelamento. In realtà questi due punti sono esattamente identici, ma visti da due prospettive diverse: il ghiaccio fonde a zero gradi Celsius - la temperatura più elevata alla quale può esistere come solido stabile - mentre l'acqua gela a zero gradi Celsius, ossia la temperatura più bassa alla quale può esistere come liquido stabile. Sembra che non vi sia nulla di più semplice.

Tuttavia, piccoli aggregati di atomi o molecole consentono di osservare il punto di fusione e quello di congelamento sotto una nuova luce, e soprattutto mostrano come non siano così semplici da definire. Questi microaggregati (composti da un numero di atomi o molecole che può andare dai quattro-cinque ai 100--200) possono coesistere allo stato di solido e di liquido in un intervallo finito (ossia non nullo) di temperature e hanno punti di fusione e di congelamento notevolmente diversi.

Sono state le peculiari caratteristiche dei microaggregati a permettere a molti ricercatori, me compreso, di studiare i segreti dei loro punti di fusione e di congelamento. Questi aggregati sono più grandi di singole molecole, ma più piccoli di una massa ordinaria di materia (che è composta da un numero di atomi così elevato da poter essere considerato infinito) e quindi presentano le proprietà di entrambe. Grazie alla loro dimensione intermedia, essi possono essere studiati quasi con la stessa minuziosa precisione degli atomi o delle molecole, ma nello stesso tempo mostrano alcune delle proprietà globali della materia.

In futuro gli aggregati atomici potranno anche offrire la possibilità di produrre nuovi tipi di materiali e di dar luogo a nuove reazioni chimiche. Dato che gli aggregati possono esistere in molte forme stabili differenti - per esempio come icosaedri da 55 atomi o come «palloni da calcio» da 60 atomi - potrebbero essere fatti condensare in solidi diversi da tutti quelli finora conosciuti. Gli studiosi sperano che sia possibile progettare questi materiali in modo che abbiano le proprietà microelettroniche, meccaniche o catalitiche desiderate.

Dall'epoca di John Dalton (inizio del XIX secolo), quando la teoria atomica cominciò a essere accettata, lo studio del comportamento della materia si è diviso in due branche. I «riduzionisti» si sono concentrati sulle proprietà dei singoli atomi e molecole, e negli anni trenta del nostro secolo questo filone di ricerca ha dato vita alla fisica nucleare e poi alla fisica delle particelle. Altri ricercatori si sono occupati delle proprietà globali della materia, soprattutto dei grandi agglomerati di atomi o molecole. I microaggregati permettono di collegare queste due aree di ricerca, ma per poterli studiare si dovette attendere lo sviluppo di adeguate metodologie sperimentali e teoriche, che divennero disponibili solo all'inizio degli anni settanta.

Al contrario delle molecole, che sono caratterizzate da una composizione e, nella maggior parte dei casi, da una struttura ben determinata, i microaggregati non sono definiti in maniera altrettanto precisa. Un microaggregato di atomi di silicio, per esempio, può contenere tre, o 10 o 100 atomi. Oltre a ciò, la maggior parte di questi aggregati può presentare un gran numero di strutture, tutte stabili anche se in misura diversa.

Gli aggregati differiscono dalla materia ordinaria non solo per il numero di atomi o molecole che li costituiscono, ma anche per il numero di atomi o molecole che si trovano alla superficie. In un campione di materia ordinaria solo una piccola percentuale degli atomi presenti si trova alla superficie, mentre negli aggregati questa percentuale può essere molto più grande. In un aggregato di 55 atomi di argo, per esempio, almeno 42 atomi sono in superficie.

I principi teorici in base ai quali si può spiegare la differenza nei punti di fusione e di congelamento degli aggregati si fondano su diversi concetti, in particolare su quello di «buca di potenziale» che può essere assimilato all'esperienza quotidiana legata alla forza di gravità. Si consideri una regione fatta di colline e valli; il fondo di una valle - la buca - è, a causa dell'attrazione di gravità, il punto di minima energia potenziale per qualunque oggetto dotato di massa. Una palla posta sopra una collina rotola verso il basso, mentre una che si trova in fondo a una valle rimane ferma. Una forza attrae o spinge un oggetto nella direzione in cui si ha una riduzione della sua energia potenziale.

Si può immaginare che una molecola o un aggregato che si trovi esattamente all'equilibrio giaccia sul fondo di una buca di potenziale, ma in questo caso sono le forze elettriche, non quella di gravità, ad agire per una riduzione dell'energia potenziale. Quest'azione viene esercitata dalla forza attrattiva tra coppie di elettroni e di protoni degli atomi costituenti e dalla forza repulsiva all'interno delle coppie di protoni e di elettroni. Sono i contributi di queste due forze a determinare il diametro di un atomo, ossia, più esattamente, la distanza dal centro alla quale si può avere una collisione con un altro atomo. Gli atomi infatti non sono sfere dure come palle da biliardo, ma sono in una certa misura comprimibili e deformabili.

La buca di potenziale di due atomi che interagiscono per formare un legame ha un valore costante quando gli atomi sono lontani; tale valore, però, diminuisce quando essi si avvicinano, a causa dell'attrazione elettrone-protone, per poi aumentare bruscamente in corrispondenza della collisione fra gli atomi. Benché sia relativamente semplice estendere il concetto di buca di potenziale a un'astrazione che rappresenti le mutue interazioni fra tre o più atomi, è difficile rappresentare una buca di questo tipo perché ha un numero troppo grande di di-

mensioni. In altri termini, la buca dipende da troppe variabili indipendenti per poter essere raffigurata su carta o anche rappresentata con un modello tridimensionale. Tuttavia la terminologia e le immagini associate al concetto di buca di potenziale rimangono utili per descrivere il comportamento di molecole e aggregati formati da diversi atomi.

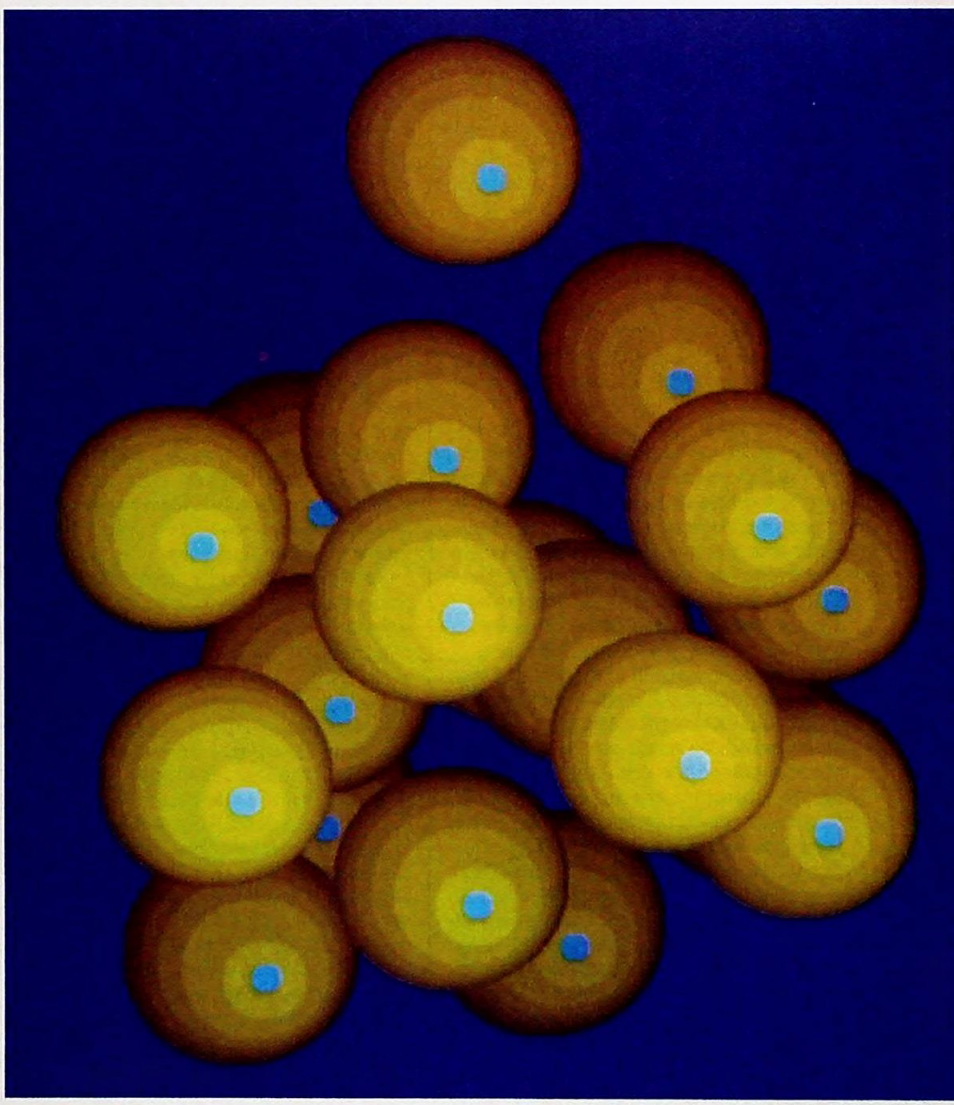
Finora gli aggregati sono stati descritti in termini di meccanica classica, ma un'interpretazione migliore della natura è fornita dalla meccanica quantistica. Il cambiamento più importante introdotto dalla descrizione quantistica è che le energie permesse di un aggregato sono quantizzate. Da un punto di vista classico, naturalmente, un aggregato può assumere qualsiasi energia nella buca di potenziale, mentre dal punto di vista quantistico l'energia dell'aggregato è limitata a una serie discreta di livelli, che formano una sorta di irregolare «scaletta» nella buca di potenziale.

Il fatto che i «pioli» - o livelli quantizzati di energia - di questa scaletta non siano distanziati in maniera uniforme è significativo nel determinare i differenti punti di fusione e di congelamento dei microaggregati: una buca di potenziale profonda e ripida ha livelli ampiamente spaziati, mentre una buca di potenziale larga li ha molto ravvicinati. Una buca può essere profonda e ripida nel centro e avere margini ampi e poco profondi; in questo caso i livelli di bassa energia sono molto distanziati e quelli di alta energia sono ravvicinati.

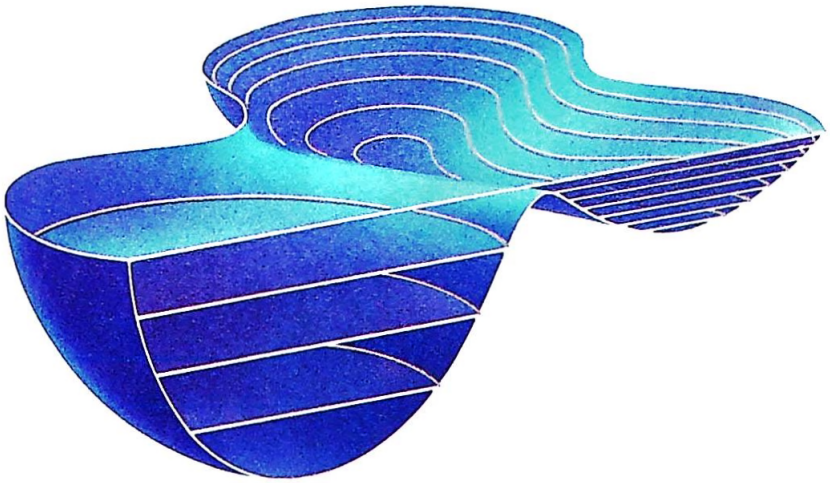
Gli aggregati in fase solida, che vibrano con difficoltà e possono ruotare in maniera limitata, come i modelli fatti di bastoncini e sferette, sono associati a buche profonde. Le buche poco pronunciate, più simili a semplici ondulazioni, sono correlate agli aggregati in fase liquida, che non hanno una struttura geometrica definita e quindi si riorganizzano facilmente. Gli aggregati in fase solida hanno livelli di energia relativamente distanziati, mentre quelli in fase liquida li hanno molto ravvicinati. Riprendendo l'analogia con un paesaggio collinoso, si può dire che, nella situazione in cui sono più probabili differenze fra la temperatura di fusione e quella di congelamento, le valli strette e profonde della buca di potenziale sono separate dalle ampie e ondulate pianure da passi moderatamente alti oppure inaccessibili.

L'ultimo concetto necessario per spiegare la differenza nei punti di fusione e di congelamento nei microaggregati è quello di energia libera: essa viene defi-





Un aggregato di 19 atomi di argo può esistere in fase solida (*in alto*) o liquida (*in basso*). Un aggregato in fase solida può avere solo vibrazioni limitate mentre uno in fase liquida non ha una struttura geometrica definita e può riorganizzarsi facilmente. Le immagini al calcolatore sono state realizzate da Thomas L. Beck, oggi all'Università di Cincinnati.



Il concetto di buca di potenziale è utile per descrivere il comportamento degli aggregati. Una molecola o un aggregato in condizioni di equilibrio può essere pensata come sul fondo di una buca di potenziale, proprio come una palla che, in fondo a una valle, resta ferma. Dal punto di vista classico un aggregato può assumere qualsiasi energia della buca di potenziale, ma dal punto di vista quantistico i valori possibili dell'energia sono limitati a un gruppo di livelli discreti (*piani orizzontali*) che formano i «pioli» di una sorta di scaletta irregolare nella buca. Una buca di potenziale profonda e ripida ha livelli di energia distanziati ed è associata ad aggregati in fase solida, mentre una buca ampia e poco profonda, con livelli ravvicinati, è correlata ad aggregati in fase liquida.

nita come la differenza fra l'energia interna del sistema - in questo caso un insieme di molecole - e il prodotto della sua temperatura per la sua entropia (che è una misura del disordine). L'aggregato si riorganizza in modo tale da ridurre la sua energia libera, sia rendendo minima l'energia interna, sia massimizzando l'entropia, sia con una combinazione di entrambi i processi: la materia tende verso uno stato di bassa energia interna e di entropia elevata e l'energia libera è semplicemente un indicatore del «punteggio» nella gara fra l'energia interna e l'entropia.

Si immagini ora un insieme di microaggregati mantenuti a una temperatura sufficientemente bassa da far sì che tutti si trovino in fase solida. In queste condizioni l'entropia di ciascun aggregato è bassa, perché i livelli di energia sono abbastanza distanziati e solo alcuni di essi sono occupati. L'energia libera degli aggregati assume un valore minimo perché anche l'energia interna è bassa.

Supponiamo ora di aumentare un poco la temperatura. Ciascun aggregato ha a disposizione livelli di energia più elevati e quindi un modo per aumentare la propria entropia e diminuire potenzialmente la propria energia libera. Ma se l'aumento di temperatura è modesto, l'entropia acquisita nel portarsi ai livelli di energia più elevati viene controbilanciata dal risparmio di energia interna che si ha nel rimanere a livelli bassi. Pertanto gli aggregati restano in fase solida e solo occasionalmente si avventurano nei livelli di più alta energia.

Se si continua a innalzare la temperatura, ciascun aggregato può accedere con facilità via via maggiore ai livelli di alta energia della fase liquida, livelli che sono sempre più ravvicinati sulla scala di energia crescente. Pertanto il disordine associato al singolo aggregato aumenta enormemente, dato che esso può muoversi con libertà pressoché totale fra i diversi livelli. Questa volta il grande aumento di entropia è più che sufficiente a controbilanciare l'energia interna necessaria per raggiungere i livelli della fase liquida, e quindi l'energia libera assume un valore minimo per gli aggregati che si trovano in questa fase.

In queste condizioni si ha un risultato sorprendente. Il minimo di energia libera corrispondente agli aggregati in fase solida si conserva (anche se di solito diventa meno profondo) e quindi, dal momento che vi sono due minimi di energia libera, possono coesistere aggregati in fase sia solida sia liquida.

Se si ha un ulteriore aumento di temperatura, l'equilibrio energia interna-entropia si sposta a favore degli aggregati in fase liquida e il minimo di energia libera per gli aggregati in fase solida diviene sempre meno pronunciato. Infine, quando la temperatura ha raggiunto un valore sufficientemente elevato, questo minimo scompare, lasciando solo il minimo corrispondente alla fase liquida, e l'equilibrio energia interna-entropia si sposta completamente a favore di quest'ultima fase.

Ora è possibile solo l'esistenza di aggregati in fase liquida. Dalla comparsa del liquido stabile alla scomparsa del solido stabile vi è quindi un certo intervallo di temperature nel quale possono coesistere aggregati in entrambe le fasi. Nell'intervallo di coesistenza la frazione di aggregati che si trovano in una della due fasi dipende dalla differenza dell'energia libera di queste fasi, e l'energia libera varia con la temperatura. In particolare, all'aumentare della temperatura la frazione di aggregati presenti in fase liquida segue una curva che ha la forma di una S appiattita.

Pertanto la densità dei livelli di energia e le correlazioni fra energia interna ed entropia ci hanno portato a concludere che un aggregato può avere un punto di congelamento definito, al di sotto del quale è stabile solo la fase solida, e un punto di fusione altrettanto ben determinato, al di sopra del quale è stabile solo la fase liquida. Fra i due punti vi è un intervallo finito di temperature nel quale entrambe le fasi sono stabili. In altri termini, il punto di fusione e quello di congelamento non coincidono! Abbiamo introdotto una separazione fra di essi: non è assolutamente necessario che siano alla medesima temperatura.

Il fatto che il punto di fusione e quello di congelamento siano distinti appare paradossale perché l'esperienza quotidiana mostra che i due valori sono uguali. Nel caso dei microaggregati, tuttavia, questa apparente contraddizione viene superata grazie alle speciali proprietà associate alle loro dimensioni intermedie. Il comportamento di un sistema piccolo - con 10, 100 o anche 10 000 atomi o molecole - è molto diverso da quello di un sistema grande, che contiene migliaia di miliardi di atomi o molecole. Per un piccolo aggregato, composto da 10-20 atomi, si prevede che la coesistenza delle fasi solida e liquida sia rilevabile in un intervallo di diversi gradi, mentre per un «superaggregato» di milioni di atomi si ritiene che l'intervallo di temperature nel quale sia possibile osservare contemporaneamente le due fasi sia inferiore a un millesimo di grado. Nel caso della materia ordinaria i limiti di questo intervallo di coesistenza sono così vicini da risultare praticamente indistinguibili, e questo giustifica l'uso intercambiabile che si fa dei termini «punto di fusione» e «punto di congelamento».

Sia gli esperimenti di laboratorio, sia le simulazioni al calcolatore forniscono dati a sostegno di questa teoria relativa alle differenze tra il punto di fusione e quello di congelamento dei microaggregati. Questi vengono sintetizzati in laboratorio, o producendo un gas degli atomi o delle molecole componenti e lasciando loro il tempo di aggregarsi, o «estraendo» semplicemente gli aggregati da un solido. Nei due casi, gli aggregati possono essere studiati come gas o come specie intrappolate in una matrice inerte.

Per distinguere gli aggregati in fase solida da quelli in fase liquida occorre essere in grado di «vedere» se essi hanno il comportamento caratteristico di uno di questi stati della materia. I solidi sono rigidi e di forma definita, tanto che, per esempio, è possibile spingerli. I liquidi, d'altra parte, sono «cedevoli» e non hanno una forma propria: non è possibile appoggiare il dito sull'acqua, ma solo immergerlo nell'acqua, dato che essa cede

alla minima pressione. (Naturalmente, anche un liquido può comportarsi come un solido nei confronti di una forza esercitata all'improvviso, come sa benissimo chiunque abbia malauguratamente preso una spanciata tuffandosi in acqua.)

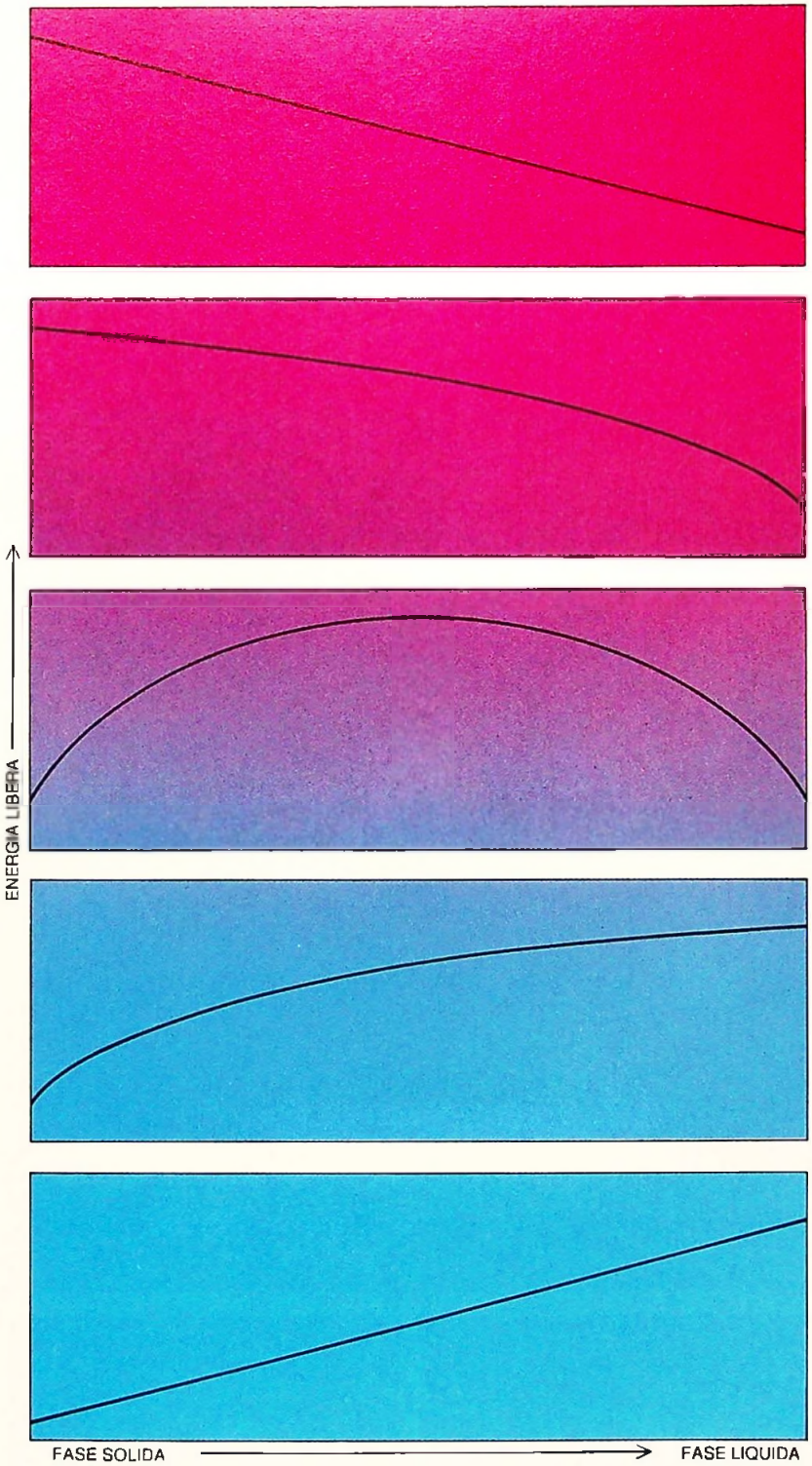
Un aggregato in fase solida ha una forma definita nel senso che è quasi del tutto vincolato a vibrare intorno a una singola configurazione geometrica (ossia una valle specifica). L'aggregato può vibrare milioni o anche migliaia di miliardi di volte intorno a una configurazione prima di passare a un'altra configurazione, ammesso che abbia l'energia sufficiente per farlo. (Normalmente un aggregato vibra circa 10 000 miliardi di volte al secondo.) Viceversa un aggregato in fase liquida passa facilmente da una configurazione a un'altra (ossia da una valle a un'altra). L'aggregato compie un piccolo numero di vibrazioni, forse qualche centinaio al più, prima di passare alla configurazione successiva.

Perché sia possibile osservare le fasi solida e liquida, gli aggregati devono trascorrere un tempo sufficiente in ciascuna di esse. Gli aggregati in fase liquida devono rimanervi abbastanza a lungo da mostrare le proprietà caratteristiche di un liquido, in particolare il passaggio attraverso numerose configurazioni geometriche mediante la riorganizzazione rapida degli atomi. Gli aggregati in fase solida devono presentare la rigidità e la scarsa deformabilità che sono caratteristiche di questa fase.

Attualmente i più accurati dati di laboratorio sembrano indicare che è effettivamente possibile distinguere i microaggregati in fase solida da quelli in fase liquida. Le ricerche finora compiute si sono basate sull'introduzione in ciascun aggregato di una molecola estranea, diversa da tutti gli altri atomi o molecole dell'aggregato, che funge da marcatore. Lo spettro di questa molecola (ossia la radiazione di lunghezza d'onda caratteristica emessa e assorbita dalla molecola) dipende in una certa misura dagli atomi circostanti oltre che dal marcatore stesso. Di conseguenza lo spettro di un marcatore introdotto in un aggregato in fase solida dovrebbe essere diverso da quello di un marcatore introdotto in un aggregato in fase liquida.

L'utilizzazione di un laser per eccitare la molecola marcatore a un livello di energia conosciuto, rappresenta un metodo estremamente efficace per identificare un aggregato. (La lunghezza d'onda della radiazione laser che è necessaria per indurre questa eccitazione dipende strettamente dal tipo di marcatore e dagli atomi che lo circondano nell'aggregato.)

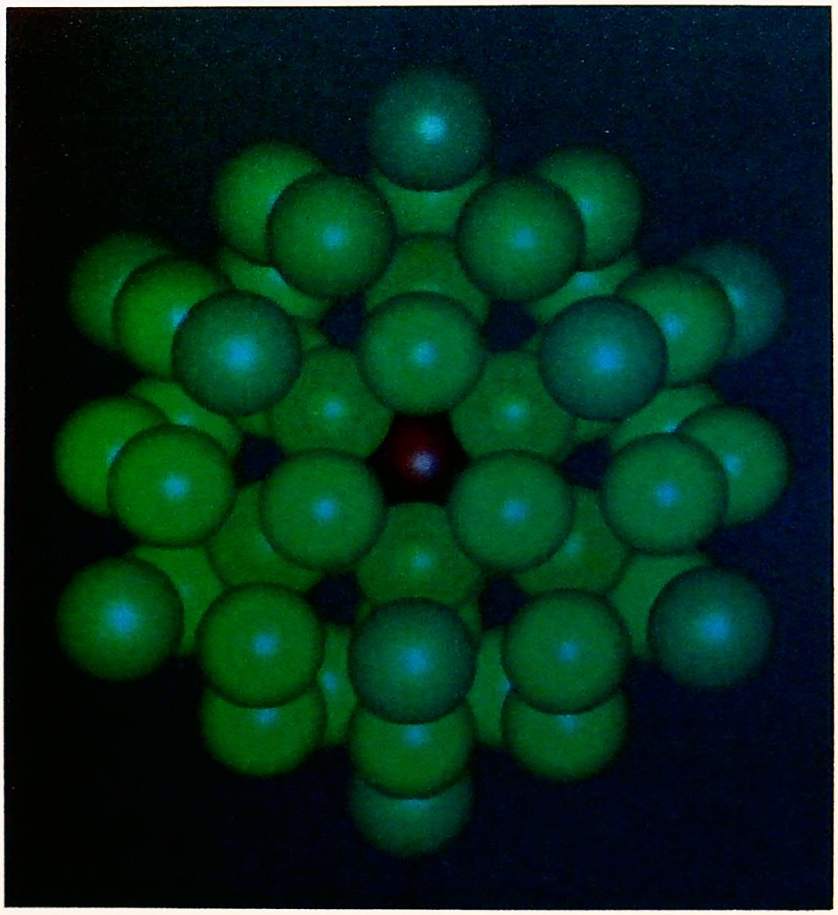
Successivamente, un secondo laser viene sintonizzato a una lunghezza d'onda tale da provocare la ionizzazione della molecola marcatore eccitata in precedenza: ciò significa che il secondo laser strappa alla molecola uno dei suoi elettroni esterni. L'elettrone così liberato sfugge, lasciando una carica positi-

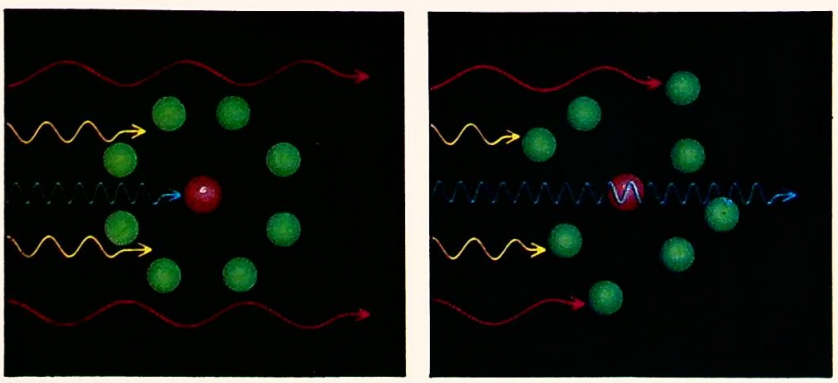


La coesistenza di aggregati in fase solida e in fase liquida per un intervallo finito di temperature. La temperatura rappresentata dai cinque riquadri aumenta dal basso verso l'alto. L'asse verticale di ciascun riquadro indica l'energia libera degli aggregati, cioè la differenza fra la loro energia interna e il prodotto della temperatura per l'entropia. L'asse orizzontale è una misura della non rigidità degli aggregati; quelli in fase solida si trovano sulla sinistra, quelli in fase liquida sulla destra. Alla temperatura più bassa (*riquadro inferiore*) esiste un minimo di energia libera solo per gli aggregati in fase solida mentre a quella più alta (*riquadro superiore*) vi è un minimo solo per gli aggregati in fase liquida. A temperature intermedie (*i tre riquadri centrali*), tuttavia, esistono punti di minimo per gli aggregati che si trovano sia in fase solida sia in fase liquida: le due fasi coesistono. Ossia, il punto di fusione e quello di congelamento non coincidono.

va sul marcatore e sull'aggregato in cui esso è inserito. La carica risultante offre la possibilità di applicare una forza che acceleri l'aggregato (mediante un campo elettrico) e quindi lo estragga da un miscuglio. L'aggregato viene quindi identificato in base alla sua massa, ossia al numero di atomi o molecole che contiene.

Jürgen Bösiger e Samuel Leutwyler dell'Università di Berna e Mee Hahn e Robert L. Whetten dell'Università della California a Los Angeles hanno utilizzato questo metodo per studiare aggregati di atomi di argo. I ricercatori svizzeri hanno impiegato come marcatore una molecola di carbazolo, dalla forma piatta e allargata, mentre il gruppo statunitense si è servito del benzene, che è più piccolo e tondeggiante. Le molecole marcatore introdotte negli aggregati in fase solida presentano uno spettro netto e distinto, mentre quelle inserite negli aggregati in fase liquida hanno uno spettro allargato. (Nonostante le sottigliezze riguardanti l'interpretazione dei dati sperimentali, le argomentazioni che evidenziano le differenti caratteristiche dei due tipi di spettri appaiono convincenti.)





Marcatori inseriti negli aggregati permettono di distinguere la fase liquida da quella solida. Nelle immagini realizzate da Hai-Ping Cheng dell'Università di Chicago, in alto, un atomo di sodio che funge da marcatore (*in rosso*) è stato inserito in un aggregato di argo con 54 atomi. Il marcatore emette radiazione di lunghezza d'onda diversa a seconda che l'aggregato sia in fase solida (*in basso a sinistra*) o liquida (*in basso a destra*).

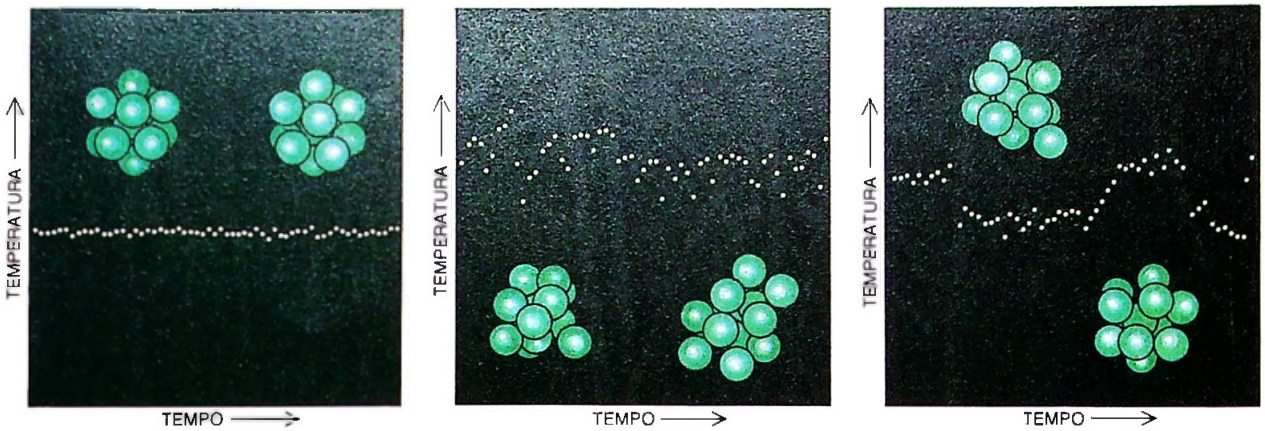
Le due serie di esperimenti sembrano indicare che a una temperatura compresa tra 20 e 30 kelvin (da −253 a −243 gradi Celsius) i microaggregati piccoli hanno un comportamento simile a quello di un liquido (con spettri allargati) mentre quelli grandi appaiono più simili a un solido (e hanno spettri netti). Gli spettri dei microaggregati di dimensione intermedia indicano la coesistenza di aggregati in fase solida e in fase liquida.

I dati ottenuti da questi laboratori rappresentano un importante passo avanti nel programma sperimentale teso alla conoscenza degli aggregati. La coesistenza di aggregati in fase solida e liquida in un intervallo finito di dimensioni, ma a temperatura costante, indica senz'altro che il punto di fusione e quello di congelamento devono essere differenti, anche se non si tratta di una dimostrazione completa. Idealmente occorrerebbe mantenere costante la dimensione degli aggregati e far variare la temperatura, ma un tale esperimento richiederebbe una precisione molto difficile da raggiungere. Per dimostrare inconfutabilmente questa conclusione saranno necessarie ulteriori ricerche sperimentali.

Un altro metodo per verificare la teoria è quello di realizzare simulazioni al calcolatore degli aggregati. Naturalmente una simulazione non può sostituire un esperimento reale, ma, nel momento in cui vi siano modi oggettivi per stabilirne la validità, può rivelare fenomeni nuovi e consentire «esperimenti» di gran lunga meno costosi di quelli effettuati in laboratorio. I modelli al calcolatore possono anche essere di aiuto nell'ideare esperimenti di laboratorio.

I casi in cui risulta particolarmente utile sfruttare la potenza del calcolatore per simulare un sistema sono quelli dove esiste un valido modello teorico, di applicazione però troppo complessa per essere eseguita a mano: un esempio è proprio il comportamento di un aggregato di atomi. Le forze che agiscono fra due atomi sono ben note nel caso di molte sostanze, ma è impossibile risolvere analiticamente le equazioni del moto anche solo per tre atomi interagenti (per non parlare delle situazioni in cui gli atomi sono più di tre). Le equazioni relative al moto di diversi atomi (anche di un numero molto grande) possono tuttavia essere risolte numericamente con l'aiuto di un calcolatore. In questo modo nella simulazione si può seguire il comportamento di ciascun «atomo».

Esaminiamo ora brevemente le simulazioni di aggregati di atomi di argo eseguite da Thomas L. Beck, Hai-Ping Cheng, Heidi L. Davis, Julius Jellinek, David J. Wales e da me all'Università di Chicago. Di tutte le informazioni fornite da queste simulazioni, la più facile da comprendere è la storia di un singolo aggregato che si evolve nel tempo. Una grandezza molto utile che può essere ri-



Le simulazioni al calcolatore dell'evoluzione della temperatura media degli aggregati di argo con 13 atomi a differenti valori di energia hanno consentito di mettere in evidenza la coesistenza di fasi liquide e solide. A bassa energia (*a sinistra*) gli aggregati si comportano come solidi e ad alta energia (*al centro*) come liquidi. A energia intermedia (*a destra*) essi si comportano invece sia come solidi sia come liquidi. La temperatura dell'aggregato è direttamente proporzionale alla sua energia cinetica. Ciascun puntino bianco nei diagrammi rappresenta 5×10^{-12} secondi.

cavata facilmente è la temperatura media di un aggregato la cui energia totale sia costante o, viceversa, l'energia media di un aggregato la cui temperatura sia costante. (La temperatura media è pari, a meno di un fattore numerico di conversione, all'energia cinetica media.)

Il significato della parola «medio» in questi esperimenti è fondamentale. Calcolare la media della temperatura una sola volta in tutta la storia di un aggregato può essere altrettanto fuorviante che calcolarla per un tempo così breve che ciascun atomo dell'aggregato non abbia quasi la possibilità di interagire con gli altri atomi. In genere calcoliamo la media su cinque milionesimi di milionesimo di secondo, un tempo sufficiente perché gli atomi di argo compiano solo alcune vibrazioni.

Abbiamo scoperto che un aggregato di 13 atomi di argo mantenuto in una situazione di bassa energia presenta minuscole fluttuazioni di temperatura intorno alla media e mostra un comportamento simile a quello di un solido. Un aggregato di energia molto più elevata ha una temperatura media significativamente più alta e fluttuazioni analogamente più ampie intorno a questa temperatura. Diversi aspetti del suo comportamento indicano che l'aggregato è in fase liquida. Se si aumenta a sufficienza l'energia dell'aggregato, la simulazione mostra atomi che «evaporano» da esso, proprio come ci si aspetterebbe.

Fra i due estremi vi è un intervallo di energie in cui alcuni aggregati, di energia costante, presentano un comportamento davvero notevole: trascorrono lunghi periodi di tempo in fase solida, poi, più o meno casualmente, passano in fase liquida rimanendovi a lungo, quindi tornano in fase solida e così via. Questa coesistenza è una caratteristica anche di aggregati dell'argo composti da sette, 15 o 19 atomi.

È però opportuno notare che non tutti gli aggregati mostrano chiaramente la coesistenza di due fasi: un esempio di questo tipo sono gli aggregati dell'argo costituiti da sei, otto o 17 atomi. Gli aggregati di sei atomi di rame presentano fasi solide sia rigide sia «morbide». Alcuni aggregati di cloruro di sodio, secondo simulazioni condotte da Daphna Scharf e Joshua Jortner dell'Università di Tel Aviv e da Uzi Landman del Georgia Institute of Technology, possono avere simultaneamente regioni in fase solida e in fase liquida su lati diversi dello stesso aggregato. In simulazioni effettuate da Cheng, le superfici di aggregati di argo composti da 52 o 55 atomi fondono a temperature molto inferiori alla temperatura di fusione degli aggregati stessi; questa osservazione dimostra che negli aggregati le caratteristiche superficiali hanno un'importanza molto maggiore che nella materia convenzionale.

In definitiva, i microaggregati possono mostrare una grande varietà di comportamenti via via che si aumenta la loro energia e che la loro struttura diventa meno rigida e più deformabile. Certamente questa complessità di fenomeni si rivelerà uno strumento utile per studiare sempre più a fondo i processi di transizione di fase.

(Da «Le Scienze» n. 266, ottobre 1990.)

R. STEPHEN BERRY *insegna presso l'Università di Chicago.*

La stabilizzazione dell'idrogeno atomico

di Isaac F. Silvera
e Jook Walraven

È una tecnica che, impedendo la combinazione esplosiva di questo elemento, permette di studiare alcune proprietà di un gas quantistico

Nel campo dell'infinitamente piccolo le regole della teoria dei quanti sono assolute. Ciononostante, gli effetti quantomeccanici sono raramente cospicui su scala macroscopica e una sostanza che mostra tali effetti ha proprietà molto diverse da quelle della materia ordinaria. Finora una delle più notevoli sostanze quantistiche è stata l'elio, che si comporta come un liquido quantistico a bassa temperatura. Nella fase liquida quantistica l'elio scorre senza viscosità e conduce il calore molto meglio dei migliori conduttori di calore metallici; inoltre, comunque bassa sia la temperatura, l'elio non solidifica a pressione ambiente. Oggi è stata preparata un'altra sostanza con proprietà quantistiche macroscopiche: è un gas di idrogeno atomico. In realtà, le proprietà dell'idrogeno atomico a bassa temperatura possono dimostrarsi più strane di quelle dell'elio. Per esempio, l'idrogeno atomico assomiglia all'elio per il fatto che non solidifica, ma inoltre esso non liquefà. Dal momento che la teoria dei quanti prevede che esso rimanga gassoso alla temperatura dello zero assoluto esso viene chiamato gas quantistico.

L'idrogeno è ovviamente un elemento familiare, ma non nella forma atomica; un gas formato da singoli atomi di idrogeno non è stabile nelle condizioni predominanti sulla superficie terrestre. L'idrogeno, invece, si trova fortemente legato ad altri elementi per formare composti chimici quali l'acqua, i carboidrati e altre sostanze organiche. Due atomi di idrogeno possono anche combinarsi per formare una molecola biatomica stabile (H_2). Anche se un gas di idrogeno biatomico ha proprietà quantistiche, esso formerà un liquido e quindi un solido se viene sufficientemente raffreddato. Da tempo è possibile dissociare in laboratorio le molecole di idrogeno biatomiche, ma gli atomi di idrogeno che ne risultano si ricombinano in meno di un millesimo di secondo per formare nuove molecole di idrogeno.

Negli ultimi anni noi e i nostri colleghi dell'Università di Amsterdam abbiamo messo a punto una tecnica per eliminare la ricombinazione dell'idrogeno atomico anche a densità relativamente alte. Siamo stati in grado di mantenere un gas atomico per parecchie ore in condizioni di temperatura estremamente bassa e di intenso campo magnetico. In tale stato gli atomi di idrogeno si ricombinano in modo relativamente lento e consideriamo il gas come stabilizzato. I nostri risultati sperimentali dimostrano che l'idrogeno atomico rimane allo stato gassoso alla più bassa temperatura finora da noi esplorata, 0,08 kelvin. Questa scoperta rappresenta almeno in via preliminare la conferma che l'idrogeno atomico rimane allo stato gassoso allo zero assoluto, come prevede la teoria dei quanti.

L'idrogeno atomico gassoso stabile è una nuova sostanza in laboratorio, ma esso non è affatto scarso in tutto l'universo. Lo spazio interstellare è pieno di un gas estremamente rarefatto di idrogeno atomico; anche se la densità può essere bassa fino a un atomo per metro cubo (in confronto alle 3×10^{25} molecole per metro cubo dell'aria al livello del mare), la quantità di gas interstellare rappresenta la percentuale maggiore di tutta la materia dell'universo. L'idrogeno interstellare gassoso è stabile a causa della sua densità estremamente bassa. La ricombinazione dipende dalle collisioni degli atomi, che sono talmente rare che la vita media del gas è maggiore di quella prevista per l'universo.

In laboratorio, tuttavia, si possono produrre campioni di idrogeno atomico a temperature molto inferiori a quelle dello spazio e a una densità di circa 10^{22} o 10^{23} atomi per metro cubo, di molti ordini di grandezza superiore alla densità del gas interstellare. Secondo calcoli teorici, una tale densità è soltanto di uno o due ordini di grandezza inferiore alla densità necessaria perché avvengano fenomeni quantistici esotici che sono stati previsti per un gas quantistico, ma che fino a questo momento non sono stati direttamente osservati. Il fenomeno quantistico più studiato è una rapida condensazione di una gran parte degli atomi del gas in uno stato di minima energia. È previsto che la condensazione avvenga a bassa temperatura, fattore che dipende solo dalla densità del gas. Per esempio, a una densità di 10^{24} atomi per metro cubo la temperatura critica per la condensazione è di 0,016 kelvin, mentre alla densità dell'idrogeno interstellare la temperatura critica è di 10^{-18} kelvin. La temperatura critica per la condensazione è proporzionale alla densità elevata a 2/3.

L'idea che un gran numero di particelle di un gas atomico possano tutte portarsi contemporaneamente al loro livello energetico più basso a una temperatura non nulla è stata introdotta da Albert Einstein nel 1923. Nella termodinamica classica del XIX secolo una frazione apprezzabile delle particelle di un gas (in realtà tutte) può raggiungere il più basso livello energetico soltanto allo zero assoluto. Al di sopra dello zero assoluto le particelle di un siffatto gas classico presentano uno spettro con molti livelli energetici, nessuno dei quali comprende una grande frazione di particelle. La distribuzione degli stati energetici per una data temperatura è descritta dalla statistica di Maxwell-Boltzmann, dai nomi di James Clerk Maxwell e Ludwig Boltzmann. La statistica fornisce la probabilità che un atomo abbia una certa energia.

Tuttavia, nella corretta descrizione quantomeccanica la distribuzione statistica degli stati energetici, per un aggregato di particelle identiche, può essere alquanto differente. La teoria statistica che descrive gli atomi di idrogeno è stata studiata per la prima volta dal fisico indiano S. N. Bose ed è chiamata statistica di Bose. Il fenomeno previsto da Einstein è una conseguenza matematica della statistica di Bose, ma era talmente contrastante con l'intuizione dei fisici degli anni venti da essere allora considerato come una curiosità matematica che non sarebbe mai

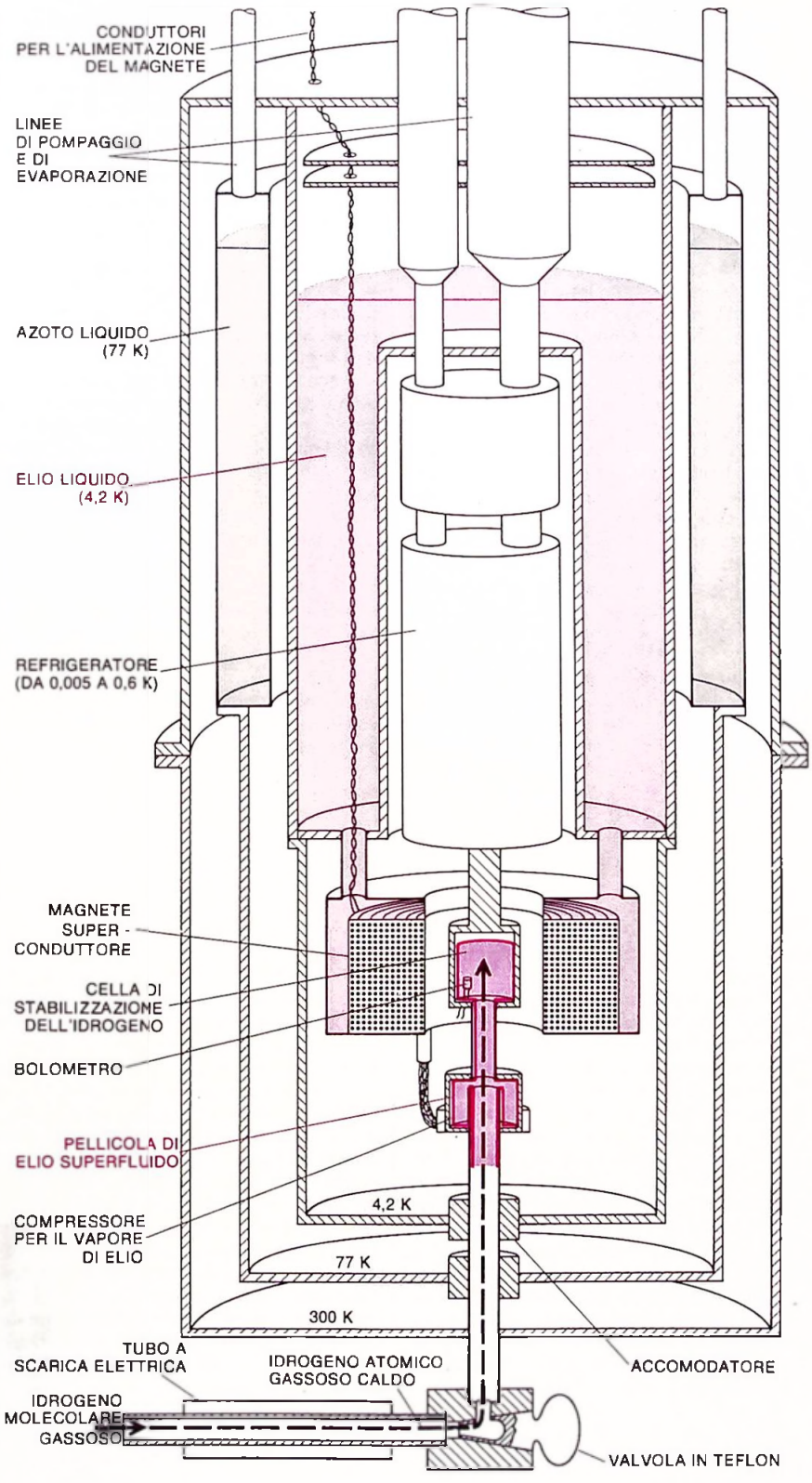
apparsa in un sistema reale. Oggi si ritiene, invece, che il fenomeno sia osservabile in laboratorio e viene chiamato condensazione di Bose-Einstein.

Un gas di idrogeno atomico che abbia subito la condensazione di Bose-Einstein dovrebbe essere composto di due popolazioni di atomi: gli atomi condensati nello stato fondamentale, o stato di minima energia, e gli atomi che restano in stati energetici più alti. Una tale distribuzione di stati energetici può non apparire insolita, dato che in qualsiasi grande aggregato di atomi è statisticamente probabile che alcuni di essi occupino lo stato fondamentale. Anche nella statistica di Bose gli atomi sono distribuiti tra numerosi stati energetici a temperature ordinarie e nessuno stato possiede più di una piccola frazione del totale. Invece, in un gas condensato di Bose-Einstein, una grande frazione degli atomi dovrebbe occupare lo stato fondamentale a una temperatura sperimentalmente accessibile e quasi il 100 per cento degli atomi dovrebbe trasformarsi in atomi condensati a temperature ben superiori allo zero assoluto.

In base alla termodinamica classica si riteneva che tutti i moti atomici cessassero alla temperatura dello zero assoluto; gli atomi avrebbero dovuto essere in quiete con energia cinetica nulla. In meccanica quantistica lo stato privo di moto non è possibile perché violerebbe il principio di indeterminazione formulato in modo sintetico da Werner Heisenberg. Tale principio afferma che la posizione e la quantità di moto di un atomo non possono essere entrambe determinate simultaneamente con precisione illimitata. Se si «bloccasse» del tutto il movimento di un atomo, si potrebbe misurare esattamente la sua posizione. Si potrebbe conoscere anche la quantità di moto dell'atomo immobile: dato che la quantità di moto è il prodotto della massa per la velocità, la quantità di moto di un atomo in quiete deve essere nulla.

Il principio di indeterminazione implica che, se anche si riuscisse a ridurre la temperatura di una sostanza allo zero assoluto, gli atomi conserverebbero una piccola quantità di energia cinetica (l'energia di punto zero) e resterebbero perciò in movimento (il moto di punto zero). Ciononostante, il moto risulterebbe qualitativamente differente dal moto casuale caratteristico di temperature superiori: tutti gli atomi dovrebbero avere la stessa energia e quindi lo stesso stato di moto. Si pensa che sia il moto coerente degli atomi condensati di un gas condensato di Bose-Einstein a dare origine a straordinarie proprietà macroscopiche a temperature ben al di sopra dello zero assoluto.

Circa il 50 per cento degli atomi segue la statistica di Bose. Quindi vale la pena di domandarci perché la condensazione di Bose-Einstein non sia un fenomeno comune, osservato in molte sostanze a bassa temperatura. La ragione è che la condensazione assume la sua forma più semplice (e la forma in cui Einstein la descrisse) soltanto in un gas perfetto, cioè un gas



L'apparecchiatura sperimentale messa a punto dagli autori all'Università di Amsterdam scinde le molecole di idrogeno per produrre un gas di atomi di idrogeno liberi, che viene poi stabilizzato a bassa temperatura in un intenso campo magnetico. Il legame chimico che unisce i due atomi di una molecola di idrogeno può essere facilmente scisso bombardando la molecola con elettroni energetici, ma senza raffreddamento e senza un intenso campo magnetico gli atomi si ricombinerebbero in meno di un millesimo di secondo. L'apparecchiatura comprende numerose unità di refrigerazione incorporate mantenute a temperature sempre più basse. Il gas di idrogeno atomico caldo viene emesso da un tubo a scarica elettrica e incanalato attraverso una serie di superfici fredde. Esso entra poi nel campo magnetico, dove può rimanere per parecchie ore. A una temperatura di 0,3 kelvin sono state ottenute per alcuni minuti densità fino a 10^{23} atomi per metro cubo.

formato da atomi che non interagiscono l'uno con l'altro. Tutti gli atomi reali subiscono interazioni elettromagnetiche che tendono a legarli assieme; in realtà, la maggior parte delle sostanze si condensa in una matrice solida per effetto di tali interazioni molto prima che si raggiunga la temperatura della possibile condensazione di Bose-Einstein.

Se si deve osservare davvero la condensazione, i moti di punto zero devono essere sufficientemente vigorosi da vincere l'attrazione elettromagnetica degli atomi. L'entità del moto di punto zero aumenta al diminuire della massa atomica o dell'intensità delle interazioni elettromagnetiche. Perciò i soli candidati plausibili sono gli atomi chimicamente inerti degli elementi più leggeri. L'elio ha interessanti proprietà quantistiche perché è sia leggero sia inerte e quindi le forze interatomiche sono deboli. È per tali motivi che l'elio non solidifica.

L'idrogeno è naturalmente ancor più leggero e presenta moti di punto zero di gran lunga più vigorosi di qualsiasi altro atomo; in condizioni normali, tuttavia, gli atomi di idrogeno mostrano anche intense forze interatomiche e formano molecole biatomiche. Sottoponendo gli atomi a condizioni particolari è possibile rendere le forze interatomiche più deboli di quelle che regolano qualsiasi altro sistema atomico. In queste condizioni l'energia cinetica degli atomi anche nel loro stato energetico più basso è sufficiente a impedire all'idrogeno sia di solidificare sia di liquefare. La sostanza che ne risulta può rappresentare il massimo avvicinamento al gas quantistico ideale ipotizzato da Einstein e può offrire la migliore opportunità per osservare la condensazione di Bose-Einstein.

Gli indizi più probanti su quello che ci si può aspettare dall'idrogeno atomico stabile sono stati forniti da 70 anni di ricerche sulle proprietà dell'elio a bassa temperatura, in particolare le proprietà dell'isotopo comune elio 4. (Il nucleo di un atomo di elio 4 è formato da quattro particelle: due protoni e due neutroni. Altri isotopi dell'elio si differenziano per il numero di neutroni nei loro nuclei atomici.) L'elio 4 diventa un liquido ordinario a 4,2 kelvin. Se si riduce con una pompa a vuoto la tensione di vapore al di sopra dell'elio, il liquido bolle violentemente e viene perciò ulteriormente raffreddato. La formazione di bolle in un liquido in ebollizione è causata dalla conducibilità termica relativamente modesta.

Però, quando la temperatura dell'elio viene abbassata fino a 2,18 kelvin, il liquido diventa improvvisamente un conduttore di calore talmente buono che l'ebollizione cessa completamente. L'evaporazione e il raffreddamento continuano sulla superficie, ma le correnti di convezione ridistribuiscono da sole la restante energia termica in tutto il volume. Tali correnti possono produrre un adeguato trasporto di calore soltanto in un fluido che si muove in assenza di viscosità, cioè di resistenza allo scorrimento.

L'elio 4 liquido a o al di sotto di 2,18 kelvin è perciò detto superfluido. Se viene fatto scorrere in un tubo rinchiuso su se stesso, il liquido continua a scorrere senza attrito, senza mai arrestarsi come farebbe invece un fluido comune. Esso scorre nelle più piccole strozzature del suo recipiente e ha la notevole capacità di scorrere attraverso una polvere densamente compressa come se non fosse presente alcuna barriera. Un recipiente con fori microscopici che risulterebbe impenetrabile per un fluido normale può apparire sforacchiato come un setaccio per un superfluido. Si dice che un siffatto recipiente ha una superperdita.

Anche senza una superperdita un recipiente aperto pieno di un superfluido non resterà pieno a lungo. Una sottile pellicola di superfluido, dello spessore di circa 20 nanometri, comincia infatti a salire lungo le pareti interne del recipiente, traboccando dall'orlo e discendendo lungo la superficie esterna. La risalita è un'altra conseguenza dell'assenza di viscosità. Tutti i fluidi che possono bagnare una superficie tendono a risalire lungo di essa a causa delle forze di adesione tra gli atomi del fluido e quelli della superficie. In linea di principio qualsiasi liquido dovrebbe risalire lungo le pareti del suo contenitore e rendere minima la propria energia totale portandosi, come in un sifone, a un livello inferiore. Invece, nei fluidi ordinari lo scorrimento della pellicola è impedito dalla viscosità. Quindi un fluido senza viscosità quale l'elio superfluido forma un collegamento continuo tra la parete interna e quella esterna inferiore del recipiente in modo tale che il recipiente si vuota.

Altre proprietà enigmatiche di un superfluido non possono essere spiegate semplicemente con la mancanza di viscosità. Una di tali proprietà è la tendenza a muoversi verso una sorgente di calore; in una pellicola sottile il flusso può raggiungere i 50 centimetri al secondo. Se si fornisce calore all'estremità superiore di un sottile tubo la cui estremità inferiore è immersa in elio 4 superfluido, la pellicola di elio risale lungo il tubo ed evapora nei pressi del riscaldatore. Se l'estremità inferiore del tubo viene riempita di polvere finemente compressa (nella quale un fluido normale non potrebbe penetrare nemmeno sotto pressione), il superfluido risale lungo il tubo tanto rapidamente da zampillare all'estremità del tubo stesso come una fontana e da ricadere nel recipiente.

È molto probabile, ma non ancora definitivamente accertato dagli esperimenti, che l'elio 4 superfluido abbia subito la condensazione di Bose-Einstein. Per confermare tale ipotesi sarebbe necessario misurare la percentuale degli atomi allo stato fondamentale, e finora non è stato possibile farlo in modo inequivocabile. Fritz London della Duke University fu il primo ad avanzare l'ipotesi nel 1938, allorché dimostrò che alcune delle proprietà osservate dell'elio superfluido potevano essere spiegate supponendo che esso avesse subito la condensazione di Bose-Einstein. Gli atomi di elio 4 sono soggetti alla statistica di Bose. Perciò London propose che un superfluido sia costituito da due componenti: un componente condensato, o superfluido, che può attraversare piccole strozzature e un componente normale che non lo può fare.

Per esempio, nell'effetto fontana soltanto il condensato superfluido può attraversare la polvere e raggiungere l'estremità superiore del tubo. Qui il riscaldamento eccita gli atomi a stati energetici più elevati e trasforma pertanto il componente superfluido in un fluido normale. Per poter mantenere una distribuzione uniforme del componente superfluido attraverso l'intero volume del fluido, buona parte del componente viene fatta risalire lungo il tubo.

Nonostante queste soddisfacenti spiegazioni vi sono seri problemi con il modello di London, problemi che sono stati argomento di analisi teoriche per decenni. Mentre la previsione di Einstein si basava su un gas di particelle non interagenti tra di loro, gli effetti delle forze interatomiche in un liquido sono importanti e non si possono trascurare. Gli atomi allo stato fondamentale di un tale gas hanno quantità di moto nulla e perciò l'indeterminazione nella loro posizione è massima. Però, le interazioni modificano lo stato fondamentale degli atomi di un liquido in modo tale che pochi atomi dello stato fondamentale si trovano in uno stato a quantità di moto nulla. Così, se un liquido deve subire la condensazione di Bose-Einstein, gli atomi condensati devono occupare uno stato fondamentale più complesso dello stato fondamentale degli atomi di un gas. Inoltre, è difficile identificare sperimentalmente lo stato fondamentale complesso di un liquido.

In un gas superfluido di idrogeno atomico tali problemi si possono facilmente evitare. Mentre un liquido ha una densità essenzialmente costante, la densità di un gas può essere modificata controllando la pressione nel recipiente. In un gas a bassa densità gli effetti delle interazioni atomiche sono molto meno importanti di quanto lo siano in un liquido. I calcoli teorici indicano che quasi il 100 per cento degli atomi condensati di un gas si trovano in uno stato a quantità di moto nulla. Inoltre, le proprietà magnetiche e altre proprietà dell'atomo di idrogeno, non comuni all'atomo di elio, fanno sperare di poter arricchire la varietà di fenomeni macroscopici che si possono osservare in un superfluido.

L'idrogeno atomico può essere facilmente prodotto, ma la sua stabilizzazione presenta numerose e serie difficoltà sperimentali proprio in un settore del quale in precedenza si sapeva ben poco. Pur se l'obiettivo dei nostri esperimenti è di esaminare certe previsioni della teoria dei quanti, il progetto della nostra apparecchiatura sperimentale non sarebbe stato possibile senza indicazioni di altre previsioni della teoria.

Una delle più importanti proprietà

quantistiche di un atomo o di una particella subatomica è il suo spin, o momento angolare intrinseco. Lo spin di una particella è simile a quello di una palla. È una grandezza vettoriale, dotata cioè sia di un modulo (grandezza) sia di una direzione. Il modulo del vettore di spin può essere interpretato come una misura della velocità angolare di rotazione, mentre la direzione del vettore precisa il senso di rotazione secondo la convenzione chiamata regola della mano destra. Se le dita della mano destra si avvolgono nello stesso senso dello spin, il pollice destro fornisce la direzione del vettore di spin.

Diversamente dallo spin di una palla, lo spin di un atomo o di una particella subatomica è quantizzato. Il modulo dello spin può assumere soltanto valori interi o semi-interi (quando si misura il momento angolare in unità fondamentali) e il vettore può avere soltanto un numero finito di direzioni. Per esempio, il protone, il neutrone e l'elettrone hanno spin con modulo 1/2 e il vettore di spin può essere orientato soltanto in due direzioni, o «su» o «giù». Una particella il cui spin ha valori semi-interi, come 1/2, 3/2, 5/2 e così via, è detta fermione, da Enrico Fermi.

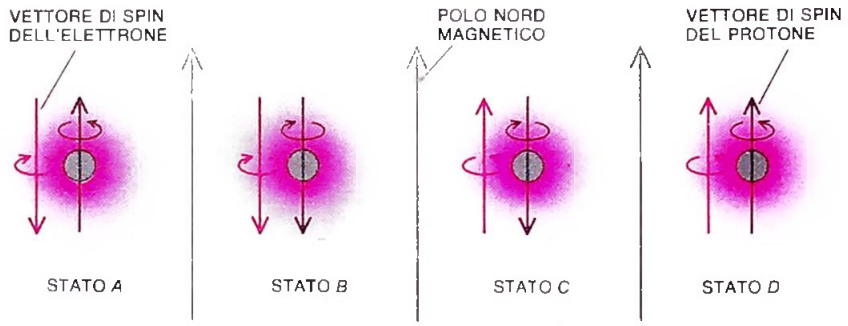
Una particella il cui modulo di spin è un intero della serie 0, 1, 2, 3... è detta bosone, da Bose. Il fotone, o quanto di radiazione elettromagnetica, è un bosone e altrettanto dicasi per il pione, che è il maggior portatore della forza di legame nel nucleo atomico. Un bosone con spin nullo è ovviamente una particella del tutto priva di spin e quindi non si richiede un vettore di spin per descriverne le proprietà. Per un bosone con spin 1 il vettore può avere tre direzioni possibili.

Lo spin di un'entità composita quale un atomo di idrogeno dipende dall'intensità del campo magnetico in cui l'atomo è immerso. Nel caso più semplice da descrivere il campo magnetico è infinito e, per un campo magnetico intenso, un campo infinito costituisce una buona approssimazione. In un campo infinito lo spin dell'atomo di idrogeno è la somma vettoriale dei vettori di spin delle sue particelle costituenti. In generale la somma dipende dall'orientazione degli spin costituenti. Un atomo di idrogeno, essendo composto da un protone e da un elettrone, può esistere in uno qualsiasi di quattro stati di spin. Sia il vettore di spin del protone sia quello dell'elettrone possono essere orientati verso l'alto in modo tale che lo spin dell'atomo vale 1 nella direzione verso l'alto, oppure entrambi i vettori di spin costituenti possono puntare verso il basso in modo tale che lo spin atomico valga 1 nella direzione verso il basso. Nelle restanti configurazioni i vettori di spin costituenti hanno direzioni opposte, il protone «su» e l'elettrone «giù», o il protone «giù» e l'elettrone «su», in modo tale che lo spin totale dell'atomo è 0. In tutte le possibili orientazioni è evidente che l'atomo di idrogeno è un bosone.

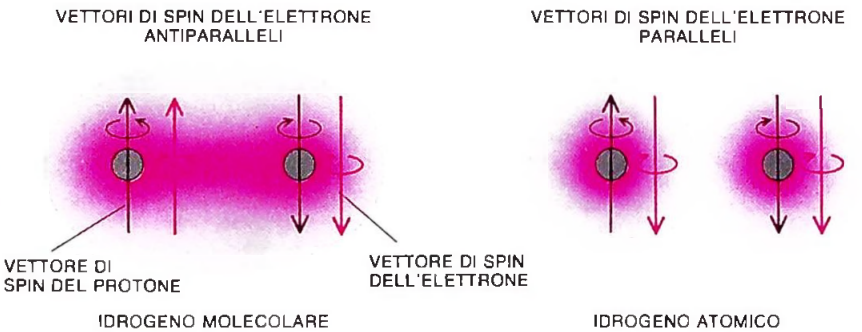
La distinzione tra fermioni e bosoni permise lo sviluppo della tecnica che ha reso possibile la stabilizzazione dell'idrogeno atomico. La proprietà che contraddistingue i fermioni è che essi seguono quella regola quantomeccanica chiamata principio di esclusione, formulata da Wolfgang Pauli. Se un fermione occupa un certo stato, tutti gli altri fermioni identici sono esclusi da quello stato. In meccanica quantistica lo stato di una particella è una specificazione completa della sua identità e di fattori quali la sua energia, la sua posizione o quantità di moto e il suo spin. Per esempio, se due elettroni occupano regioni sovrapposte dello spazio e hanno stessa energia e quantità di moto, essi devono avere spin differenti. Invece, i bosoni non obbediscono al principio di esclusione; non c'è limite al numero di bosoni che possono occupare un singolo stato. In effetti, nella condensazione di Bose-Einstein tutti i bosoni di un campione possono in teoria convergere verso lo stesso stato, lo stato fondamentale.

Anche se un atomo isolato di idrogeno può essere trattato come un bosone composto, due atomi molto vicini non possono essere trattati come tali. Per esempio, nella formazione della molecola biatomica dell'idrogeno, si devono tener presenti le proprietà dei due elettroni e dei due protoni che formano la molecola. Quando gli atomi vengono riuniti, le loro nuvole elettroniche periferiche cominciano a sovrapporsi. Due elettroni i cui vettori di spin sono orientati nella stessa direzione non possono occupare contemporaneamente la stessa regione dello spazio. Però, se i vettori di spin dell'elettrone hanno direzioni opposte, nessun principio quantistico impedisce loro di trovarsi nello stesso luogo nello stesso istante. (La repulsione elettrostatica tende a separare due elettroni, ma in questo caso è una considerazione secondaria.)

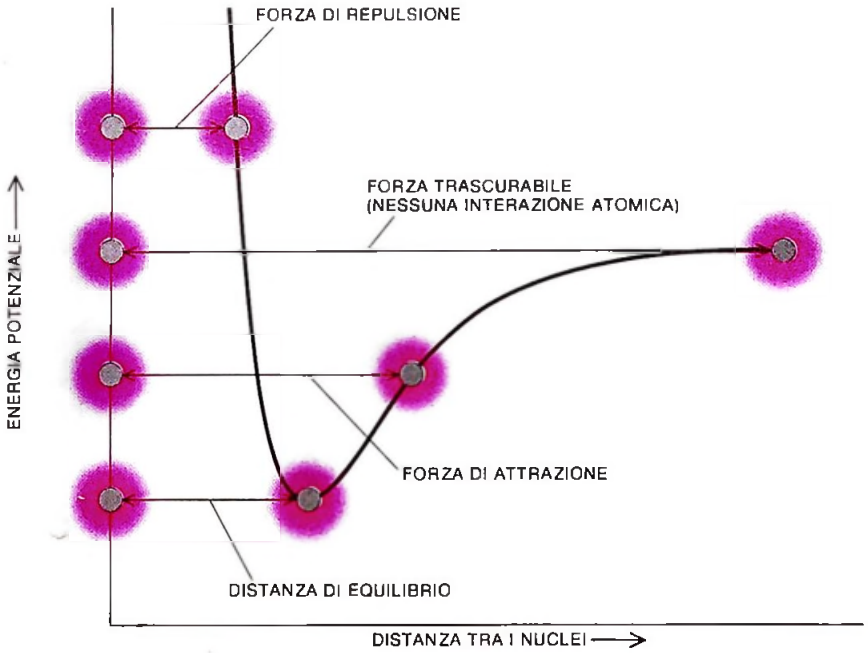
Due atomi di idrogeno contigui tendono ad assumere la configurazione di minima energia possibile. Nel rendere minima l'energia gli elettroni e i protoni costituenti gli atomi tendono a disporsi in modo da bilanciare esattamente le forze elettrostatiche di attrazione e di repulsione che agiscono tra essi. Per un sistema



Lo spin dell'atomo di idrogeno è la somma vettoriale degli spin del protone e dell'elettrone. Il vettore di spin del protone e quello dell'elettrone sono quantizzati: il modulo degli spin ha un valore 1/2 (quando il momento angolare viene misurato in unità fondamentali) e i vettori sono orientati soltanto verso l'alto o verso il basso. Quindi l'atomo di idrogeno può assumere solo quattro configurazioni rispetto allo spin. Gli stati di spin quantomeccanici sono identici per le quattro configurazioni in un campo magnetico infinito. La densità della nube elettronica che circonda ogni nucleo atomico rappresenta la probabilità relativa di trovare l'elettrone in una data regione.



La stabilizzazione dell'idrogeno atomico richiede che i vettori di spin degli elettroni atomici siano polarizzati, o orientati nella stessa direzione. Due atomi i cui vettori di spin elettronico sono orientati in direzioni opposte tendono a spartirsi gli elettroni e a legarli fortemente per formare una molecola biatomica. In assenza di intense forze polarizzanti i vettori di spin elettronico sono orientati casualmente e tutti gli atomi di idrogeno formano ben presto coppie. Se invece i vettori di spin elettronico sono paralleli, gli elettroni non possono essere suddivisi, le forze interatomiche diventano deboli e gli atomi di idrogeno restano nello stato monoatomico. Per comprendere la formazione dell'idrogeno biatomico occorre considerare soltanto se i due vettori di spin elettronico sono paralleli o antiparalleli; le effettive direzioni dei vettori e gli spin dei protoni sono di importanza secondaria. Qui sono illustrate solo due delle 16 possibili coppie di atomi.



L'energia potenziale di due atomi di idrogeno dipende dalla loro distanza. A distanza molto grande si pone arbitrariamente uguale a zero l'energia potenziale. In qualsiasi punto della curva, eccettuato il punto di minimo, esiste una forza risultante sugli atomi che tende a portarli a un'energia inferiore. Il punto di minima energia potenziale rappresenta la distanza di equilibrio o posizione di quiete del secondo atomo rispetto al primo. Se il secondo atomo si avvicina al primo, l'energia potenziale degli atomi aumenta e nasce una forza risultante repulsiva tra essi che tende a riportarli alla posizione di equilibrio. Allo stesso modo, se il secondo atomo si allontana dal primo, l'energia potenziale aumenta ancora e agisce una forza attrattiva per riportare gli atomi alla posizione di equilibrio. Se gli atomi vengono allontanati sufficientemente, una piccola variazione della loro distanza non altera in modo significativo l'energia potenziale del sistema: anche una piccola quantità di energia cinetica consente loro di spostarsi liberamente senza alcuna apprezzabile interazione. In questa ipotetica funzione energia potenziale non sono stati presi in considerazione i limiti imposti dalla meccanica quantistica all'energia degli atomi e alle loro interazioni.

di due atomi di idrogeno la configurazione di minima energia dipende quasi interamente dagli stati degli elettroni. Per esempio, se gli spin dei due elettroni sono antiparalleli, le cariche negative degli elettroni possono interporsi tra i due nuclei carichi positivamente e ostacoleranno parzialmente la repulsione nucleare. Con questa configurazione degli elettroni l'energia totale del sistema è molto più bassa quando gli atomi sono molto vicini che non quando sono molto lontani. Gli elettroni costituiscono un forte legame di coesione. Tranne che alle alte temperature, gli atomi hanno troppo poca energia cinetica termica per spezzare il legame; gli atomi hanno formato una molecola biatomica e stabile di idrogeno.

Se gli spin degli elettroni sono paralleli, invece, la carica elettronica non può interporsi tra i nuclei senza violare il principio di esclusione. Le forze risultanti tra gli atomi sono di tipo repulsivo, tranne che per una distanza tra i nuclei di circa 0,4 nanometri, dove esiste una piccola forza attrattiva. Però la forza di attrazione è così debole che l'energia di punto zero degli atomi è sufficiente a vincere la forza e a impedire la formazione di una molecola. Il motivo fondamentale per cui un gas di idrogeno atomico non è stabile nelle condizioni predominanti sulla superficie terrestre è che gli spin degli elettroni hanno una distribuzione quasi casuale. Virtualmente è sempre possibile per un atomo di idrogeno accoppiarsi a un altro atomo il cui vettore di spin elettronico sia orientato in direzione opposta.

La nostra strategia fondamentale per produrre idrogeno atomico stabile è quella di polarizzare i vettori di spin elettronico in modo tale che essi siano tutti orientati nella stessa direzione. Se la polarizzazione è completa, gli atomi non possono ricombinarsi. La sostanza che ne risulta è detta idrogeno atomico a spin polarizzato.

Come si può ricavare idrogeno a spin polarizzato dal normale idrogeno atomico? Una particella dotata sia di massa sia di spin ha un vettore momento magnetico associato al suo spin. Lo stato di spin di un elettrone può perciò essere mantenuto da un campo magnetico esterno, proprio come la direzione dell'ago di una bussola magnetica può essere mantenuta dal campo magnetico terrestre. Il grado di polarizzazione di un insieme di elettroni atomici si può rappresentare con il rapporto tra il numero di atomi che hanno spin elettronico «su» (atomi con spin «su») e il numero di atomi che hanno spin elettronico «giù» (atomi con spin «giù»). Il grado finale di polarizzazione raggiunto dipende fortemente dalla intensità del campo magnetico e dalla temperatura. Nei nostri esperimenti il rapporto di spin è di circa 1 a 10^{20}. È stato ricavato con un campo magnetico di circa 100 000 gauss (200 000 volte più intenso del campo magnetico terrestre) e a una temperatura di 0,3 kelvin.

Diversamente dall'ago di una bussola, la cui orientazione può essere modificata o mantenuta da un campo magnetico, lo stato di spin di un elettrone non può essere modificato da un campo magnetico uniforme, qualunque sia la sua intensità. Per polarizzare gli elettroni noi abbiamo invece sfruttato l'effetto di un intenso gradiente di campo magnetico: un campo che varia rapidamente da luogo a luogo. Il campo ad alto gradiente non è più efficace di quello uniforme nel capovolgere gli spin, ma il gradiente può facilmente distinguere gli atomi con spin «su» da quelli con spin «giù».

Gli atomi con spin «giù» vengono forzati in regioni con campi magnetici relativamente intensi, dove essi vengono mantenuti nel loro stato polarizzato per parecchie ore. (Nella nostra apparecchiatura i campi magnetici più intensi coincidono con le regioni di minima temperatura.) Gli atomi con spin «su» vengono respinti verso regioni con campi magnetici più deboli e subiscono collisioni con le pareti dell'apparecchiatura, dove o invertono lo spin verso il basso e proseguono verso regioni a campo intenso o si ricombinano per formare idrogeno biatomico. L'idrogeno biatomico aderisce permanentemente alle parti fredde e non vi sono altre conseguenze.

Gli atomi con spin «giù» entrano in una cella di stabilizzazione fredda all'estremità di un tubo, dove il gradiente di campo magnetico e la bassa temperatura hanno la funzione di confinarli. Quando gli atomi polarizzati attraversano il gradiente di campo magnetico vengono accelerati. Se gli atomi non perdono la loro energia cinetica per collisioni con le pareti della cella di stabilizzazione, l'aumento complessivo della loro energia cinetica è sufficiente a permettere loro di muoversi contro il gradiente di campo magnetico e quindi di sfuggire dalla cella. Però, quando gli atomi incontrano le pareti fredde della cella, essi scambiano energia con le pareti e restano intrappolati da una barriera magnetica.

Una volta capito come distinguere gli atomi di idrogeno e come intrappolarli in uno stato di spin polarizzato, la maggior parte degli sforzi del progetto sperimentale dovette essere dedicata al compito di impedire agli atomi di attaccarsi alle pareti dell'apparecchiatura e di ricombinarsi su di essa. Nell'idrogeno a spin polarizzato una collisione tra due atomi può talvolta portare all'inversione dello spin di uno degli atomi e alla conseguente ricombinazione molecolare. La collisione deve essere mediata da una terza particella in modo tale che si possano conservare l'energia e la quantità di moto totali del sistema. Quando si urtano due atomi isolati, senza che una terza particella porti via l'energia liberata nell'urto,

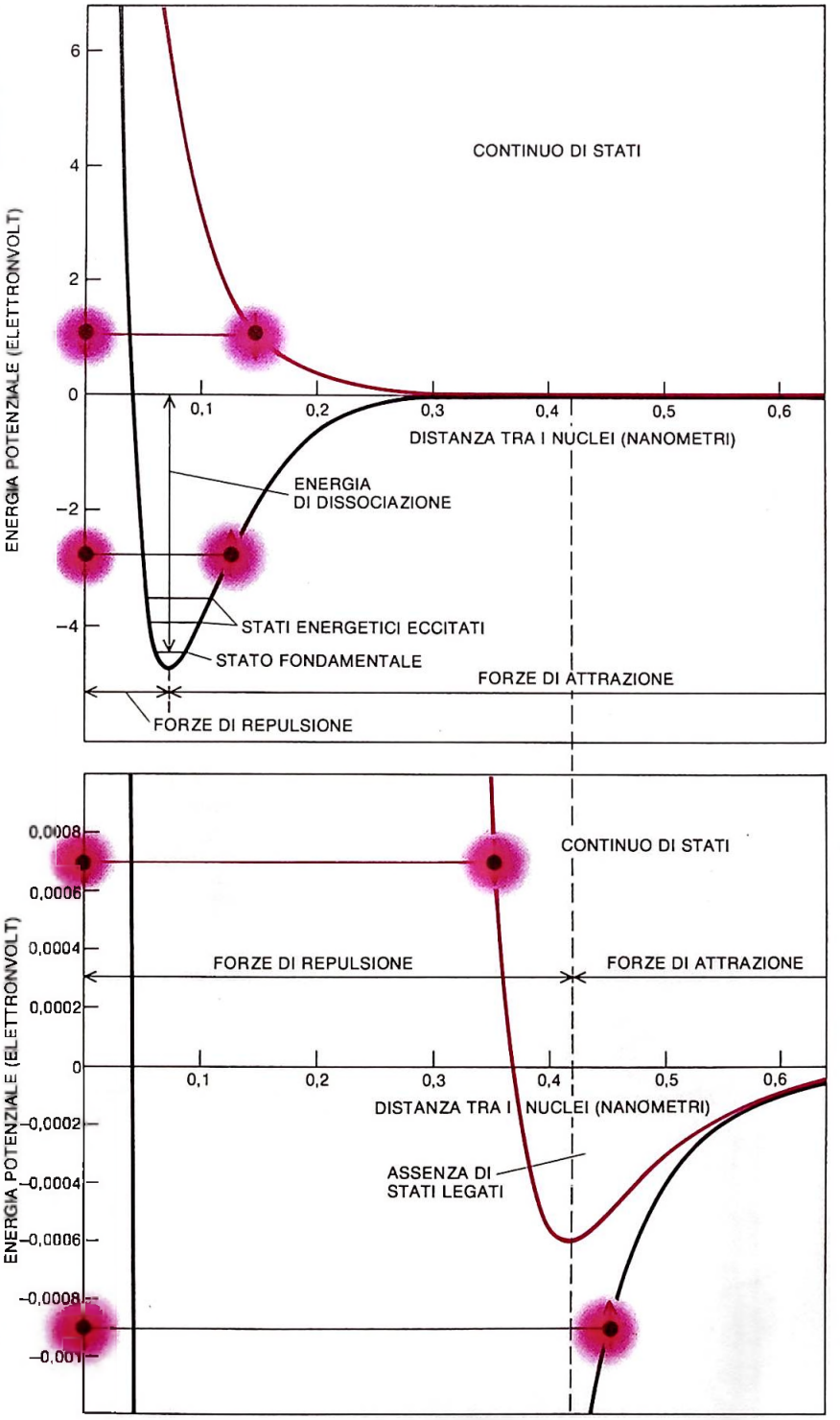
l'inversione di spin è vietata dai principi di conservazione. Quindi in un gas devono urtarsi contemporaneamente almeno tre particelle perché possa avvenire la ricombinazione e a bassa densità la probabilità di un tale evento è piccola.

Su una superficie, tuttavia, qualsiasi collisione tra due atomi può portare a ricombinazione perché gli atomi superficiali possono recitare il ruolo di catalizzatore del terzo corpo. Il problema è notevolmente complicato dal fatto che le pareti dell'apparecchiatura devono essere mantenute a basse temperature in modo da raffreddare l'idrogeno gassoso. A meno che le pareti vengano rivestite con materiali particolari, le forze elettromagnetiche tra gli atomi di idrogeno e le pareti diventano, a basse temperature, sufficientemente intense da legare gli atomi alle pareti. Quando la densità degli atomi che aderiscono alle pareti aumenta, aumenta anche la velocità di ricombinazione; essa varia con il quadrato della densità superficiale. La ricombinazione alla superficie può essere talmente efficiente che anche l'idrogeno atomico gassoso a spin polarizzato può ricombinarsi completamente in meno di un millesimo di secondo su superfici normali.

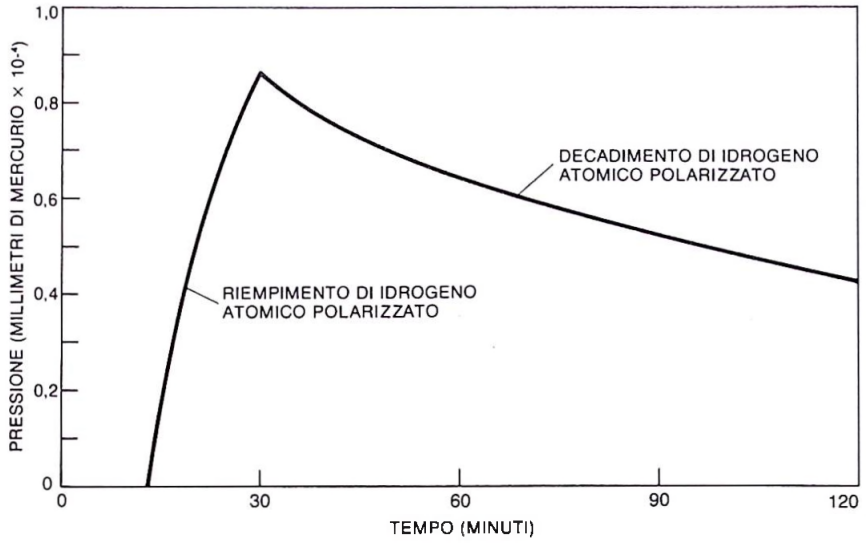
Per impedire la ricombinazione alla superficie si deve trovare una superficie che presenti deboli forze di attrazione per l'idrogeno atomico. La miglior superficie possibile allo scopo è lo stesso idrogeno atomico a spin polarizzato, ma se si potesse mantenere una superficie di questo tipo, l'adesione superficiale non costituirebbe affatto un problema. Abbiamo trovato che una superficie che ha una debole affinità per l'idrogeno e che può prevenire un suo sviluppo è quella dell'elio liquido. La superficie dell'elio è una sottile pellicola che ricopre tutte le superfici della cella di stabilizzazione, e che alle basse temperature necessarie per l'esperimento è un superfluido. Per impiegare una pellicola di superfluido e mantenere ancora la bassa temperatura della cella sono necessari particolari stadi di raffreddamento.

L'idrogeno atomico viene dapprima prodotto da idrogeno molecolare gassoso in un tubo a scarica elettrica. Nel tubo elettroni liberi vengono accelerati da un campo elettrico e urtano le molecole biatomiche di idrogeno, provocandone la dissociazione. A causa del bombardamento energetico da parte degli elettroni, il gas atomico esce dal tubo a una temperatura di parecchie centinaia di kelvin.

Il gas caldo si muove rapidamente verso la parte interna fredda della cella di stabilizzazione attraverso un tubo di riempimento rivestito internamente con il polimero di fluorocarbonio Teflon. È curioso che lo stesso materiale impiegato per formare strati antiadesivi per le padelle serva anche per impedire l'adesione dell'idrogeno atomico alle pareti del tubo nei primi stadi di raffreddamento. Nel muoversi attraverso il tubo, gli atomi di idrogeno urtano ripetutamente con la parete di Teflon refrigerata, cedendo ogni volta una parte della loro energia



La funzione energia potenziale quantomeccanica per una coppia di atomi di idrogeno con spin elettronici antiparalleli (*in nero*) è molto diversa dalla funzione per una coppia di atomi a spin paralleli (*in colore*). Gli atomi tendono ad adottare una configurazione che rende minima la loro energia potenziale, ma non possono restare in quiete alla distanza di equilibrio perché la posizione di una particella quantomeccanica non può essere individuata con esattezza. Invece, se gli atomi sono legati, essi devono occupare uno stato tra una serie di stati energetici discreti; lo stato più basso, o stato fondamentale, li tiene il più vicino possibile alla distanza di equilibrio. Se gli atomi non sono legati, essi possono assumere qualsiasi stato energetico positivo lungo un continuo di valori. Quando i due spin elettronici sono antiparalleli, lo stato fondamentale si trova nei pressi del fondo di una profonda buca di potenziale e l'energia necessaria per dissociare gli atomi è grande. Gli atomi, quindi, minimizzano la loro energia totale formando un legame molecolare sufficientemente forte da sopportare i moti termici degli atomi fino ad alte temperature. Quando, invece, gli spin sono paralleli, le forze di attrazione sono così deboli che perfino i minimi moti atomici, previsti allo zero assoluto, impedirebbero agli atomi di formare un legame. Non esiste quindi stato fondamentale. Nel diagramma inferiore la scala verticale è ingrandita 5000 volte.



L'aumento di pressione dell'idrogeno gassoso stabilizzato con spin «giù» durante il riempimento della cella di stabilizzazione è seguito da un graduale decadimento una volta cessato il riempimento. Il decadimento è causato dalla lenta ricombinazione degli atomi per formare molecole biatomiche. Secondo la teoria quantistica, in un campo magnetico di intensità finita una parte degli atomi di idrogeno polarizzati si trova in uno stato «miscelato» in cui la probabilità che lo spin di un dato elettrone sia «su» o «giù» è piccola. La presenza di stati di questo tipo favorisce la ricombinazione.

cinetica; in tal modo il gas viene raffreddato. Perché il gas raggiunga l'equilibrio termico con la parete sono sufficienti solitamente pochi rimbalzi per atomo. Fin quando la temperatura della parete di Teflon è compresa tra 20 e 30 kelvin e il passaggio del gas è rapido, si ha una modesta ricombinazione degli atomi di idrogeno.

Il passaggio da 20 a un kelvin è critica, perché il rivestimento di Teflon non è più adatto a impedire la ricombinazione. È perciò necessario, nel successivo stadio di raffreddamento, un altro tipo di superficie, dotata di un minor potenziale di assorbimento, o tendenza a catturare atomi di idrogeno. L'elio, che ricopre le pareti più fredde della cella di stabilizzazione, non è adatto nella fase di transizione. A tali temperature esso non forma una pellicola superficiale a meno che la tensione di vapore dell'elio non sia piuttosto alta. L'alta tensione di vapore è indesiderabile perché gli atomi di elio catalizzano, in questo caso, la rapida ricombinazione dell'idrogeno gassoso.

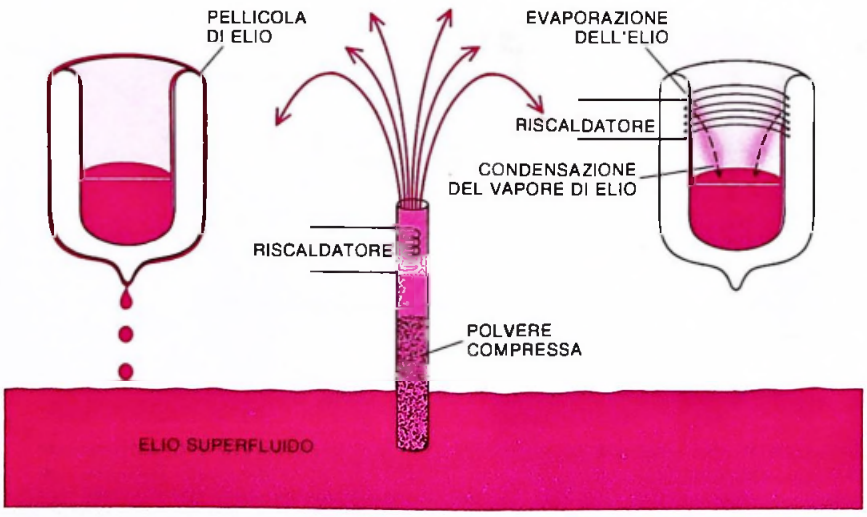
Risulta che la miglior superficie di rivestimento dopo l'elio è l'idrogeno molecolare, che è anche un sostituto accettabile dell'elio nella regione di transizione. Stuart J. B. Crampton e i suoi collaboratori del William College hanno dimostrato che gli atomi di idrogeno non vengono fortemente assorbiti da superfici solide di idrogeno molecolare a temperature superiori a circa quattro kelvin. Nella nostra apparecchiatura si forma automaticamente uno strato solido di idrogeno molecolare quando l'idrogeno atomico si ricombina sulla superficie di un tubo metallico chiamato accomodatore, mantenuto a 4,2 kelvin. Dopo l'introduzione iniziale di idrogeno atomico l'accumulo diminuisce poiché la superficie di idrogeno molecolare impedisce un'ulteriore ricombinazione.

L'accumulo è maggiore nelle regioni mantenute tra 10 e un kelvin e dipende dall'intervallo di tempo in cui all'idrogeno atomico è consentito di restare nella regione. La nostra strategia è consistita, quindi, nel regolare la lunghezza di tale regione in modo che gli atomi subissero con le pareti un numero sufficiente di collisioni da farli raffreddare, ma non da farli ricombinare. L'idrogeno atomico che non si ricombina in questa regione raggiunge alla fine la salvezza nella regione le cui pareti sono rivestite di elio.

È in quest'ultimo stadio del trattamento del gas raffreddato che gli atomi vengono separati da un gradiente di campo magnetico a seconda della direzione del loro spin elettronico. Gli atomi con spin «giù» entrano nella cella di stabilizzazione dell'idrogeno, dove viene misurata la densità finale dell'idrogeno atomico. La cella di stabilizzazione viene mantenuta a una temperatura compresa tra 0,5 e 0,1 kelvin ed è permeata dal campo magnetico ad alto gradiente che intrappola il gas atomico.

Prima di iniettare l'idrogeno, viene introdotto elio gassoso nella cella di stabilizzazione raffreddata, dove esso condensa sulla superficie come elio 4 superfluido. La tensione di vapore dell'elio residuo è trascurabile a temperature così basse e quindi la cella viene efficacemente vuotata. Una volta formatosi, il rivestimento superficiale scorre lungo la superficie e all'esterno della cella verso la regione più calda dell'accomodatore. Qui evapora e il vapore di elio tende a ritornare alla cella a causa della minor pressione delle regioni più fredde. Mentre si raffredda, il vapore condensa nuovamente sulla superficie e ridiventa un superfluido.

La condensazione del vapore di elio crea un serio problema di tecnologia del raffreddamento. Se si lascia condensare l'elio nella cella di stabilizzazione dell'idrogeno, il calore di vaporizzazione acquisito nella regione più calda verrà ceduto alle pareti della cella. L'energia termica può essere talmente grande da impedire il rag-

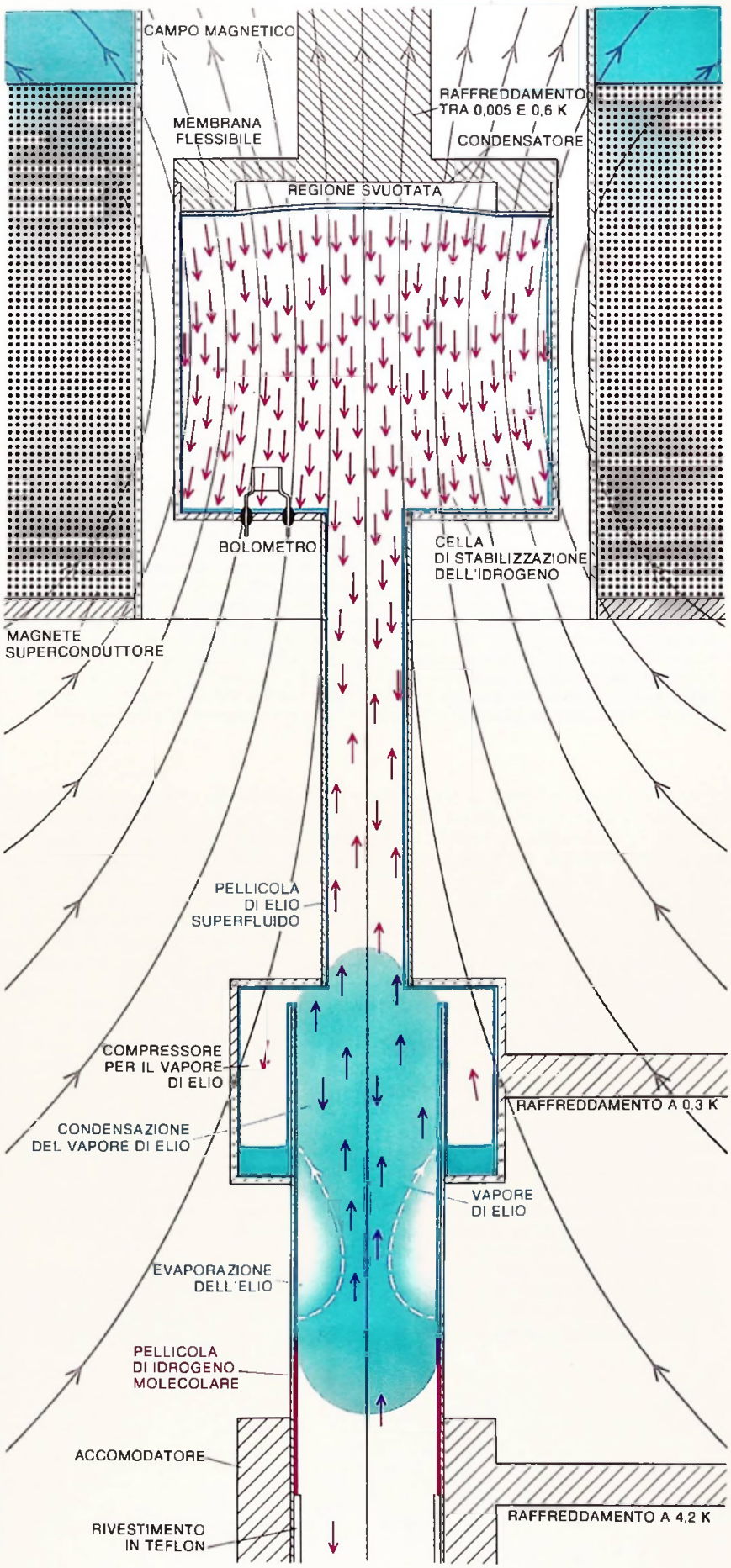


L'elio superfluido partecipa a numerosi strani fenomeni tipici di un liquido quantistico; alcuni di questi, che possono avvenire anche nell'idrogeno atomico gassoso, sono stati impiegati nella preparazione del gas. Se si mette il superfluido in un recipiente aperto, una pellicola risale lungo le pareti, trabocca e discende all'esterno. Essa sarà in grado di attraversare una polvere densamente compressa impermeabile a un fluido normale, per spostarsi attraverso gli stretti pori della polvere a 50 centimetri al secondo verso una sorgente di calore. Se si riscalda l'estremità superiore di un tubo contenente polvere compressa, l'elio superfluido salirà con tale rapidità da formare uno zampillo. Il calore farà anche risalire una pellicola di elio lungo le pareti di un tubo, dove esso evaporerà, ritornando alla regione più fredda appena al di sopra del liquido e condensando. La circolazione del vapore di elio facilita la compressione dell'idrogeno atomico.

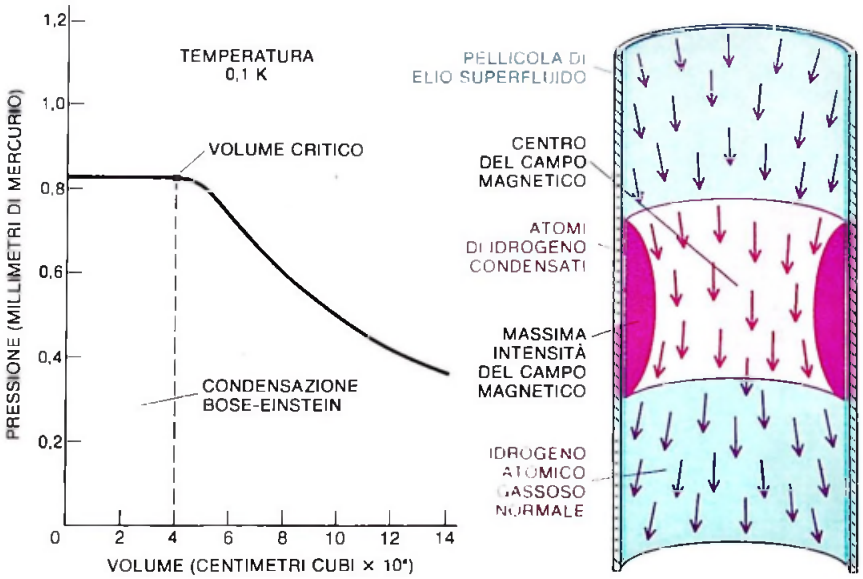
giungimento delle basse temperature necessarie per la stabilizzazione. Abbiamo risolto il problema installando uno stadio di raffreddamento addizionale tra l'accomodatore e la cella di stabilizzazione dell'idrogeno. Il dispositivo fa ricondensare l'elio gassoso di ritorno prima di raggiungere la cella e assorbe in tal modo il calore di condensazione. L'elio gassoso di ritorno aiuta anche a confinare l'idrogeno gassoso nella cella. Gli atomi di idrogeno le cui traiettorie potrebbero consentire loro di sfuggire dalla cella urtano gli atomi di elio, più pesanti e in moto verso l'alto, e vengono rinviati alla cella. In questo modo lo stadio di raffreddamento funziona come un compressore a vapore per l'idrogeno gassoso polarizzato.

Per rivelare l'idrogeno atomico stabilizzato abbiamo messo a punto una tecnica semplice e sorprendentemente sensibile. Quando due atomi di idrogeno si ricombinano, viene liberata una grande quantità di energia termica. Lasciando ricombinare improvvisamente il gas nella cella di stabilizzazione, si può misurare l'aumento di temperatura nella cella. Si può in questo modo determinare la densità dell'idrogeno atomico prima della ricombinazione, conoscendo l'energia di ricombinazione e il volume della cella.

Per indurre la improvvisa ricombinazione ed eseguire la misurazione, abbiamo installato un pezzetto quadrato di carbonio, di circa un millimetro di lato, nella cella di stabilizzazione. Il pezzetto è stato tagliato da un resistore di una radio ed è stato appeso nella cella con sottili fili metallici. Dato che la resistenza elettrica del carbonio cambia con la temperatura, il frammento funziona da bolometro e le variazioni di temperatura possono essere calibrate dalle variazioni di resistenza. Mentre la cella di stabilizzazione viene riempita di idrogeno atomico gassoso, i fili sottili e il frammento di carbonio vengono rivestiti con una pellicola di elio superfluido.



Il nucleo dell'apparecchiatura sperimentale conduce l'idrogeno atomico freddo e non polarizzato verso una cella di stabilizzazione immersa in un intenso campo magnetico. Quando gli atomi di idrogeno si avvicinano al campo, la variazione dell'intensità magnetica respinge gli atomi con spin «su» (*frecce verso l'alto*) e attrae gli atomi con spin «giù» (*frecce verso il basso*). Uno dei principali obiettivi del progetto è di impedire agli atomi di idrogeno di aderire alle pareti dell'apparecchiatura, dove è più probabile che essi si ricombinino. Nella parte più bassa e più calda dell'apparecchiatura, gli atomi vengono raffreddati a circa quattro kelvin rimbalzando sulle pareti coperte da idrogeno molecolare (*in rosso*); mentre nella parte più alta e più fredda le superfici sono rivestite con una pellicola di elio superfluido (*in blu*), che tende ad assorbire l'idrogeno atomico molto meno rispetto all'idrogeno molecolare solido. La densità dell'idrogeno atomico gassoso può essere determinata con precisione con un manometro a capacità, o con un bolometro, uno strumento che registra variazioni di temperatura come variazioni di resistenza elettrica.



Studiando la relazione tra la pressione e il volume di un gas a temperatura costante dovrebbe esssere possibile rivelare la condensazione di Bose-Einstein. Per un gas perfetto senza interazioni atomiche,la pressione varia inversamente al volume, fintanto che il volume è apprezzabilmente maggiore del volume critico per la condensazione. In corrispondenza al volume critico gli atomi cominciano a entrare nello stato fondamentale e non contribuiscono più alla pressione del gas. Quindi la pressione non aumenta mentre il gas viene ulteriormente condensato. Gli atomi di idrogeno del gas hanno un momento magnetico e possono, quindi, essere localizzati nello spazio dal gradiente di un campo magnetico. Gli atomi negli stati energetici più bassi tendono a occupare le regioni del campo magnetico con la massima intensità, in modo tale che gli atomi condensati secondo Bose-Einstein dovrebbero tendere ad accumularsi dove il campo magnetico è più intenso. La regione più intensa del campo generato da un magnete a solenoide è ai lati del piano centrale del magnete. Quindi se l'idrogeno gassoso è confinato in un tubo cilindrico lungo la cavità del magnete, ci si aspetta che gli atomi condensati formino un denso anello nel piano centrale.

Quando si deve misurare la densità del gas, si fa passare una corrente elettrica nel bolometro, facendolo riscaldare. L'elio superfluido evapora dal frammento più velocemente di quanto venga sostituito dal flusso del superfluido lungo i fili e quindi viene esposta all'idrogeno atomico gassoso la superficie di carbonio puro. Entro circa 20 millisecondi gli atomi di idrogeno della cella colpiscono la superficie di carbonio e si ricombinano, provocando nella cella una piccolissima esplosione e un improvviso aumento di temperatura misurabile.

Il bolometro, pur essendo un rivelatore efficace e di poco costo, distrugge il campione di gas. Un manometro a capacità non presenta questo inconveniente. La carica elettrica che può essere mantenuta sulle due armature parallele di un condensatore dipende dalla distanza tra le armature. Se una delle armature di un condensatore è una membrana flessibile, si possono registrare, sotto forma di segnale elettrico, le distorsioni della membrana causate da variazioni di pressione.

Con la combinazione di temperatura e di densità finora ottenute con l'idrogeno atomico, quali sono le prospettive di ottenere la condensazione di Bose-Einstein? Nel tentativo di raggiungere temperature inferiori e densità superiori il primo problema incontrato è che il rivestimento di elio 4 sulle pareti della cella di stabilizzazione dell'idrogeno comincia ad assorbire atomi di idrogeno. La densità ottenibile è perciò limitata dalla crescente velocità di ricombinazione. L'ideale sarebbe trovare una superficie con un potenziale di assorbimento inferiore a quello dell'elio 4. Un rivestimento superficiale adatto è una sottile pellicola dell'isotopo elio 3 che scorre sopra uno strato di elio 4. Tale rivestimento ha un potenziale di assorbimento pari a circa un terzo di quello dell'elio 4. Pur consentendo una pellicola di elio 3 un aumento della densità dell'idrogeno, tale aumento non è sufficiente per permettere la condensazione di Bose-Einstein.

Gli attuali sforzi per ottenere la condensazione di Bose-Einstein si stanno orientando in un'altra direzione. Una dettagliata analisi secondo la teoria dei quanti mostra che l'idrogeno gassoso a spin polarizzato è formato da atomi in due stati. Nello stato *B* sia il vettore di spin dell'elettrone sia quello del protone sono orientati verso il basso. Lo stato *A* non è altrettanto semplice. Nello stato *A* la configurazione degli spin dipende dall'intensità del campo magnetico e per tutte le intensità finite lo stato è una «miscela» di due configurazioni. Pur essendo molto probabile che il vettore di spin elettronico per un atomo nello stato *A* abbia orientazione «giù», esiste una probabilità piccola, ma non nulla, che la sua orientazione sia «su»; il vettore di spin del protone è orientato in direzione opposta a quella del vettore di spin elettronico.

A causa della presenza della miscela di vettori di spin, per gli atomi dello stato *A* esiste una certa probabilità di ricombinazione anche tra atomi che hanno subito la polarizzazione degli spin. Tuttavia, se si riesce a separare atomi nello stato *B* da quelli nello stato *A*, non avverrà alcuna ricombinazione tra gli atomi nello stato *B*. Richard W. Cline, Thomas J. Greytak e Daniel Kleppner del Massachusetts Institute of Technology sono recentemente riusciti a preparare un campione estremamente puro di idrogeno a spin polarizzato nello stato *B*. Con un gas composto da tali atomi dovrebbe essere possibile mantenere una concentrazione molto maggiore di idrogeno atomico su una superficie prima che la velocità con cui avviene la ricombinazione diventi inaccettabile. Sarebbe quindi possibile comprimere il gas alle densità richieste per la condensazione di Bose-Einstein. Se ciò si potrà fare, la comunità scientifica si troverà di fronte a uno stato della materia che può presentare nuove ed esotiche proprietà quantistiche.

(Da «Le Scienze» n.163, marzo 1982.)

ISAAC SILVERA *si è laureato in fisica nel 1965 presso l'Università della California a Berkeley. Dopo un anno di specializzazione all'Università di Grenoble, ha lavorato in California al Rockwell International Science Center fino a quando, nel 1971, gli è stata affidata la docenza di fisica sperimentale all'Università di Amsterdam. Le sue ricerche riguardano in particolare i sistemi quantomeccanici a basse temperature e ad alta pressione.*

JOOK WALRAVEN *ha cominciato a occuparsi dello studio dell'idrogeno atomico allo stato condensato nel 1972, ancora prima di diplomarsi, e ha proseguito presso un ente di ricerca di Utrecht. Dal 1979 lavora come fisico sperimentale all'Università di Amsterdam.*

Gli effetti dello spin nei gas

di Franck Laloë
e Jack H. Freed

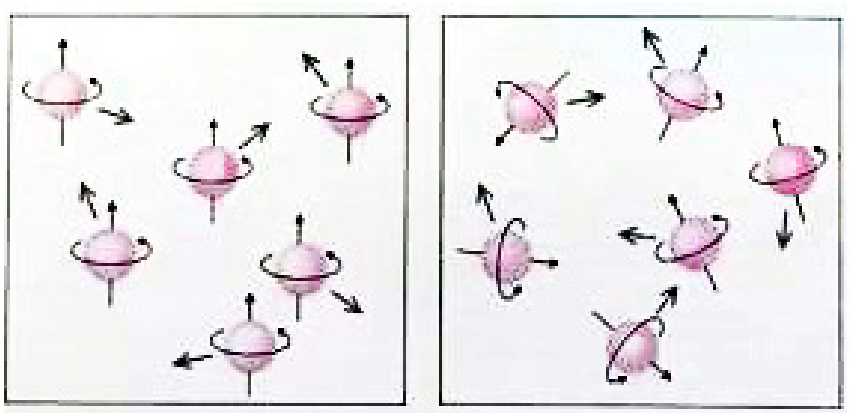
I nuclei degli atomi di un gas hanno uno spin che ne altera proprietà macroscopiche come la viscosità e la conduttività termica

I gas rarefatti, nei quali gli atomi sono separati da grandi distanze, costituiscono da lungo tempo un divertente campo di giochi per i fisici. Molto di questo divertimento deriva dalla semplicità del mezzo: dato che gli atomi collidono soltanto occasionalmente, si può giungere facilmente a una comprensione teorica delle proprietà macroscopiche dei gas. Dobbiamo infatti una significativa parte delle conoscenze attuali ai contributi apportati alla fine del XIX secolo da James Clerk Maxwell e Ludwig Boltzmann. Al contrario, molte proprietà di liquidi e solidi - che sono formati da un gran numero di particelle che interagiscono simultaneamente a piccole distanze - sono rimaste avvolte dal mistero fino allo sviluppo della teoria dei quanti, avutosi all'inizio del XX secolo, e le spiegazioni di alcune di esse sfuggono tuttora ai fisici teorici.

Si poteva pensare che il piacere del gioco fosse ormai esaurito, data l'estrema semplicità dei gas rarefatti, ma recenti studi di un gran numero di ricercatori, tra i quali anche noi, mostrano che non è così; i gas rarefatti continuano a presentare una ricca varietà di fenomeni, nonché paradossali sorprese. In particolare, le proprietà macroscopiche di un gas composto da atomi singoli di idrogeno o di elio possono, in condizioni particolari, essere nettamente modificate da effetti quantomeccanici.

Secondo la teoria quantistica, il nucleo di un atomo si comporta in modo simile a una trottola che ruota, dotata di momento angolare attorno al proprio asse di rotazione; in altri termini, il nucleo possiede uno spin o, per meglio dire, un momento angolare di spin. Se gli atomi di un gas hanno gli spin polarizzati, in modo tale che tutti i nuclei abbiano i propri spin orientati nella stessa direzione, la viscosità del gas può risultare enormemente modificata e la stessa cosa accade per quanto concerne la conduttività termica. Tra i nuclei possono anche nascere correlazioni quantomeccaniche chiamate onde di spin, che sono state finora osservate soltanto in certi liquidi e in solidi quali i magneti. Le variazioni sono di entità sufficiente da poter dire che gli effetti quantomeccanici fanno assumere al gas proprietà completamente nuove.

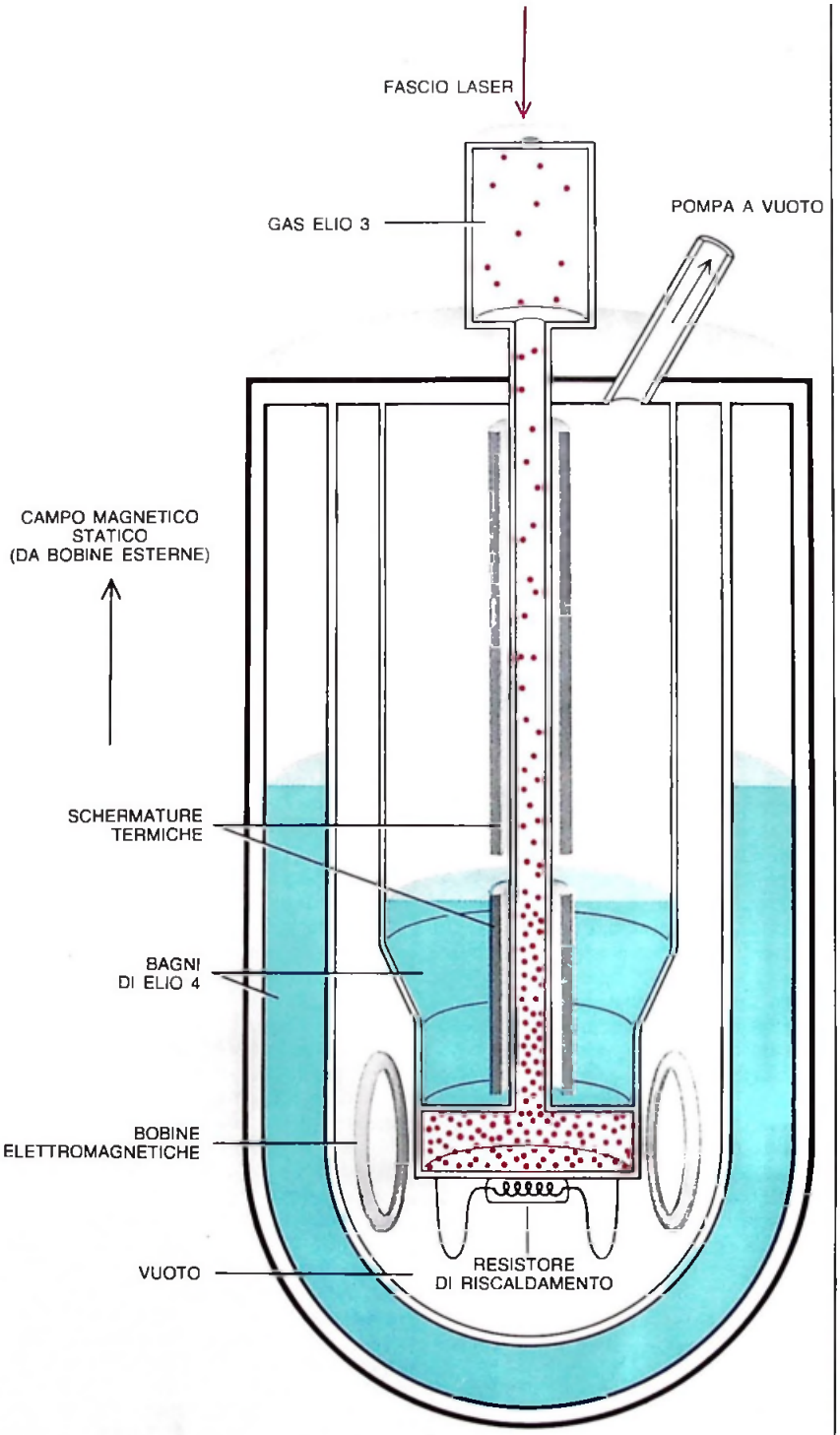
In un certo senso è sorprendente pensare che la polarizzazione degli spin nucleari possa avere effetti sulle proprietà macroscopiche del gas, essendo gli spin nucleari legati assai debolmente al mondo esterno. Tuttavia le osservazioni sono in completo accordo con la teoria. Inoltre, poiché i gas con spin polarizzati sono ancora sistemi relativamente semplici, essi possono essere descritti in termini di calcoli precisi eseguiti a partire dai principi fondamentali, cosa che non è ancora possibile fare nel caso dei liquidi e dei solidi.



Si dice che gli atomi di un gas hanno spin polarizzati quando i nuclei atomici hanno i loro spin, o momenti angolari di spin, allineati nella stessa direzione: «in su» (*a sinistra*). Se il gas non è polarizzato, gli spin sono orientati in tutte le direzioni (*a destra*).

Le nostre ricerche consideravano due tipi di gas: l'idrogeno atomico e l'elio 3 (^{3}He). L'idrogeno atomico è ovviamente formato da un singolo elettrone legato a un nucleo costituito da un solo protone. La molecola di idrogeno in natura è generalmente biatomica, composta da due atomi di idrogeno legati assieme (H_2). Ricerche eseguite negli ultimi anni hanno condotto alla scoperta che è possibile impedire agli atomi di idrogeno di legarsi; si sono potuti così preparare campioni di idrogeno atomico gassoso, sfruttando gli effetti della polarizzazione degli spin (si veda in proposito l'articolo *La stabilizzazione dell'idrogeno atomico* di Isaac F. Silvera e Jook Walraven). Tali campioni rappresentano una ulteriore notevole entrata in scena degli effetti quantomeccanici a livello macroscopico. Come si facciano sentire esattamente tali effetti apparirà chiaro quando tratteremo gli effetti dello spin in generale.

L'altro gas con cui abbiamo lavorato, l'elio 3, ha un nucleo formato da due protoni e da un neutrone, al quale sono legati due elettroni. Gli atomi di elio sono inerti e quindi non si formano mai molecole biatomiche di elio 3. A temperature sufficientemente basse - circa 3,2 kelvin a pressione atmosferica -



Gli effetti della polarizzazione degli spin sulla conduzione del calore nei gas sono stati misurati all'École Normale Supérieure di Parigi da un gruppo di ricercatori, di cui faceva parte anche uno degli autori (Laloë). A un gas di atomi di elio 3 viene fatta assumere polarizzazione di spin per mezzo di un fascio di luce laser polarizzata circolarmente, che «inietta» momento angolare nel campione. Gli atomi con spin polarizzato scendono lungo un tubo della lunghezza di un metro fino a una camera che è mantenuta a una temperatura di pochi kelvin. Alla superficie inferiore della camera è fissato un resistore, in cui il passaggio di una corrente elettrica di intensità nota produce un flusso termico di entità nota attraverso il gas. Quando gli spin degli atomi nel gas vengono polarizzati, la differenza di temperatura tra le superfici superiore e inferiore della camera è minore rispetto a quando il gas non è polarizzato; l'elio 3 con spin polarizzati ha infatti una conduttività termica più elevata. Le bobine elettromagnetiche ai due lati della camera sono usate per produrre un rapido impulso di campo magnetico oscillante, che depolarizza il gas così da eseguire misure di confronto.

l'elio 3 atomico liquefa. Invece, l'idrogeno atomico (unico tra tutte le sostanze) si prevede rimanga allo stato gassoso anche allo zero assoluto (zero kelvin).

Secondo la teoria dei quanti, vi sono importanti differenze di comportamento tra l'idrogeno atomico e l'elio 3. L'idrogeno atomico dovrebbe appartenere a una classe di particelle dette bosoni, mentre si ritiene che l'elio 3 appartenga a una seconda classe di particelle, i fermioni. La differenza tra bosoni e fermioni è notevole. In certe condizioni, che descriveremo meglio in seguito, i bosoni tendono ad avvicinarsi facilmente, mentre i fermioni tendono a evitarsi l'un l'altro. Tale comportamento è alla base dei sorprendenti effetti osservati nei gas con spin polarizzati.

Che una particella sia un bosone o un fermione dipende dal suo spin. Abbiamo già detto che i nuclei degli atomi sono dotati di spin. Lo spin è una proprietà intrinseca di ogni particella; poiché ogni atomo è un'entità composta formata da un nucleo e da uno o più elettroni, esso avrà in generale uno spin composto.

Lo spin di una particella è alquanto simile allo spin di una palla, sebbene esistano importanti differenze. L'orientazione dello spin di una palla viene determinata con la regola della mano destra, secondo la quale, se le dita avvolgono la palla seguendone il senso di rotazione, il pollice esteso indica l'orientazione dello spin. Una particella quantistica possiede uno spin, ma non si può considerarla come realmente in rotazione nello spazio. Inoltre, diversamente dallo spin di una palla, che può assumere qualsiasi momento angolare, lo spin di un atomo o di una particella subatomica è quantizzato: il modulo dello spin può assumere solo valori che siano multipli interi o semiinteri dell'unità fondamentale di momento angolare, la costante di Planck. Per esempio, il protone, il neutrone e l'elettrone hanno spin 1/2. Il fotone, o quanto di radiazione elettromagnetica, ha spin 1. Una particella con valori di spin semiinteri, quali 1/2, 3/2, 5/2 e così via, è chiamata fermione, dal nome del fisico italiano Enrico Fermi. Una particella con valori di spin interi, quali 0, 1, 2, 3 e così via, è chiamata bosone, dal nome del fisico indiano Satyendranath N. Bose.

Per determinare lo spin di un'entità composta, quale è un nucleo o un atomo, si deve eseguire la somma vettoriale degli spin dei suoi componenti. (Un vettore viene definito da un modulo, una direzione e un verso.) Poiché il nucleo di un atomo di idrogeno è formato da un solo protone, il suo spin è semplicemente 1/2. Lo spin risultante del nucleo di elio 3, che è formato da tre oggetti con spin 1/2, vale anch'esso 1/2. Lo spin dell'atomo di idrogeno nel suo complesso assume un valore intero (0 o 1), perché lo spin del nucleo dell'atomo (1/2) e quello dell'elettrone (1/2) si «sommano» vettorialmente, e l'atomo di idrogeno dovrebbe secondo le previsioni comportarsi come un bosone composto. Invece

l'atomo di elio 3 contiene due elettroni con spin 1/2 e quindi lo spin totale dell'atomo assumerà sempre un valore semiintero (1/2 o 3/2). Possiamo prevedere che l'elio 3 si comporti come un fermione composto.

Una delle proprietà più affascinanti dei bosoni e dei fermioni è che essi possono scostarsi da alcune previsioni della fisica classica. Un punto debole fondamentale della fisica classica prende origine dall'ipotesi scorretta che le singole particelle siano sempre distinguibili una dall'altra. Invece, secondo la meccanica quantistica, particelle identiche con identici spin sono di fatto indistinguibili: non si può eseguire alcuna misurazione per determinare di quale particella si tratti. Le particelle indistinguibili danno vita a importanti effetti non classici quando entrano in collisione. La natura di tali effetti dipende dal fatto che le particelle siano fermioni o bosoni.

Il comportamento dei fermioni è determinato da una regola quantomeccanica, il principio di esclusione di Pauli, dal nome del fisico austriaco Wolfgang Pauli. Tale principio impone che se un fermione occupa un certo stato tutti gli altri fermioni identici sono esclusi da quello stato. Lo stato di una particella specifica in maniera completa le sue caratteristiche, quali l'energia, la posizione o la quantità di moto e lo spin. Un'importante conseguenza del principio di esclusione è, per esempio, che, se due elettroni hanno stati identici di spin, essi non possono trovarsi nello stesso punto dello spazio. In tali condizioni, come abbiamo anticipato sopra, i due elettroni tendono a evitarsi reciprocamente. (La repulsione elettrostatica, che tende anch'essa a mantenere lontani due elettroni è un fenomeno diverso, ma importante.) È il principio di esclusione che si esercita sugli elettroni atomici a dare origine alle proprietà di tutti gli elementi, ciascuno con la propria distinta e stabile configurazione elettronica.

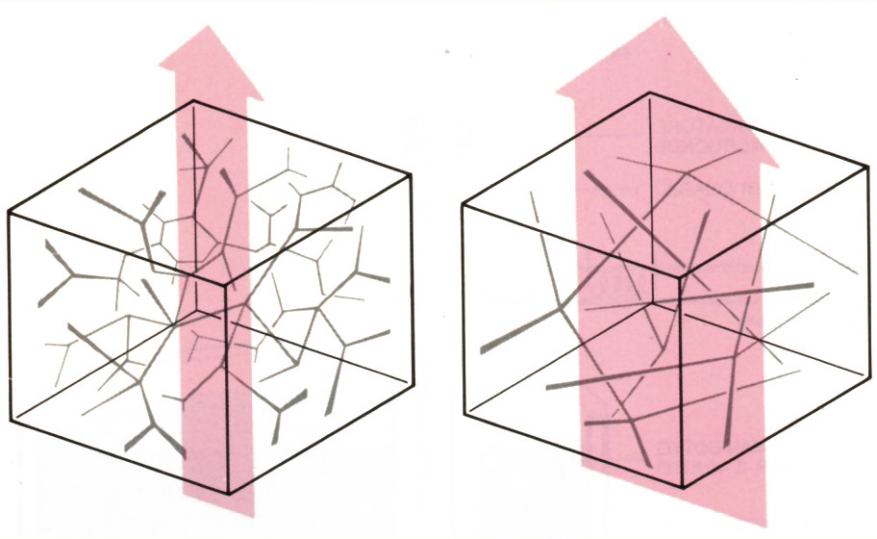
Chiariamo ora cosa intendiamo per indistinguibilità in una collisione tra due fermioni. In linea di principio è possibile osservare le rispettive traiettorie di due fermioni quando si avvicinano uno all'altro. La collisione modifica la loro direzione di moto e si possono quindi osservare le loro traiettorie quando i due fermioni si allontanano uno dall'altro. Se entrambi i fermioni si trovano nello stesso stato di spin, non si può distinguere di quale fermione si tratti. Se invece essi si trovano in stati di spin differenti, è possibile distinguerli (almeno in linea di principio) misurando l'orientazione dei loro spin. Ciò consentirebbe la determinazione della traiettoria completa di ogni fermione, cioè si potrebbe sapere di quale fermione si tratta. (La stessa affermazione vale per una collisione tra due bosoni.) La tendenza di due fermioni indistinguibili a evitarsi l'un l'altro influenza il modo in cui essi interagiscono durante una collisione.

I bosoni non seguono invece il principio di esclusione di Pauli e non esiste alcun limite al numero di bosoni che possono occupare lo stesso stato quantico. Se due bosoni semplici, per esempio due fotoni, hanno spin identici - e sono pertanto indistinguibili - essi tendono ad avvicinarsi l'uno all'altro più rapidamente di quanto farebbero due particelle distinguibili. Bosoni composti, quali gli atomi di idrogeno con spin elettronici identici, mostreranno un effetto del genere quando hanno gli stessi spin nucleari.

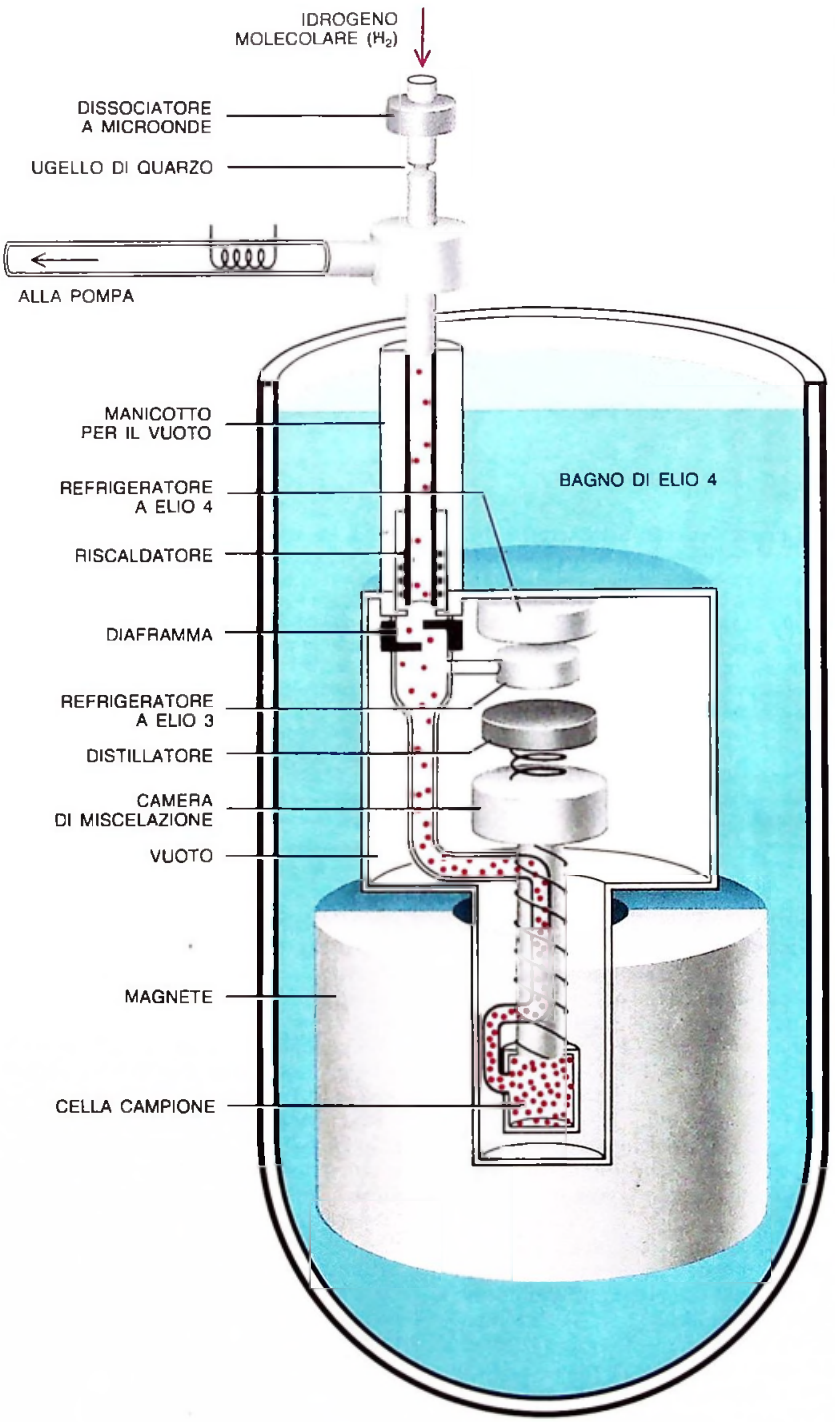
Il principio di esclusione può essere utilizzato per impedire ad atomi singoli di idrogeno di combinarsi per formare idrogeno molecolare (H_2) quando collidono. In realtà, pur essendo l'atomo di idrogeno un bosone composto, il protone e l'elettrone che lo costituiscono sono fermioni e seguono pertanto il principio di esclusione. Nell'idrogeno non polarizzato gli spin elettronici degli atomi presentano normalmente orientazioni casuali. (Se viene applicato un campo magnetico esterno, gli spin possono essere orientati in due soli sensi: «su» e «giù».) Due elettroni con lo stesso stato di spin sono indistinguibili e tenderanno a evitarsi a vicenda. Se ogni elettrone fa parte di un atomo di idrogeno, ciò dovrebbe impedire la formazione di un legame chimico tra gli atomi. Però, se gli spin degli elettroni hanno orientazioni differenti, essi sono distinguibili e nessun principio quantistico può impedire loro di trovarsi allo stesso istante nel medesimo luogo. Se ciascun elettrone appartiene a un atomo di idrogeno, risulta energeticamente più vantaggioso che i due atomi si leghino assieme piuttosto che rimangano separati. Si forma in tal modo idrogeno molecolare.

Supponiamo ora che il campione di idrogeno sia polarizzato, in modo che gli spin di tutti gli elettroni abbiano la medesima orientazione. In questo caso tutti gli elettroni sono indistinguibili e tendono a evitarsi a vicenda. Ne consegue che gli atomi di idrogeno non si avvicineranno per legarsi in coppie durante una collisione, ma, al contrario, si separeranno. In tali condizioni l'idrogeno atomico è stabile e non si ha formazione di idrogeno molecolare. Negli ultimi anni, un certo numero di laboratori di tutto il mondo ha prodotto idrogeno atomico gassoso stabilizzato mediante la polarizzazione degli spin degli elettroni.

Nelle nostre ricerche abbiamo fissato l'attenzione su ciò che accade quando vengono polarizzati gli spin nucleari dell'idrogeno atomico e dell'elio 3. (Gli atomi di idrogeno sono «doppiamente polarizzati», in quanto sono polarizzati sia l'elettrone, sia il nucleo. Nello stato fondamentale dell'elio 3 non è necessario preoccuparsi di polarizzare gli elettroni, in quanto ogni coppia di elettroni in un atomo ha stati di spin opposti, dando come risultato uno spin elettronico totale nullo.) Gli effetti della polarizzazione degli spin nucleari sono notevoli, in particolare alla luce del fatto che la piccolissima «trottola magnetica» asso-



L'aumento di conduttività termica dell'elio 3 con spin polarizzati è spiegato dalla meccanica quantistica. Nell'elio 3 non polarizzato gli atomi collidono frequentemente e il cammino libero medio, la distanza media percorsa da un atomo tra due collisioni successive, è breve (*a sinistra*). La conduzione di calore è assai scarsa (*freccia in colore*). L'aumentata conduttività dell'elio 3 con spin polarizzati deriva dal fatto che i suoi atomi appartengono alla classe dei fermioni; secondo la meccanica quantistica, se un fermione occupa un certo stato, da esso sono esclusi altri fermioni identici. (Lo stato di una particella è una completa descrizione delle caratteristiche della particella, quali energia, posizione o quantità di moto e spin.) Se due atomi di elio 3 hanno spin identici, non possono trovarsi nello stesso punto dello spazio: i due atomi tendono a evitarsi a vicenda. In un gas di elio 3 polarizzato, perciò, gli atomi si ignorano reciprocamente e il cammino libero medio tende all'infinito (*a destra*). Maggiore è il cammino libero medio, migliore è l'efficienza con cui gli atomi «caldi», o veloci, possono trasportare calore da una parte calda a una più fredda del gas: la conduzione così aumenta.



Le onde di spin sono state osservate alla Cornell University da un gruppo di ricercatori, fra cui uno degli autori (Freed). Un'onda di spin in un gas polarizzato è un modo di oscillazione collettivo degli spin nucleari, tale che gli spin precedono, o ruotano, attorno alla direzione media di polarizzazione con una frequenza che dipende dall'entità della polarizzazione. Per studiare tali onde, molecole di idrogeno (H_2) sono dapprima dissociate in atomi bombardandole con radiazione a microonde. Dopo il raffreddamento gli atomi subiscono polarizzazione di spin e sono inviati a una camera immersa in un intenso campo magnetico. Le onde di spin vengono indotte con una tecnica a impulsi di risonanza magnetica nucleare, in cui un breve impulso di onde radio inclina gli spin nucleari di un piccolo angolo rispetto alla orientazione iniziale; essi precedono quindi attorno al campo magnetico statico con una frequenza proporzionale all'intensità del campo. Gli spin in rotazione creano una magnetizzazione rotante trasversale, o perpendicolare, alla direzione di polarizzazione principale. La magnetizzazione induce una tensione che è amplificata, rilevata e analizzata nel suo spettro di frequenza.

ciata a ogni spin nucleare è quasi indifferente all'ambiente circostante l'atomo. Il motivo per il quale lo spin nucleare è isolato dal mondo esterno sta nel fatto che la forza magnetica associata a esso è circa 1000 volte più debole della forza magnetica associata allo spin di ogni elettrone atomico. Naturalmente, gli effetti della polarizzazione dello spin nucleare non derivano dalle forze magnetiche associate agli spin nucleari. Invece le drastiche variazioni delle proprietà macroscopiche sono immediate conseguenze della descrizione quantomeccanica di particelle identiche.

Un aspetto importante di tutte le nostre ricerche è che esse sono state eseguite a temperature bassissime, non superiori a pochi gradi al di sopra dello zero assoluto. Le basse temperature sono necessarie a causa del dualismo onda-particella della materia e della radiazione. A ogni particella è associata una certa lunghezza d'onda, chiamata lunghezza d'onda di de Broglie, che è inversamente proporzionale alla quantità di moto della particella. Minore è la temperatura, maggiore diventa la lunghezza d'onda di de Broglie, dato che la particella si muove più lentamente e ha perciò una minore quantità di moto. A causa del principio di esclusione di Pauli, due fermioni nello stesso stato di spin non possono mai avvicinarsi uno all'altro a una distanza inferiore alla lunghezza d'onda di de Broglie. Perché gli effetti quantistici dell'indistinguibilità diventino importanti in una collisione tra due fermioni, la lunghezza d'onda di de Broglie deve essere maggiore del raggio d'azione entro il quale sono ancora apprezzabili le forze fra gli atomi. La temperatura deve pertanto essere diminuita fino a rendere massima la lunghezza d'onda di de Broglie.

L'effetto che la polarizzazione degli spin ha sulla conduzione del calore è relativamente facile da comprendere. Supponiamo che gli spin nucleari di un gas di atomi di elio 3 siano polarizzati e che il campione sia mantenuto a temperatura estremamente bassa, per esempio a 1 kelvin. Se si mantiene in tali condizioni l'elio 3 non polarizzato, gli atomi nello stesso stato di spin si ignoreranno reciprocamente (essendo l'atomo di elio 3 un fermione composto), mentre gli atomi in stati di spin differenti entreranno in collisione e interagiranno a vicenda. Invece, nell'elio 3 totalmente polarizzato tutti gli atomi si ignoreranno reciprocamente quasi del tutto e le collisioni saranno di gran lunga meno frequenti. È come se una polarizzazione nucleare totale «bloccasse» qualsiasi interazione tra gli atomi.

Il blocco delle interazioni atomiche porta a significative variazioni di un'importante grandezza fisica, il cammino libero medio, ovvero la distanza media percorsa da un atomo tra due successive collisioni in un gas. In un gas perfetto gli atomi non dovrebbero avere alcuna interazione reciproca, quindi il loro cammino libero medio dovrebbe essere infi-

nito. Gli atomi, semplicemente ignorandosi a vicenda, dovrebbero percorrere traiettorie rettilinee direttamente da una parete all'altra del recipiente. Gli atomi dei gas reali entrano in collisione l'uno con l'altro e il loro comportamento coincide con quello dei gas perfetti soltanto al limite dell'estrema rarefazione. Tuttavia un comportamento da gas perfetto è esattamente ciò che ci si aspetta per un campione gassoso di elio 3 completamente polarizzato a temperature estremamente basse. In tali condizioni l'elio 3 si comporta come un gas perfetto «artificiale» e la lunghezza del suo cammino libero medio risulta virtualmente infinita. Effetti del genere furono previsti nel 1977 da due fisici sovietici, E. P. Bashkin e A. Meyerovich dell'Istituto S. I. Vavilov per i problemi fisici, per soluzioni diluite di elio 3 liquido in elio 4 superfluido (ossia in grado di scorrere senza alcuna resistenza), un sistema fisico che può essere per certi aspetti molto simile a un gas. (Il nucleo di elio 4, che è in natura più abbondante del nucleo di elio 3, è formato da due protoni e due neutroni.)

Tra le proprietà fisiche che dipendono dal cammino libero medio vi è la capacità da parte di un qualsiasi gas di condurre calore. Se due pareti di un recipiente pieno di gas sono mantenute a temperature differenti, il flusso di calore attraverso il sistema è proporzionale al cammino libero medio: maggiore è quest'ultimo, più elevata è l'efficienza con la quale gli atomi «caldi», o veloci, trasportano la loro energia dalla parete calda a quella fredda. Ne consegue che un gas polarizzato di elio 3 a bassa temperatura dovrebbe avere una conduttività termica molto più elevata (tendente all'infinito con il tendere all'infinito del cammino libero medio) della sua controparte non polarizzata. Anche la viscosità del gas dovrebbe aumentare per motivi simili, per quanto l'effetto non sia altrettanto intuitivo.

Gli effetti dovuti alla polarizzazione degli spin dei nuclei di idrogeno dovrebbero invece essere esattamente opposti. Il motivo è che gli atomi di idrogeno sono bosoni (si ricordi che si tratta in realtà di bosoni composti, formati da due fermioni), e che quindi, come particelle identiche, tendono ad avvicinarsi reciprocamente con maggiore facilità. La polarizzazione degli spin dei nuclei dovrebbe rendere minore il cammino libero medio e far diminuire sia la viscosità, sia la conduttività termica. Tuttavia, anche in un campione non polarizzato, i bosoni sono comunque ampiamente liberi di interagire l'uno con l'altro e quindi gli effetti della polarizzazione dovrebbero essere meno pronunciati che nei fermioni e meno interessanti da indagare per via sperimentale.

L'effetto della polarizzazione degli spin sulla conduzione termica in elio 3 gassoso è stato osservato e misurato da un gruppo di ricercatori tra i quali Pierre-Jean Nacher, Geneviève Tastevin, Michèle Leduc, Stuart B. Crampton, David S. Betts, James M. Daniels e uno di noi (Laloë) all'École Normale Supérieure di Parigi. È necessario in primo luogo polarizzare i nuclei di elio. A questo scopo è stata impiegata una tecnica chiamata pompaggio ottico laser. Il pompaggio ottico è un metodo generale inventato nel 1950 da Alfred Kastler, allora alla École Normale, nel quale si usa un fascio di luce polarizzata circolarmente (luce nella quale il campo elettrico associato ruota attorno alla direzione di propagazione) per «iniettare» momento angolare in un gas di atomi e polarizzare i loro spin. In questo modo si possono polarizzare molti atomi, ma l'elio presentava particolari difficoltà, che vennero superate nel 1963 alla Texas Instruments, Inc., da Forrest D. Colegrove, Laird D. Schearer e G. King Walters con un metodo che venne ulteriormente perfezionato da Leduc e collaboratori dell'École Normale.

Il secondo problema è quello di ottenere la polarizzazione dei nuclei in un gas freddo a temperature di pochi kelvin, alle quali gli effetti quantistici sono significativi. All'École Normale lo si è risolto impiegando uno speciale recipiente chiamato cella doppia. Il recipiente comprende due camere: una a temperatura ambiente, nella quale i nuclei di elio vengono polarizzati per pompaggio ottico, e l'altra, nella quale si eseguono le misurazioni, tenuta a bassa temperatura. Le due parti sono collegate da un tubo lungo circa un metro nel quale gli atomi diffondono per effetto del loro moto termico casuale. La diffusione trasporta la polarizzazione dalla cella a temperatura ambiente alla cella fredda di misurazione. Per rendere minime l'adesione e l'interazione degli atomi con la cella fredda, le pareti sono rivestite di idrogeno molecolare solido.

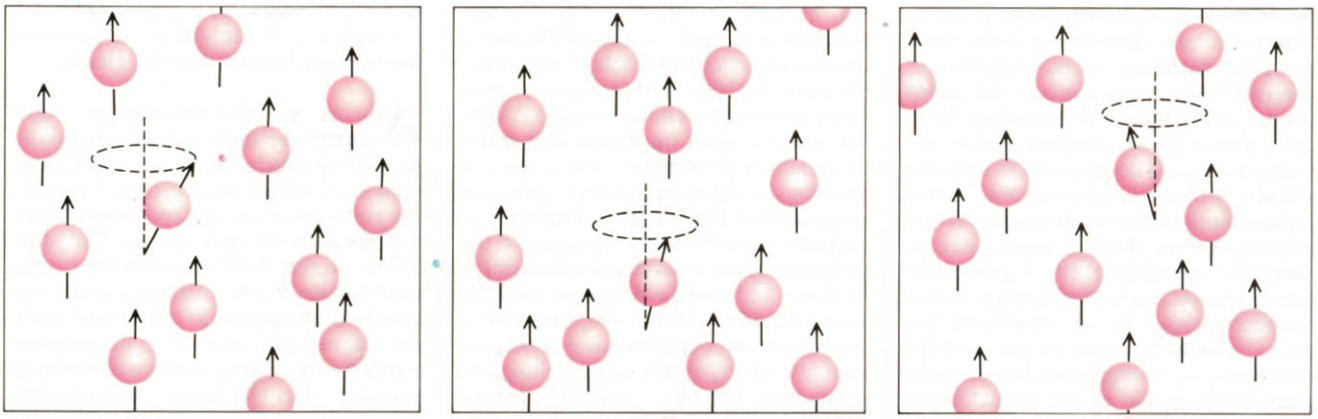
La cella di misurazione ha la forma di un cilindro alto circa un centimetro e del diametro di alcuni centimetri. La superficie piana superiore è a contatto con un bagno di elio 4, che agisce come refrigerante. La temperatura del bagno può essere regolata tra uno e quattro kelvin. La superficie piana inferiore è saldata a un resistore ed è a contatto con il vuoto. Una corrente elettrica di intensità nota, attraversando il resistore, fa passare nel gas un flusso termico noto; una semplice misurazione della differenza di temperatura tra le due facce piane fornisce il valore del coefficiente di conduzione termica del gas.

L'esperimento consiste nel registrare la differenza di temperatura quando la cella è riempita con un campione di elio 3 gassoso con spin polarizzati e nell'applicare poi un breve impulso di campo magnetico oscillante per distruggere immediatamente la polarizzazione. Una variazione della polarizzazione dei nuclei innesca in effetti una variazione di temperatura macroscopica; la differenza di temperatura tra la parte superiore e quella inferiore della cella risulta minore quando il gas è polarizzato. La variazione osservata coincide con quella prevista e vengono così confermate le peculiari implicazioni della teoria dei quanti.

Abbiamo già ricordato che gli effetti quantistici della polarizzazione degli spin dei nuclei di un gas non si limitano alla conduzione di calore. In realtà, era stato osservato in precedenza un altro fenomeno: le onde di spin. Tali onde hanno origine dall'interazione costruttiva di particelle dotate di spin e sono forse conosciute soprattutto per il loro ruolo nei magneti permanenti. In un magnete permanente un gran numero di elettroni presenta spin che hanno la medesima orientazione. Dal momento che ogni elettrone si comporta come un piccolissimo magnete, l'effetto cumulativo è di produrre la magnetizzazione permanente. Supponiamo ora di poter orientare (se necessario, con l'aiuto di un campo magnetico esterno) gli spin di tutti gli elettroni allo stesso modo, per esempio in su, tranne uno, che abbia spin in giù. Questo singolo spin in giù, che si può interpretare come uno «stato eccitato a spin in giù», si può propagare rapidamente nel magnete: interagendo con gli spin degli elettroni circostanti, lo stato eccitato a spin in giù si propaga «a saltelli» attraverso il magnete. Tale delocalizzazione è un semplice esempio di onda di spin.

L'origine delle onde di spin in un gas è alquanto differente poiché gli atomi non sono fissi, ma si muovono costantemente in tutte le direzioni. Inoltre, le onde di spin che sono state osservate riguardano gli spin di nuclei atomici, che sono schermati molto bene da influenze esterne. Come possono le occasionali collisioni casuali in un gas portare a correlazioni tra gli spin di molti atomi in modo da rendere possibili onde di spin?

La risposta viene ancora una volta dal comportamento quantistico di particelle identiche. Come abbiamo detto, il risultato di una collisione tra due atomi identici dipende dall'orientazione degli spin dei loro nuclei, anche se le forze di interazione tra i due atomi non hanno nulla a che vedere con gli spin nucleari. Per esempio, supponiamo di introdurre in un insieme di atomi identici con lo spin in su un atomo sonda che abbia uno spin nucleare di poco inclinato rispetto a tutti gli altri spin nucleari. (Tale spin può essere espresso come la somma vettoriale di uno stato a spin in su e di una piccola quantità a spin in giù.) Quando l'atomo sonda entra in collisione con uno qualsiasi degli atomi, l'entità dell'inclinazione in giù resterà praticamente immutata, ma lo spin dell'atomo sonda ruoterà un poco attorno all'asse verticale. (È una conseguenza del fatto che la parte con spin in su dell'atomo sonda è indistinguibile in una collisione con un atomo a spin in su, mentre la parte con spin in giù subisce una collisione distinguibile.) L'effetto sullo spin dell'atomo sonda di successive collisioni sarà quasi uguale poiché esse avvengono sempre con atomi a spin in su, e quindi le collisioni ca-



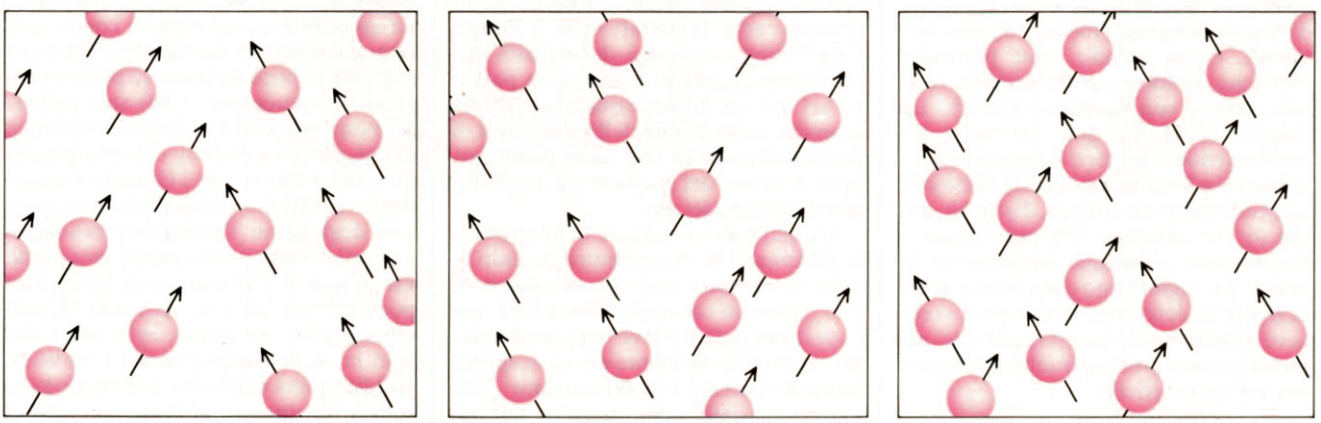
Ecco come la meccanica quantistica spiega le onde di spin. Supponiamo che in un insieme di atomi con spin in su venga introdotto un atomo sonda con spin nucleare lievemente inclinato (*a sinistra*). Quando esso collide con uno degli altri atomi, l'entità dell'inclinazione rimarrà virtualmente inalterata, mentre il suo spin ruoterà lievemente attorno all'asse verticale (*al centro*). L'effetto di collisioni successive sullo spin dell'atomo sonda sarà quasi identico e quindi le collisioni casuali tra gli atomi finiranno col provocare una rotazione cumulativa dello spin sonda attorno all'asse verticale (*a destra*).

suali tra atomi produrranno una rotazione totale cumulativa dello spin dell'atomo sonda attorno all'asse verticale.

Supponiamo ora che gli spin dei nuclei in una regione di un campione siano inclinati in modo diverso da quelli di un'altra regione. L'effetto macroscopico dell'inclinazione degli spin in una regione del campione è in primo luogo quello di creare una certa magnetizzazione in una direzione trasversale o perpendicolare alla direzione di polarizzazione principale. Tale magnetizzazione trasversale viene quindi trasmessa coerentemente attraverso il campione dall'effetto cumulativo di successive collisioni fra gli atomi. Gli spin tendono a ruotare attorno alla direzione media della polarizzazione con una frequenza che dipende dall'entità della polarizzazione stessa. Tale modo collettivo di oscillazione nel gas è l'onda di spin. Quanto più gli effetti quantistici sono pronunciati, tanto più rapida è l'oscillazione.

Un aspetto interessante delle onde di spin nei gas è che gli stessi moti termici che generano le onde di spin in collisioni casuali sono anche responsabili della distruzione delle onde. Per esempio, in un campione gassoso contenente onde di spin vi saranno molte regioni con magnetizzazioni trasversali differenti. I moti termici degli atomi finiscono con il trasferire gli atomi, mediante un processo di diffusione, da una regione nella quale la magnetizzazione trasversale è orientata in una direzione a una regione nella quale la magnetizzazione è orientata in un'altra direzione. Nel tempo il mescolamento delle regioni distribuirà a caso la magnetizzazione trasversale totale e quindi non vi sarà nel campione alcuna direzione di magnetizzazione privilegiata. L'efficacia con la quale le onde di spin sono trasmesse in un gas in funzione della distribuzione casuale della magnetizzazione trasversale causata dai moti termici è proporzionale alla lunghezza d'onda di de Broglie degli atomi e inversamente proporzionale al raggio d'azione entro il quale gli atomi interagiscono (moltiplicato per l'intensità e la direzione della polarizzazione degli spin nucleari).

L'osservazione delle onde di spin in un gas fu eseguita alla Cornell University da un gruppo di ricercatori che comprendeva Burgess R. Johnson, John S. Denker, Nicholas P. Bigelow, Laurent P. Levy, David M. Lee e uno di noi (Freed). La ricerca riguardava l'idrogeno atomico, che è dotato della minima massa e quindi della massima lunghezza d'onda di de Broglie. Ciò rende massima l'efficacia con la quale vengono trasmesse le onde di spin se confrontata con la distribuzione casuale dovuta alla diffusione. Il gas viene prodotto dissociando idrogeno molecolare mediante radiazioni a microonde. I singoli atomi di idrogeno vengono poi fatti muovere lungo un tubo rivestito di Teflon (il rivestimento antiadesivo comunemente usato per le pentole) e successivamente, in una se-



Le onde di spin in un campione di gas nascono in genere quando gli spin nucleari in una regione sono inclinati in modo diverso da quelli di un'altra regione (*a sinistra*). La magnetizzazione trasversale in ciascuna regione può essere trasmessa coerentemente nel campione per l'effetto cumulativo delle successive collisioni di atomi, che dà origine alle onde di spin (*al centro*). Gli stessi moti termici casuali che le creano finiscono per distruggerle; i moti trasferiscono casualmente gli atomi da una regione con magnetizzazione trasversale orientata in una direzione a una regione in cui è orientata diversamente (*a destra*).

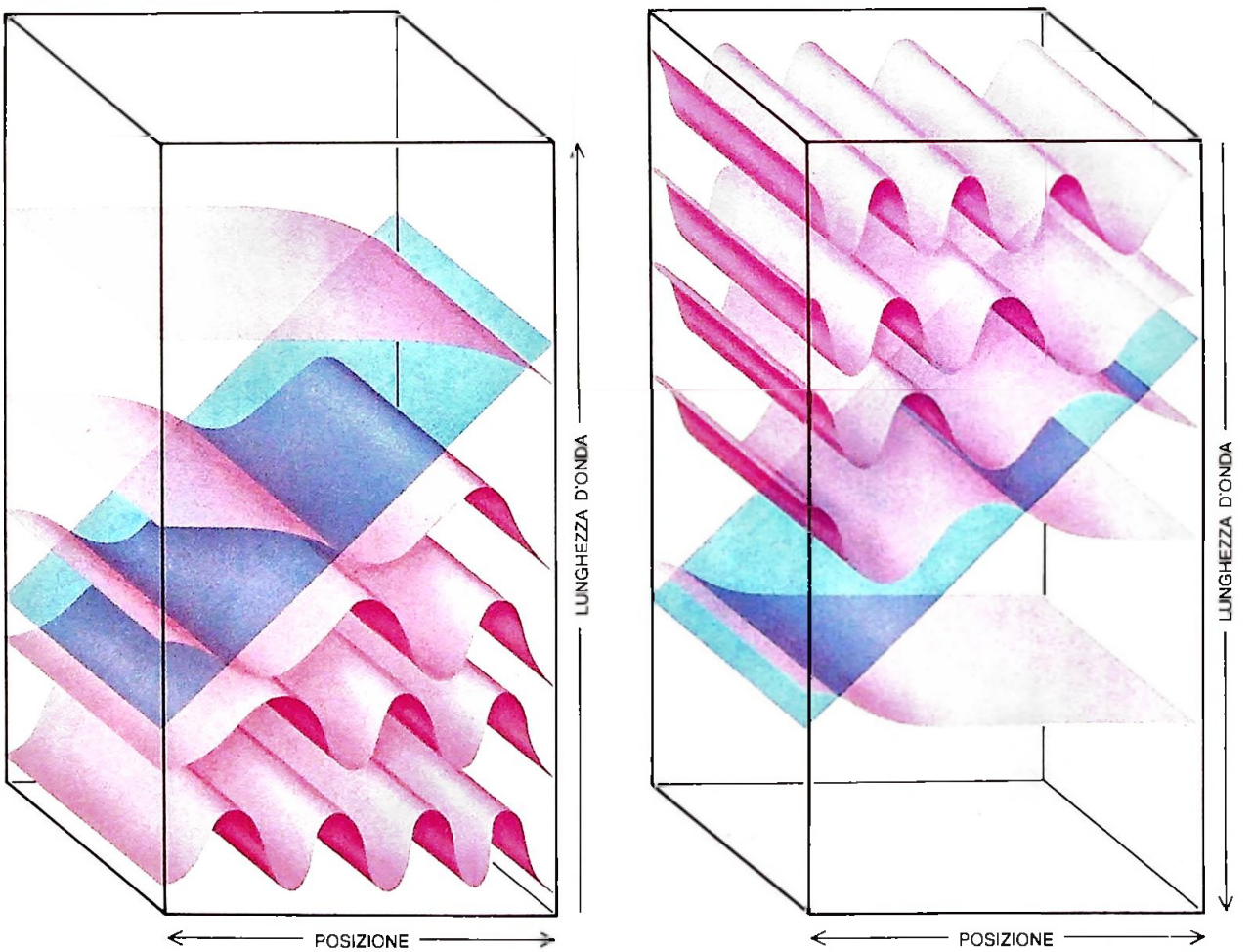
zione a bassa temperatura del tubo, in una pellicola di elio 4 superfluido. Vengono impiegati rivestimenti in Teflon e in elio liquido per rendere minima la ricombinazione degli atomi di idrogeno in idrogeno molecolare sulle pareti del tubo, dato che l'idrogeno atomico non aderisce a tali rivestimenti con la medesima facilità con cui aderisce ad altri materiali.

L'idrogeno atomico entra quindi in una cella, che ha un volume di 0,3 centimetri cubi e la cui temperatura è estremamente bassa - solo qualche decimo di grado al di sopra dello zero assoluto. La cella campione è immersa in un intenso campo magnetico, che attira gli atomi dotati di spin elettronici antiparalleli al campo (spin in giù), mentre respinge gli atomi con spin elettronici paralleli al campo (spin in su). La cella contiene di conseguenza solo atomi i cui elettroni hanno spin in giù. In altre parole, gli elettroni del campione gassoso hanno gli spin polarizzati. Come abbiamo detto in precedenza, in tale gas non si forma idrogeno molecolare. In questo modo l'idrogeno atomico viene reso stabile.

Gli spin dei nuclei degli atomi di idrogeno possono essere paralleli o antiparalleli rispetto agli spin degli elettroni polarizzati. Gli atomi con spin nucleari antiparalleli - cioè, in su - si depolarizzano lievemente e si ricombinano l'un l'altro per depositarsi sulle pareti della cella, in modo da formare gradualmente uno strato di idrogeno molecolare solido. Dopo qualche minuto, la cella contiene solo atomi doppiamente polarizzati, ossia atomi con spin nucleari paralleli agli spin elettronici (entrambi antiparalleli al campo magnetico). L'effetto fu evidenziato per la prima volta da Thomas J. Greytak e Daniel Kleppner del Massachusetts Institute of Technology.

I nuclei atomici polarizzati sono stati indotti a produrre onde di spin mediante una tecnica impulsata di risonanza magnetica nucleare (NMR) messa a punto da ricercatori della Cornell University. In tale tecnica si ricorre a un breve impulso di onde radio per inclinare gli spin nucleari di un piccolo angolo rispetto alla direzione iniziale, in modo da farli poi precedere, o ruotare, attorno al campo magnetico statico con una velocità proporzionale all'intensità del campo. Gli spin in rotazione creano una magnetizzazione trasversale rotante che induce una tensione, amplificata, rilevata e successivamente analizzata in funzione del suo spettro di frequenze.

Un aspetto di rilievo dell'esperimento eseguito alla Cornell University è che al campo magnetico statico viene applicato un gradiente costante di campo magnetico: l'intensità del campo che ne risulta è bassa da una parte della cella



Nel caso dell'idrogeno atomico con spin polarizzati si riscontra un analogo del principio di indeterminazione di Heinsenberg, secondo cui non si possono misurare simultaneamente posizione e quantità di moto di una particella: misurando la posizione della particella, l'atto stesso della misurazione altera lo stato della particella e la localizza meglio nello spazio. Le onde di spin in una cella di misurazione vengono localizzate immergendo la cella in un gradiente costante di campo magnetico, la cui intensità è bassa da una parte della cella e aumenta linearmente attraverso la cella, diventando alta all'altro capo. Il gradiente localizza le onde di spin in una delle due parti, parzialmente in dipendenza dal fatto che le onde di spin siano associate a fermioni o a bosoni, entrambi con spin polarizzato. Le onde di spin associate ad atomi di idrogeno con spin doppiamente polarizzati, che si comportano come bosoni composti, dovrebbero restare intrappolate dove è alto il gradiente del campo (*a sinistra*). Se le particelle si comportassero come fermioni, dovrebbero restare intrappolate dove il gradiente è basso (*a destra*).

campione e aumenta linearmente attraversando la cella stessa, per raggiungere un valore elevato dalla parte opposta. Ne consegue che gli spin nucleari nelle diverse parti della cella campione presentano un moto di precessione attorno alle linee del campo con velocità differenti. Normalmente l'intervallo delle diverse frequenze di rotazione degli spin nucleari nelle differenti parti della cella campione dovrebbe produrre uno spettro di frequenze formato da una larga riga di risonanza. Tale spettro caratteristico è in effetti sfruttato in altre applicazioni della NMR per ottenere immagini tridimensionali di materiali, e su di esso si basa la tecnica di formazione di immagini per risonanza magnetica (MRI), impiegata in medicina. Ma l'aspetto singolare dell'esperimento eseguito alla Cornell University è che, sovrapposta alla larga riga di risonanza, vi è una serie di evidenti e stretti picchi di risonanza. I picchi corrispondono ai modi delle onde di spin nella cella campione.

Il gradiente di campo magnetico produce anche un altro notevole effetto. Esso è l'analogo del principio di indeterminazione di Heisenberg, secondo il quale non si possono determinare simultaneamente la posizione e la quantità di moto di una particella. Una conseguenza del principio di indeterminazione è che, quando si misura la posizione di una particella [della quale si conosce solo la distribuzione probabilistica nello spazio], è l'atto stesso della misurazione che, alterando lo stato della particella, la localizza meglio nello spazio.

Allo stesso modo, le onde di spin all'interno della cella campione sono localizzate nello spazio applicando il gradiente di campo per determinarne la posizione. In assenza del gradiente di campo, le onde sono delocalizzate, mentre in presenza del gradiente i modi delle onde di spin sono localizzati in una delle due parti della cella campione. Il gradiente di campo ha la duplice funzione di intrappolare le onde di spin e di formarne un'immagine, che viene rilevata con la tecnica NMR.

Le onde di spin sono intrappolate o nella parte della cella con bassa intensità del campo magnetico combinato o nella parte in cui il valore è alto. Uno dei fattori decisivi consiste nel vedere se gli atomi del campione gassoso si comportano come fermioni o come bosoni. Secondo la teoria, elaborata per la massima parte alla Cornell University da Levy e da Andrei E. Ruckenstein, le onde di spin associate agli atomi di idrogeno doppiamente polarizzati, che si comportano solitamente come bosoni composti, dovrebbero restare intrappolate nella parte dove il campo ha maggiore intensità. I risultati sperimentali sostengono la teoria e confermano decisamente il fatto che nelle condizioni opportune gli atomi di idrogeno si comportano come bosoni composti.

Come nota conclusiva aggiungiamo che l'esistenza delle onde di spin è stata osservata anche nell'elio 3 gassoso. La ricerca è stata eseguita dal gruppo dell'École Normale. Pur non essendo le onde di spin spettacolari come quelle nell'idrogeno atomico, la loro esistenza è altrettanto significativa. Le osservazioni sono in buon accordo con le previsioni teoriche di Claire Lhuillier dell'École Normale e di uno di noi (Laloë).

Con l'aumentare del numero di esperimenti eseguiti sui gas a spin polarizzati, è sempre più probabile che le tecniche messe a punto in queste ricerche conducano ad applicazioni pratiche. Per esempio, alcune di queste tecniche sono già state applicate con successo da diversi gruppi per realizzare un nuovo maser a idrogeno atomico a bassa temperatura, che potrebbe rivelarsi un orologio atomico di estrema precisione. I fisici nucleari stanno studiando l'impiego di elio 3 a spin polarizzati come bersaglio per collisioni tra particelle. Tuttavia nel prossimo futuro appare probabile che la reale importanza dei gas a spin polarizzati risiederà nell'opportunità che essi continueranno a offrire di indagare, a partire dai principi primi, su un ampio intervallo di fenomeni quantistici, tra cui interessanti effetti idrodinamici.

(Da «Le Scienze» n. 238, giugno 1988.)

FRANCK LALOË *è ricercatore alla École Normale Supérieure di Parigi.*

JACK H. FREED *insegna chimica alla Cornell University, dove lavora dal 1963.*

I superfluidi dell'elio 3

di Olli V. Lounasmaa
e George Pickett

A temperature dell'ordine dei millikelvin l'elio liquido mostra effetti quantistici macroscopici

Le temperature incredibilmente alte dei primi istanti di vita dell'universo non potranno probabilmente essere mai raggiunte, neppure con i più grandi acceleratori di particelle. Ma i fisici delle basse temperature hanno già da tempo superato la natura. Nei 15 miliardi di anni trascorsi dal big bang, nessun punto, in tutto l'universo, ha raggiunto temperature inferiori a tre kelvin (la temperatura del fondo cosmico a microonde), mentre in laboratorio si ottengono temperature dell'ordine dei nanokelvin e dei picokelvin. I fenomeni studiati in queste condizioni non solo sono nuovi per la fisica, ma non si sono mai verificati in tutta la storia dell'universo.

Di tutti i fenomeni insoliti che hanno luogo a temperature ultrabasse forse i più spettacolari sono la superfluidità - ossia il flusso privo di attriti di un liquido - e il suo analogo in elettronica, la superconduttività. La superfluidità dell'elio 4 (l'isotopo più comune di questo elemento) è nota dal 1938. Nel 1972 Douglas D. Osheroff, Robert C. Richardson e David M. Lee della Cornell University scoprirono che anche l'elio 3 può diventare superfluido. Da circa 15 anni lo studio della superfluidità è di interesse centrale nella fisica delle temperature ultrabasse.

Il comportamento dell'elio 3 superfluido può essere molto complesso, pur trattandosi di un liquido semplice, composto da atomi identici e chimicamente inerti di un gas nobile. Oltre a essere di per sé interessante, questa combinazione di semplice e di complesso rende l'elio 3 superfluido una sostanza ideale per lo studio di molti altri problemi relativi alle fasi condensate della materia, dalle proprietà delle stelle di neutroni a quelle dei superconduttori ad alta temperatura.

A bassa temperatura l'elio è un «liquido quantistico», ossia la meccanica quantistica influisce profondamente non solo sulle sue proprietà microscopiche, ma anche su quelle macroscopiche. La natura superfluida dell'elio è un compromesso fra la meccanica quantistica, che impone un'indeterminazione minima fondamentale al comportamento dei singoli atomi, e il terzo principio della termodinamica, secondo cui in una sostanza deve instaurarsi l'ordine perfetto con l'approssimarsi allo zero assoluto. Ad alte temperature la fase dominante è quella gassosa e gli atomi hanno moti casuali; al diminuire della temperatura si ha liquefazione e successivamente congelamento in fase solida, la fase in cui la posizione di ogni atomo dovrebbe essere fissata univocamente.

Da un punto di vista quantistico, il principio di indeterminazione di Heisenberg afferma che non è possibile precisare simultaneamente la quantità di moto e la posizione di una particella; misurando la prima si produce indeterminazione nell'altra. Poiché gli atomi di elio sono molto leggeri e interagiscono debolmente, le loro posizioni sono indeterminate anche allo zero assoluto; non possono essere tenuti immobili abbastanza a lungo da formare un solido a bassa pressione perché la loro energia cinetica di punto zero è rilevante.

Il risultato è abbastanza paradossale: l'elio superfluido rimane liquido anche alle temperature più basse, ma al contrario dei liquidi comuni, in cui lo scorrimento fluido è segno di disordine interno, esso ha un ordine interno perfetto, anche se non evidente.

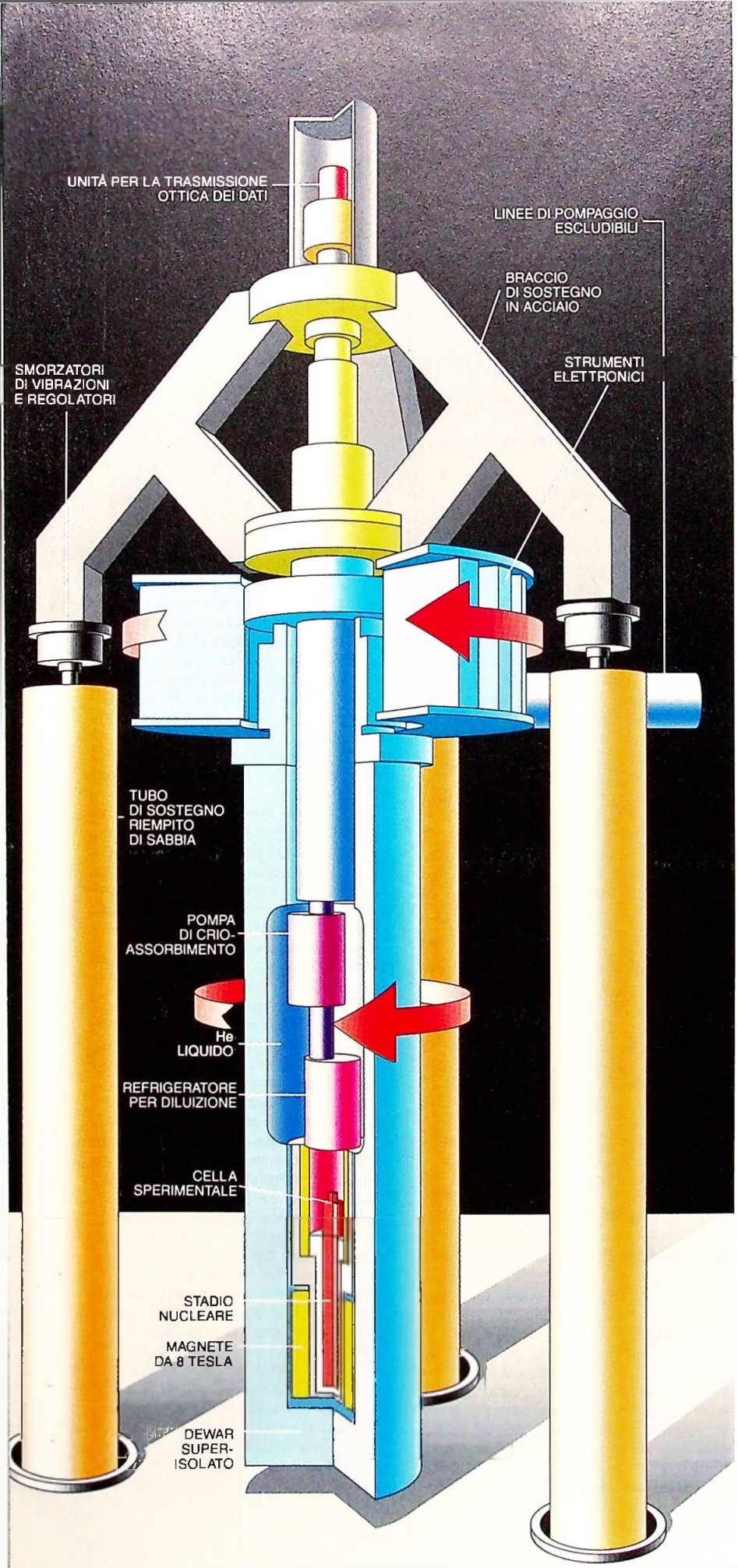
Il particolare ordinamento che si verifica nell'elio liquido è una conseguenza della distinzione stabilita in meccanica quantistica fra i fermioni (così chiamati in onore di Enrico Fermi) e i bosoni (che prendono il nome da Satyendra Nath Bose). Fra i bosoni vi sono le particelle portatrici di forze, come i fotoni e i pioni. Il loro spin è un multiplo intero del quanto fondamentale del momento angolare, $\hbar$, che è pari alla costante di Planck divisa per 2π. Un numero qualsiasi di bosoni può occupare simultaneamente lo stesso stato quantico, per cui allo zero assoluto tutti i bosoni di un dato sistema possono condensare nello stesso stato quantico di minima energia.

Le particelle che hanno spin uguale a un multiplo semiintero (1/2, 3/2 e così via) di $\hbar$, come gli elettroni, i protoni e i neutroni, sono fermioni, le particelle da cui è costituita la materia. In ogni momento un solo fermione può occupare un particolare stato quantico, il che esclude la possibilità che tutte le particelle condensino in un singolo stato di minima energia.

Un atomo di elio 4 è costituito da due elettroni, due protoni e due neutroni, ognuno con spin semiintero, per cui l'atomo nel suo complesso è un bosone. Quando l'elio 4 è raffreddato al di sotto di una temperatura critica, il punto lambda (2,17 kelvin a pressione nulla), il liquido inizia a condensare nello stato di minima energia. A temperature estremamente basse quasi tutto il liquido si trova in questo stato, e quindi un'unica funzione d'onda quantistica descrive non solo il comportamento delle singole particelle, ma anche quello del liquido a livello macroscopico.

Oltre a ciò, occorrono parecchia energia e quantità di moto per portare il liquido in uno stato eccitato. È questa condizione che genera la superfluidità. In un fluido normale le collisioni fra atomi o fra questi e le pareti del contenitore possono facilmente portare un atomo da uno stato energetico a un altro di energia quasi uguale e dissipare così il flusso di un fluido. L'elio liquido allo stato fondamentale, tuttavia, non può passare da uno stato energetico a un altro in seguito a collisioni a bassa velocità. Non vi sono meccanismi che dissipino energia.

La superfluidità nell'elio 3 è di natura abbastanza diversa. Gli atomi di questo isotopo, che contengono un numero dispari di neutroni e quindi un numero totale dispari di particelle, sono fermioni e pertanto non sono in grado di condensare in un unico stato fondamentale. La



conseguenza di ciò è che l'elio 3 non può divenire superfluido con la stessa facilità dell'isotopo bosonico. Tuttavia, a una temperatura di transizione circa 1000 volte più bassa di quella dell'elio 4, comincia a manifestarsi fra gli atomi di elio 3 una debole attrazione. Gli atomi la cui quantità di moto è uguale e opposta tendono a formare coppie nelle quali le due particelle orbitano a distanza l'una intorno all'altra. Queste coppie (chiamate coppie di Cooper dal nome di Leon N. Cooper, ora alla Brown University, che propose un analogo accoppiamento di elettroni per spiegare la superconduttività) sono bosoni, dato che i loro spin semiinteri si sommano fornendo un valore intero, e quindi possono condensare in un unico stato fondamentale e formare un superfluido.

In realtà si formano due superfluidi, denominati ^{3}He-*A* e ^{3}He-*B*. Nella fase *A* gli spin nucleari dei due atomi tendono a giacere in un piano perpendicolare all'asse del moto orbitale, mentre nella fase *B* la correlazione è meno evidente.

Dato che tutte le coppie di elio 3 si trovano nello stesso stato quantico, i rapporti fra spin e moto orbitale riguardano non solo le singole coppie ma l'intero superfluido. Nell'elio 3 superfluido si ha direzionalità, come in un cristallo liquido: le coppie di atomi possono essere allineate da fattori esterni come campi magnetici, flussi di liquido o superfici, e si dice allora che l'elio 3 superfluido possiede una struttura interna. (Gli atomi di elio 4 non hanno spin né proprietà direzionali particolari; perciò l'elio 4 superfluido non ha struttura interna.)

Il comportamento dei superfluidi è di natura profondamente diversa da quello dei fluidi convenzionali. Un'anomalia notevole si manifesta quando si cerca di far ruotare un superfluido. Un liquido normale in un secchio che ruota su se stesso a velocità costante si muove con la stessa velocità angolare del secchio, come se fosse un corpo solido. La velocità, e quindi anche il momento angolare, del liquido è proporzionale alla distanza radiale dall'asse di rotazione.

Tuttavia non è possibile far ruotare nello stesso modo l'elio superfluido, perché esso è un liquido quantistico. La rotazione uniforme implica che la velocità, e di conseguenza il momento angolare, del liquido aumenti linearmente con la distanza dall'asse di rotazione. Il momento angolare è inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda e quindi le funzioni d'onda quantistiche degli atomi della parte più esterna del liquido devono avere una lunghezza d'onda minore

Un criostato rotante provoca la formazione di vortici nell'elio 3 superfluido. Questo dispositivo, installato presso il Politecnico di Helsinki, può raggiungere una velocità di rotazione di 30 giri al minuto. Oltre all'elio liquido, contiene sensori sperimentali e un sistema di raffreddamento a più stadi.

di quella degli atomi più vicini all'asse di rotazione. Questo è certo possibile per gli atomi di un liquido normale perché ciascuno possiede la propria funzione d'onda. Ma tutti gli atomi di un campione di elio superfluido sono descritti da un'unica funzione d'onda quantistica ed è geometricamente impossibile costruire un insieme di creste e ventri disposti circolarmente la cui spaziatura diminuisca all'aumentare del raggio. L'elio superfluido esiste in uno stato di non rotazione nei confronti dell'intero universo.

Una funzione d'onda la cui lunghezza d'onda aumenti all'aumentare del raggio è viceversa possibile. Questo andamento corrisponde al moto vorticoso di un liquido: il flusso è più veloce al centro del vortice e rallenta all'aumentare del raggio. In effetti, se si fa ruotare su se stesso un contenitore riempito di elio superfluido, anche a velocità angolare relativamente bassa, lo stato stazionario cessa di esistere e si ha formazione di minuscoli vortici. La rotazione non è distribuita uniformemente come avviene in un liquido convenzionale, ma si propaga nell'elio superfluido lungo l'asse dei vortici. Le interazioni fra i vortici e fra questi e le pareti del contenitore generano un certo attrito, e pertanto in queste condizioni l'elio non è più completamente superfluido.

Il flusso rotatorio associato a ciascuno di questi vortici in miniatura respinge i vicini, cosicché i vortici formano un reticolo esagonale regolare. A una tipica velocità sperimentale di rotazione, pari a 12 giri al minuto, la distanza fra i vortici è di circa 0,2 millimetri. (Il reticolo di vortici nell'elio 4 è stato fotografato direttamente da Richard E. Packard e collaboratori dell'Università della California a Berkeley.)

I vortici si formano facilmente in un volume non confinato di superfluido, ma collocando quest'ultimo in un contenitore riempito di piccole particelle - per esempio allo scopo di osservare la viscosità incredibilmente ridotta del fluido - si inibisce la formazione di vortici. Il fluido può scorrere senza attrito fra le particelle, ma non c'è spazio a sufficienza perché si sviluppi un flusso rotatorio. Questo fatto genera una situazione paradossale: quanto più sono fini i pori attraverso cui si fa passare un superfluido, tanto più velocemente esso scorre.

I vortici superfluidi nell'elio 4 sono già abbastanza interessanti, ma la struttura interna dell'elio 3 superfluido dà origine a vortici dal comportamento ancora più complesso. Lo studio sperimentale di questi fenomeni è estremamente difficile: non solo si devono raffreddare i campioni fino ad appena qualche millikelvin o meno, ma occorre anche farli ruotare per produrre i vortici. Finora si è riusciti a risolvere questo problema solo facendo ruotare l'intero dispositivo sperimentale.

La maggior parte dei dati sui vortici nell'elio 3 è stata ottenuta a Helsinki con il criostato ROTA 1, in funzione dal 1981. Con questo dispositivo si raggiungono una velocità di rotazione anche di 30 giri al minuto e una temperatura di soli 0,6 millikelvin. Un modello perfezionato, ROTA 2, è divenuto operativo nel 1988. ROTA è un progetto eseguito in collaborazione dall'Accademia di Finlandia e dall'Accademia delle scienze dell'Unione Sovietica; fra coloro che vi hanno preso parte vi sono M. Peter Berglund, Juri M. Bun'kov, Devi Garibašvili, Pertti J. Hakonen, Olli T. Ikkala, Seppo T. Islander, Matti Krusius, Olli V. Lounasmaa, Juri Mukharskij, Kaj K. Nummila, Jukka P. Pekola, Riita H. Salmelin, Juha T. Simola, Ladislav Skrbek e Jelil S. Tsakadze. I contributi teorici di Martti M. Salomaa, Grigorij E. Volovik e collaboratori sono inoltre stati decisivi per il successo del progetto ROTA.

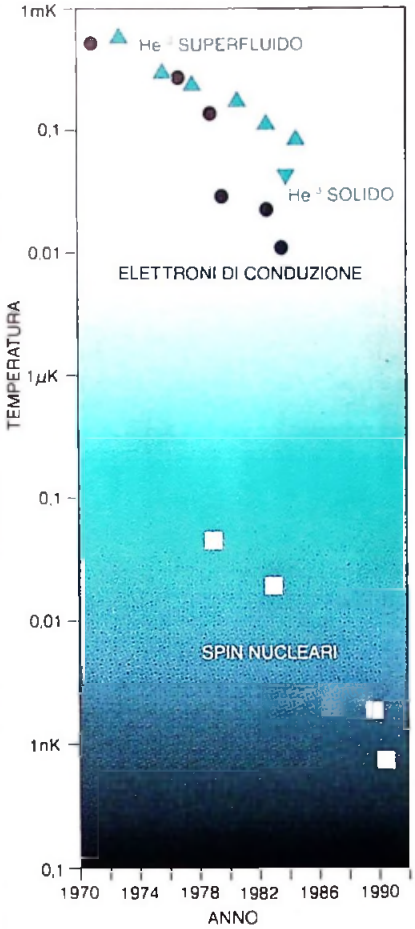
Quattro diversi metodi sperimentali sono stati impiegati per studiare il comportamento dell'elio 3 nel criostato rotante: la risonanza magnetica nucleare (NMR); il giroscopio a corrente alternata, che misura le variazioni di momento angolare del superfluido; la mobilità ionica, che funge da sonda assai sensibile della struttura del fluido; e gli ultrasuoni, la cui attenuazione dipende dalla struttura interna del fluido.

Le attuali conoscenze sugli effetti della rotazione nell'elio 3 superfluido sono dovute in gran parte a studi condotti con la risonanza magnetica nucleare: l'elio 3 in rotazione è esposto a un campo magnetico costante, che provoca precessione dell'asse di rotazione dei nuclei. Un segnale a radiofrequenza viene impiegato per invertire gli spin nucleari e la frequenza adatta a provocare l'inversione dipende dalle interazioni fra gli atomi di elio 3.

Gli ioni negativi danno di solito informazioni utili sulla struttura interna dell'elio 3 superfluido, in particolare sull'allineamento a livello macroscopico degli spin e sull'orientazione degli assi orbitali delle coppie di Cooper. Il moto di questi ioni nel fluido per effetto di un campo elettrico dipende fortemente dall'orientazione del campo e dalla struttura interna del superfluido.

Così pure, l'attenuazione degli ultrasuoni rappresenta una sonda assai sensibile della struttura interna dell'elio 3 superfluido. Il vantaggio del metodo degli ultrasuoni è che può essere impiegato in presenza di qualunque campo magnetico. Esperimenti sistematici con gli ultrasuoni sono già stati effettuati con il criostato ROTA 2 su vortici generati nell'^{3}He-A, in presenza di campi magnetici di bassa intensità, e nell'^{3}He-A_1, un'altra fase superfluida che si forma in presenza di campi magnetici intensi.

L'esperimento con il giroscopio a corrente alternata, a cui ha preso parte anche Packard, ha permesso di misurare le proprietà di flusso dell'elio 3. Il giroscopio è costituito da un toro orizzontale riempito di elio 3 e materiale plastico polverizzato (per facilitare lo scorrimento superfluido), da un meccanismo che fa vibrare il toro e da strumenti che misurano la risposta del superfluido.



Le temperature più basse sono state ottenute nell'elio 3, negli elettroni di metalli raffreddati per ordinamento magnetico e in nuclei metallici isolati. Le temperature più basse nell'elio 3 liquido (circa 100 microkelvin) sono state raggiunte a Lancaster. (Il gruppo di Hidehiko Ishimoto dell'Università di Tokyo ha portato l'elio 3 solido a 43 microkelvin.) Il gruppo di Lancaster ha anche raffreddato gli elettroni di conduzione del rame a 12 microkelvin, un record eguagliato da Frank D. M. Pobell e colleghi dell'Università di Bayreuth. Nel febbraio del 1990, a Helsinki, Pertti J. Hakonen e Shi Yin hanno portato la temperatura nucleare di un campione d'argento a 800 picokelvin.

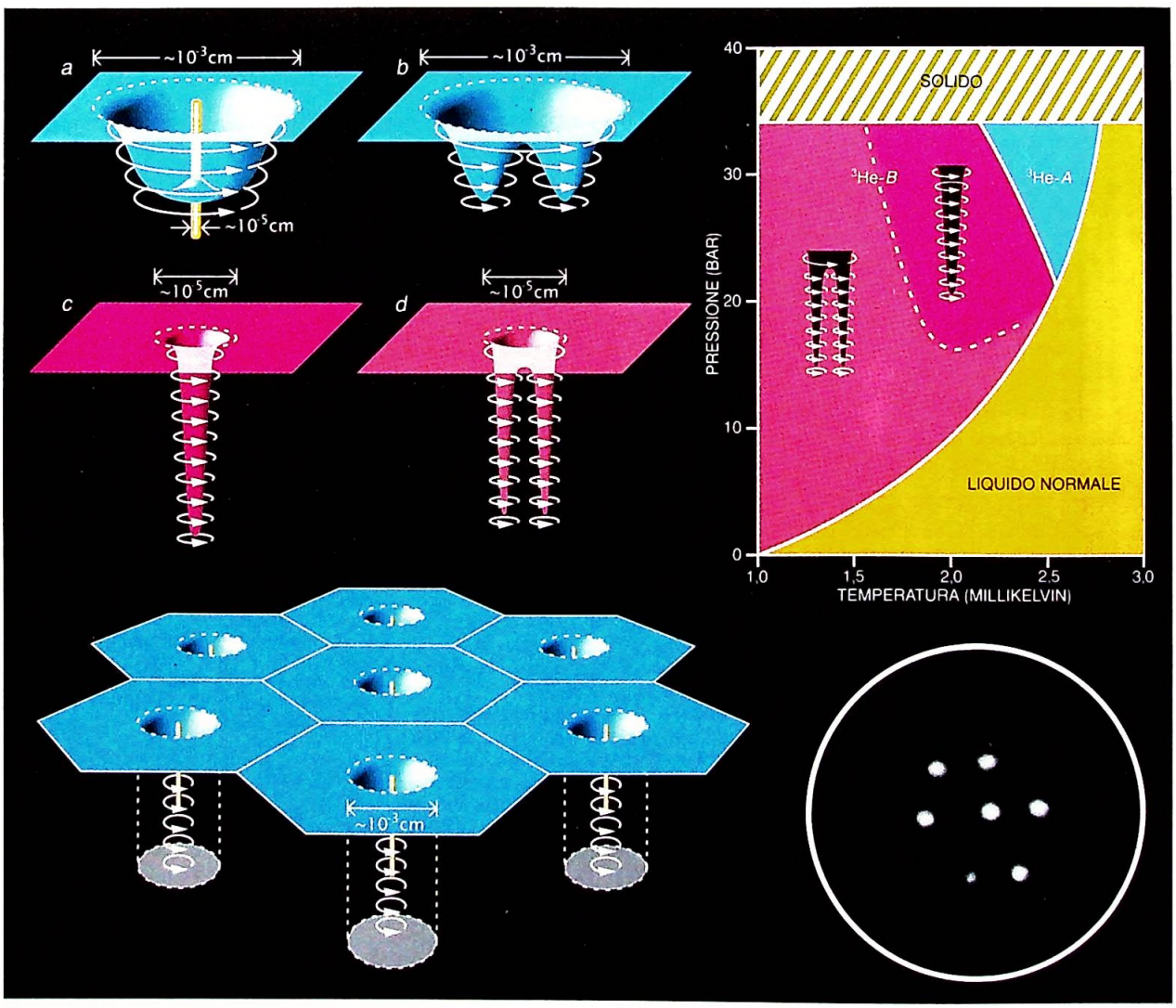
In un tipico esperimento con il giroscopio, inizialmente si raffredda l'elio 3 a una temperatura molto inferiore a quella di transizione a superfluido, mantenendo il campione a riposo. Poi il criostato che contiene il toro (nel quale vi sono l'elio 3 e il materiale plastico polverizzato) viene fatto ruotare per un minuto a una velocità compresa tra uno e 20 giri al minuto. Nei cinque minuti successivi alla rotazione gli sperimentatori registrano l'ampiezza delle vibrazioni intorno all'asse verticale; queste vibrazioni sono causate dalla precessione del superfluido rotante nel toro e costituiscono una misura del momento angolare.

Se la velocità di rotazione è bassa non vi è momento angolare nel dispositivo dopo che il criostato è stato fermato. Quando esso ruota lentamente il superfluido si limita a scivolare senza attrito attraverso i pori del materiale polverizzato nel toro. Al di sopra di una velocità critica di 2-3 giri al minuto, iniziano a formarsi vortici; il superfluido viene trascinato e inizia a ruotare. Un certo momento angolare si conserva nel toro dopo che il criostato viene fermato.

Uno dei primi esperimenti eseguiti con il giroscopio è stato un attento esame per controllare se l'^{3}He-*B* fosse veramente un superfluido. Il criostato veniva fatto ruotare alla velocità massima per generare un grande momento angolare nel giroscopio a corrente alternata; veniva quindi fermato e si misurava il momento angolare. Dopo che il criostato era rimasto fermo per 48 ore, mantenuto a una temperatura inferiore al punto di transizione a superfluido, si misurava di nuovo il momento angolare del fluido nel toro. Il momento angolare dell'^{3}He-*B* rimaneva costante, nei limiti dell'errore sperimentale (che è pari al 10 per cento). La resistenza al flusso ricavata attraverso questo studio è almeno 1000 miliardi di volte inferiore a quella del normale elio 3 liquido alla stessa temperatura.

È impossibile dimostrare sperimentalmente che l'^{3}He-*B* ha una resistenza al flusso nulla, ma questi risultati indicano oltre ogni ragionevole dubbio che esso è un vero superfluido, non semplicemente un liquido normale con viscosità molto bassa. Peter L. Gammel, ora agli AT&T Bell Laboratories, e John D. Reppy della Cornell University, utilizzando un dispositivo sperimentale leggermente diverso, hanno osservato supercorrenti persistenti anche nell'^{3}He-*A*.

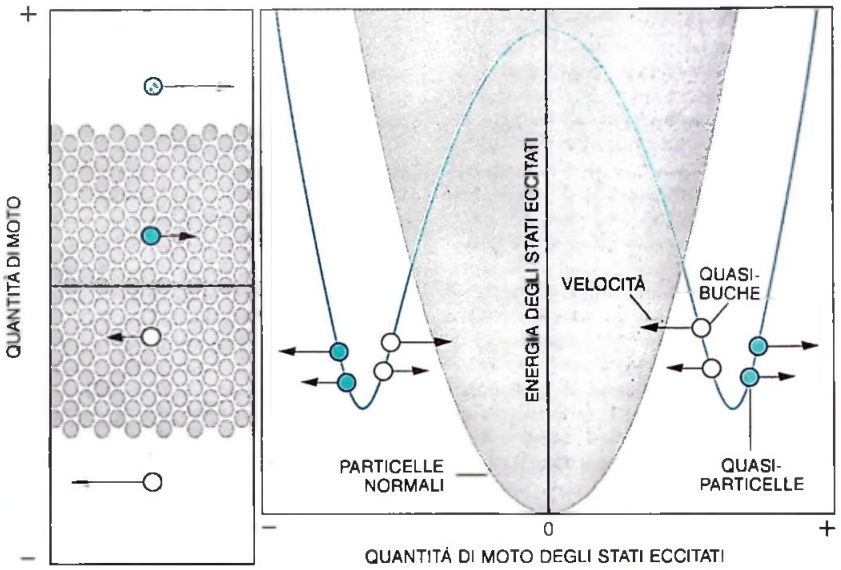
In altri esperimenti condotti a Helsinki abbiamo studiato più in dettaglio il comportamento vorticoso. La velocità critica a cui i vortici iniziano a formarsi e il superfluido in fase *B* viene trascinato dal giroscopio presenta brusche variazioni in corrispondenza di certe temperature e pressioni. A una pressione di 23 bar e a una temperatura inferiore a 1,7 millikelvin la velocità critica è di 7,1 millimetri al secondo, mentre a una tempe-



Quando l'elio 3 superfluido ruota si possono formare almeno quattro tipi di vortici. Le sue proprietà quantistiche gli impediscono di ruotare come un tutto unico, come i liquidi normali. Un diagramma di fase (*in alto a destra*) mostra le condizioni di formazione dei vortici. Nell'^{3}He-*A* possono formarsi sia vortici a nucleo singolo (*a*) che a nucleo sdoppiato (*b*). Il tipo di vortice che si forma dipende da come è stato raffreddato il campione. Il vortice a nucleo singolo presenta una discontinuità: una minuscola «cordicella» di fluido normale passa attraverso il suo centro. Anche nella fase *B* si formano vortici a nucleo singolo (*c*) e sdoppiato (*d*). Il diametro dei vortici dell'^{3}He-*B* è molto inferiore a quello dei vortici della fase *A* ed entrambi i vortici della fase *B* presentano discontinuità. I flussi che costituiscono i singoli vortici tendono a respingersi l'un l'altro, sicché i vortici si dispongono in un reticolo esagonale stabile (*in basso*). R. E. Packard dell'Università della California a Berkeley ha fotografato uno di questi reticoli nell'elio 4, in cui si forma un solo tipo di vortice (*in basso a destra*).

ratura appena superiore è di soli 5,2 millimetri al secondo. Sembra che questa improvvisa variazione di proprietà evidenzi la formazione di diversi tipi di vortici nell'^{3}He-*B*. Il gruppo di Helsinki ha scoperto quattro diversi tipi di vortici nell'elio 3 superfluido, due nell'^{3}He-*A* e due nell'^{3}He-*B*, in contrasto con l'unico tipo esistente nell'elio 4.

Nella fase *A* dell'elio 3 uno dei tipi di vortice mostra una singolarità - ossia ha nel nucleo un punto di discontinuità dove la velocità di flusso cambia bruscamente direzione - mentre l'altro tipo di vortice, che ha un nucleo sdoppiato, è continuo. Nella fase *B* entrambi i tipi di vortici mostrano singolarità: vi è un punto di discontinuità nel campo delle velocità in corrispondenza del centro. Complesse analisi teoriche, eseguite dapprima da Erkki V. Thuneberg dell'Università di Helsinki e poi da Salomaa e Volovik, indicano che un vortice che si formi a una velocità critica bassa ha un solo nucleo cilindrico simmetrico intorno al quale scorre il fluido, mentre un vortice che si formi a una velocità critica più elevata ha un nucleo sdoppiato.



Gli atomi non accoppiati nell'elio 3 liquido formano quasiparticelle e quasibuche. Gran parte degli atomi del superfluido è legata in coppie di Cooper (*in grigio*). Gli atomi non accoppiati sono associati a buche, stati vuoti che nella coppia di Cooper sarebbero occupati dall'altro atomo. Se la quantità di moto degli atomi non accoppiati è alta essi «spiccano» e appaiono come quasiparticelle; se invece è bassa si confondono nella miriade di atomi con bassa quantità di moto e compaiono le buche corrispondenti.

Anche quando è immobile, l'elio 3 contiene stati eccitati, associati ad atomi che non fanno parte di coppie di Cooper. A ogni atomo non accoppiato è associata una particella «ombra» (una «buca») rappresentata dallo stato non occupato dell'atomo a cui il primo si sarebbe accoppiato qualora lo stato fosse stato occupato. Questi stati eccitati combinano le proprietà di una particella e quelle di una buca. Se il momento angolare è rilevante predominano le proprietà «da particella», mentre se è piccolo prevalgono le proprietà «da buca». Lo stato eccitato viene quindi chiamato, a seconda dei casi, quasiparticella o quasibuca.

I dati sperimentali sul comportamento balistico delle quasiparticelle nell'elio 3 superfluido sono stati ottenuti in buona parte grazie a uno speciale criostato costruito nel 1980 da Tony M. Guénault e da uno di noi (Pickett) all'Università di Lancaster. Questo strumento è in grado di raffreddare l'elio 3 fino a circa 100 microkelvin, temperatura alla quale gli stati eccitati generati da effetti termici sono rari. Fra gli studiosi che hanno preso parte a questa ricerca vi sono John Carney, Kees Castelijns, Kenneth Coates, Shaun Fisher, Christopher Kennedy, Vepan Keith, Ian Miller, Simon Mussett, Gregory Spencer e Martin Ward. Lo stadio di raffreddamento nucleare di questo dispositivo è insolito per il fatto che l'elemento refrigerante di rame è immerso direttamente nel campione di elio 3 liquido, al fine di minimizzare la dispersione termica.

Lo studio dei campioni raffreddati in questo criostato è stato eseguito per mezzo di uno strumento straordinariamente semplice, ma efficace. In questa apparecchiatura, che è stata ideata da Mervyn Black, Henry Hall e Keith Thompson, un filo sottile di materiale superconduttore è piegato in modo da formare un cappio semicircolare e fissato a entrambe le estremità. Quando questo filo viene collocato in un campo magnetico di bassa intensità, la corrente elettrica che lo percorre è sottoposta a una forza cosicché il filo viene sospinto lateralmente.

Una corrente alternata della giusta frequenza può far oscillare il filo alla sua naturale frequenza di risonanza. Oltre a ciò il filo, muovendosi nel campo magnetico, genera una tensione proporzionale alla sua velocità. Il filo può essere messo in movimento facendovi passare attraverso una corrente elettrica e si può quindi osservare la risposta misurando la tensione. Questo semplice strumento è la sonda utilizzata in tutti gli esperimenti a bassissima temperatura nel laboratorio dell'Università di Lancaster.

A bassa velocità il moto del filo attraverso il superfluido avviene quasi senza che ci sia dissipazione di energia. L'attrito deriva solamente da fenomeni interni al filo e ai circuiti elettrici a esso associati e da collisioni con le quasiparticelle. L'entità dello smorzamento è quindi proporzionale al numero di stati eccitati nel fluido.

Dato che il numero di quasiparticelle varia con la temperatura, il filo può essere usato, senza alcuna modifica, come un termometro. Riuscire a misurare direttamente la temperatura del fluido in condizioni di temperature ultrabasse è senza dubbio molto importante. È quasi impossibile realizzare un buon contatto termico fra qualunque altro materiale termometrico e l'elio 3 liquido a 100 microkelvin perché la densità degli stati eccitati - ossia delle particelle che un termometro può rilevare - nel superfluido è paragonabile a un vuoto molto spinto a temperatura ambiente.

Oltre a essere quasi l'unico strumento capace di misurare direttamente la temperatura dell'elio 3, il termometro a cappio è anche molto sensibile. Infatti lo smorzamento varia di quasi cinque ordini di grandezza fra la temperatura di transizione a superfluido e la temperatura minima alla quale si può raffreddare l'elio 3 liquido.

La potenziale applicabilità del cappio superconduttore allo studio della struttura del fluido è ancora più importante della sua capacità di misurare la temperatura dell'elio 3 liquido. Come abbiamo visto, gli atomi dell'elio 3 superfluido sono legati in coppie di Cooper; quando la velocità massima del cappio supera i 10 millimetri al secondo circa, il filo può fornire a una coppia energia sufficiente a scinderla in due atomi, o quasiparticelle. A temperatura e velocità minime, il moto del filo attraverso il fluido avviene quasi senza attrito; una volta raggiunta la velocità critica, tuttavia, le forze legate all'attrito aumentano rapidamente di vari ordini di grandezza, e così lo smorzamento del filo, anche se l'incremento di velocità è solo di qualche punto percentuale. Dato che la variazione dello smorzamento è così clamorosa alla velocità critica, qualsiasi scorrimento anomalo del fluido intorno al filo (che altererebbe la velocità apparente di quest'ultimo) potrebbe modificare in modo radicale il punto nel quale lo smorzamento inizia la sua rapida ascesa.

La scissione delle coppie fornisce an-

che un metodo per produrre artificialmente in maniera controllabile quasiparticelle e quasibuche. Secondo il modello più semplice del processo di scissione delle coppie, sviluppato dal fisico canadese Philip Stamp, il filo funziona come un faretto mobile, emettendo un fascio di quasiparticelle in avanti e uno di quasibuche all'indietro. Presso la temperatura di transizione a superfluido una notevole percentuale delle particelle non è accoppiata e il cammino libero medio di una particella fra una collisione e l'altra è molto breve. Il «vento» di quasiparticelle viene quindi rapidamente diffuso e disperso da collisioni con le quasiparticelle e le quasibuche già presenti nel fluido. Tuttavia, riducendo la temperatura a un decimo della temperatura di transizione a superfluido, solo una particella su un milione risulta non accoppiata e la probabilità di collisione è tanto bassa che le particelle che costituiscono il «vento» potrebbero percorrere un chilometro o più senza subire urti.

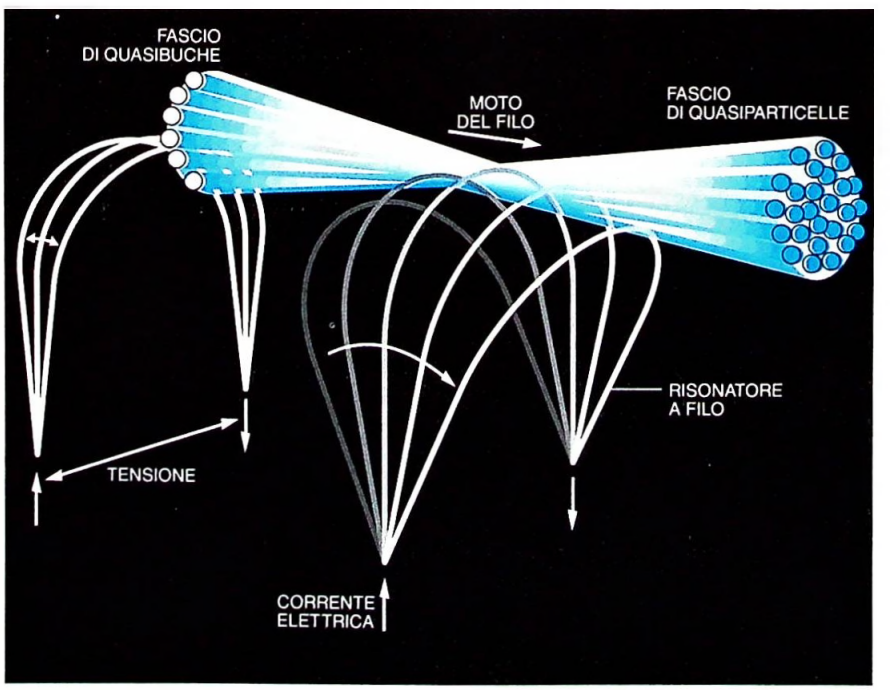
Gli esperimenti a basse temperature hanno dimostrato che questo modello è fondamentalmente corretto. Se si immerge un altro filo nell'elio 3 liquido, le quasiparticelle e le quasibuche emesse dal primo filo esercitano una forza sul secondo, facendolo muovere e generando una tensione. Il secondo filo subisce una forza direttamente proporzionale al numero di stati eccitati che lo colpiscono. Il numero di particelle nel «vento» è a sua volta proporzionale all'energia dissipata dal primo filo. Pressoché tutta l'energia fornita al primo filo è trasformata in stati eccitati perché non vi è alcun altro meccanismo che permetta la dissipazione di energia. Siamo anche riusciti a confermare che il fascio è molto sottile osservando la distribuzione angolare delle quasiparticelle emesse.

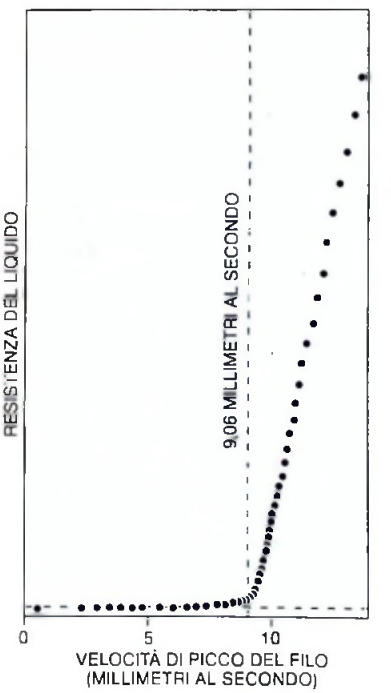
Rimangono tuttavia alcuni misteri irrisolti. Dato che il filo si muove avanti e indietro, il fascio pulsante di stati eccitati dovrebbe essere costituito da «pacchetti» di quasiparticelle e quasibuche in alternanza. Nel normale processo di diffusione di una quasiparticella da parte di una superficie la quantità di moto della particella dovrebbe venire semplicemente invertita, cosicché essa imprimerebbe una spinta all'oggetto riflettente. Una quasibuca, invece, dato che possiede quantità di moto e velocità con versi opposti, quando viene riflessa dovrebbe esercitare un'azione traente. Tuttavia accade che il filo rivelatore subisca una spinta in entrambi i casi: sia quando viene colpito da pacchetti di quasiparticelle sia quando lo urtano pacchetti di quasibuche.

Per comprendere la ragione di questo fenomeno è necessario chiarire meglio la natura delle particelle e delle buche nell'elio 3. Il concetto di buca deriva dalla natura del livello di minima energia, o stato fondamentale, di un sistema di particelle. Nello stato fondamentale di un sistema di fermioni, per esempio, le particelle occupano tutti gli stati di energia fino a un certo livello che è determinato dal numero di particelle presenti, dato che due fermioni non possono trovarsi nello stesso stato. Tutti i livelli di energia superiore sono vuoti. Uno stato fondamentale così definito è quello che gli studiosi di teoria dei campi chiamano vuoto perché, fino a quando gli stati di bassa energia rimangono occupati e nessuna particella è promossa in uno stato non occupato, nulla può interagire con esso.

Se si estrae un singolo fermione da uno degli stati occupati e lo si colloca in uno stato di energia più alta la situazione cambia nettamente. La particella nel livello energetico più elevato può ora interagire con diverse forze e si lascia alle spalle uno stato quantico vuoto: una buca. La particella e la buca si comportano in maniera sostanzialmente diversa. Se si imprime una spinta a una particella, essa si allontana. La sua quantità di moto e la sua energia aumentano o diminuiscono concordemente. Le buche, invece, hanno comportamento contrario: se si imprime una spinta a una buca essa si avvicina alla fonte della perturbazione. La quantità di moto di una buca diminuisce all'aumentare dell'energia e viceversa. Una buca si comporta pertanto come se possedesse una massa negativa.

Le particelle non accoppiate nell'elio 3 superfluido sono particolarmente interessanti. Le coppie di Cooper che costituiscono la parte superfluida - lo stato fondamentale - del liquido sono formate da particelle accoppiate aventi quantità di moto opposte. Di conseguenza gli atomi che non fanno parte di una coppia di Cooper sono accoppiati con una *buca* dotata di quantità di moto opposta o, se si preferisce, con uno stato vuoto nel quale dovrebbe trovarsi una particella con quantità di moto opposta. Questo fatto è alla base di un comportamento molto particolare.





Mosso da una corrente elettrica e da un campo magnetico un cappio di superconduttore scinde le coppie di Cooper e forma fasci di quasiparticelle e quasibuche (*a sinistra*). Un secondo cappio rileva il moto delle quasiparticelle, da cui si risale alla struttura del superfluido. La scissione delle coppie cresce rapidamente se il filo supera una certa velocità critica (*a destra*).

Nel caso di una particella normale vi è una relazione semplice tra energia e quantità di moto: entrambe aumentano o diminuiscono concordemente. La situazione non è più così intuitiva quando si considerano le quasiparticelle dell'elio 3. Un atomo non accoppiato la cui quantità di moto sia elevata si distingue facilmente perché gli altri stati aventi un'alta quantità di moto sono vuoti, mentre la buca a esso associata (che è uno stato non contenente un atomo) è indistinguibile dagli altri stati vuoti che hanno quantità di moto elevata. La combinazione particella-buca appare esattamente come una particella reale e la sua energia è direttamente proporzionale alla quantità di moto. Al contrario, un atomo non accoppiato la cui quantità di moto sia bassa è indistinguibile dalla moltitudine di particelle accoppiate con bassa quantità di moto; è la buca avente bassa quantità di moto (che si muove in senso opposto a quello della particella) a distinguersi. E l'energia della buca aumenta al diminuire della quantità di moto. Fra questi due estremi vi è un punto in cui l'energia della combinazione particella-buca è minima e la sua velocità si annulla.

La direzione della velocità di una quasiparticella che ha quantità di moto bassa (e appare quindi come una buca) è opposta alla direzione della velocità di una quasiparticella con quantità di moto elevata (che appare come una particella). Di conseguenza una quasiparticella che entra in una regione dove una forza si oppone al suo moto perde gradualmente energia fino a che la sua velocità si annulla. A questo punto cominciano a prevalere le proprietà da buca, la direzione della velocità si inverte e la quasibuca ripercorre all'indietro la traiettoria precedente. In effetti una forza applicata trasforma in modo continuo la quasiparticella in quasibuca e viceversa. Questo processo, che non ha alcuna analogia con la diffusione delle particelle normali, è chiamato riflessione di Andreev, dal nome di Aleksandr F. Andreev dell'Istituto per i problemi fisici di Mosca che per primo propose questo meccanismo nel contesto dei superconduttori.

La riflessione di Andreev potrebbe spiegare perché il secondo filo nell'esperimento del fascio di quasiparticelle avverta una spinta da parte sia delle quasiparticelle sia delle quasibuche. Quando le quasiparticelle si trasformano in quasibuche per riflessione di Andreev in corrispondenza del secondo filo, questo subisce una spinta; e l'effetto di spinta si manifesta anche quando le quasibuche sono trasformate in quasiparticelle. Questo fenomeno è del tutto dissimile dal processo normale, nel quale i due tipi di stati eccitati producono effetti opposti.

Lo strumento a due fili non serve solamente per mostrare il bizzarro comportamento delle quasiparticelle e delle quasibuche, ma fornisce tutti i componenti necessari per studiare la dinamica delle quasiparticelle nell'elio 3 superfluido. Comprende una sorgente e un rivelatore e l'intero sistema opera a una temperatura di circa 100 microkelvin.

Le ricerche di laboratorio sul comportamento dell'elio 3 superfluido potrebbero aprire nuove prospettive allo studio di forme di materia che non esistono sulla Terra. Si ritiene, per esempio, che la materia neutronica nelle pulsar in rapida rotazione sia superfluida, anche se la temperatura di questi corpi celesti raggiunge i 100 milioni di kelvin. Ovviamente la materia neutronica non può essere studiata in laboratorio, ma è forse possibile simularne il comportamento servendosi di elio 3 o elio 4 superfluido in rotazione. I neutroni, come gli atomi di elio 3, sono fermioni e si pensa che la materia neutronica diventi superfluida tramite lo stesso meccanismo di formazione di coppie di Cooper che è operante nell'elio 3. Solo dettagliati calcoli teorici potranno stabilire se l'analogia tra l'elio 3 superfluido e la materia neutronica è abbastanza stretta perché questi modelli siano utili. Se è effettivamente così, si potranno condurre esperimenti sull'elio 3 allo scopo di studiare le condizioni esistenti nelle stelle di neutroni.

Vi sono probabilità di scoprire altri superfluidi sulla Terra? Un candidato promettente è una soluzione diluita di elio 3 in elio 4 superfluido. A seconda della pressione, si possono ottenere soluzioni che contengano fino al 10 per cento di elio 3. A una temperatura sufficientemente bassa gli atomi di elio 3 nella soluzione dovrebbero formare coppie di Cooper e dare origine alla fase superfluida. Nelle ricerche già condotte da diversi laboratori, tuttavia, finora non si è osservata alcuna transizione del genere. La densità degli atomi di elio 3 in una soluzione di questo tipo è molto bassa e le interazioni fra di essi sono assai deboli. Si stima che la temperatura di transizione sia dell'ordine dei nanokelvin, quindi molto inferiore agli 80-100 microkelvin che finora sono stati raggiunti con soluzioni diluite di elio 3 in elio 4.

Questo superfluido potrebbe consentirci di osservare tipi completamente nuovi di comportamento atomico. Gli atomi di elio 3 formerebbero un superfluido, ma all'interno di un solvente superfluido: il nuovo sistema sarebbe costituito da due superfluidi compenetrantisi ma indipendenti. Questo superfluido a due componenti dovrebbe avere un comportamento ancora più strano di quelli conosciuti fino a oggi.

Oltre a ciò la teoria indica che in una soluzione diluita di elio 3 potrebbero formarsi due tipi differenti di coppie di Cooper. Il tipo predominante in una data soluzione dipenderebbe dalla concentrazione di elio 3. Ad alte concentrazioni si avrebbero coppie con gli spin nucleari dei due atomi paralleli, come nell'elio 3 puro. A concentrazioni più basse, tuttavia, dovrebbero formarsi coppie con spin opposti mentre a concentrazioni intermedie i due tipi potrebbero coesistere fianco a fianco e dare origine a un superfluido a tre componenti.

La verifica di una simile possibilità sarà attuabile solo in futuro, perché è probabile che questa transizione avvenga solo a temperature molto al di là dei limiti attualmente raggiungibili. Tuttavia non vi è dubbio che queste prima o poi verranno effettivamente raggiunte.

(Da «Le Scienze» n. 264, agosto 1990.)

OLLI V. LOUNASMAA *dirige il Laboratorio per lo studio delle basse temperature a Helsinki.*

GEORGE PICKETT *insegna fisica all'Università di Lancaster.*

La turbolenza nei superfluidi

di Russell J. Donnelly

Anche vicino allo zero assoluto, l'elio liquido presenta una turbolenza che si manifesta in una strana forma di natura quantomeccanica

Si dice che Sir Horace Lamb, matematico e fisico britannico, abbia affermato nel 1932: «Ormai sono vecchio e quando morirò e andrò in Cielo ci sono due argomenti su cui spero di essere illuminato. Uno è l'elettrodinamica quantistica, l'altro è il moto turbolento dei fluidi. E sul primo sono in realtà piuttosto ottimista.» Come ha scritto Sydney Goldstein della Harvard University, «Lamb aveva ragione su entrambe le cose. Tutti quelli che lo conobbero erano d'accordo che egli fosse degno di andare in Cielo; e aveva ragione di essere più ottimista sull'elettrodinamica quantistica che non sulla turbolenza.»

La maggior parte dei moti dei fluidi, sia in natura sia in condizioni artificiali, è turbolenta. Poiché molta dell'energia spesa dalle macchine e dai dispositivi in cui vi è lo scorrimento di un fluido è impiegata per vincere la resistenza causata dalla turbolenza, esistono validi motivi di ordine pratico per studiare il fenomeno. Tuttavia, lo studio dei flussi turbolenti è uno degli argomenti di maggior difficoltà della fisica e dell'ingegneria. Attualmente non vi è alcun aspetto importante del flusso turbolento che si possa comprendere appieno a partire da principi primi.

È sorprendente che la peculiare forma quantomeccanica di turbolenza che può insorgere nell'elio superfluido (una forma di elio liquido che scorre senza viscosità o attrito) possa essere di più facile comprensione che non la turbolenza classica che si forma nei fluidi normali, come nelle correnti rapide o nell'acqua che bolle. La sorpresa è ancora maggiore quando ci si rende conto che fino a pochi anni fa questo campo di ricerca era considerato un'area stagnante della fisica della materia condensata.

Oggi pare che lo studio della turbolenza nei superfluidi possa fornire modelli semplificati per lo studio di alcune forme di turbolenza classica. Esistono anche motivazioni di ordine pratico per studiare la turbolenza nei superfluidi. Per esempio, l'elio superfluido viene spesso impiegato come fluido termovettore in dispositivi superconduttori. La turbolenza nei superfluidi costituisce il principale ostacolo al trasporto di calore da parte dell'elio superfluido; la comprensione del fenomeno potrebbe consentire la progettazione di più efficaci metodi di raffreddamento per questi dispositivi.

Il mezzo nel quale si sviluppa la turbolenza «superfluida» - l'elio superfluido - è insolito. A pressione atmosferica l'elio gassoso liquefa quando viene portato a una temperatura di 4,2 kelvin. (Lo zero kelvin - o zero assoluto - si trova a circa −273 gradi dallo zero Celsius.) Il liquido può essere ulteriormente raffreddato collegando al recipiente che lo contiene una pompa per vuoto che, facendo diminuire la pressione interna, abbassa il punto di ebollizione del liquido; sacche di liquido aventi una temperatura superiore al nuovo punto di ebollizione possono così trasformarsi in gas che viene estratto dalla pompa per vuoto. Mentre il liquido viene raffreddato da 4,2 a 2,172 kelvin, entra in uno stato di energica ebollizione. In questo intervallo di temperatura l'elio liquido viene chiamato elio I; esso si comporta come un fluido ordinario caratterizzato da una scarsa conduzione termica.

A 2,172 kelvin la formazione di bolle cessa improvvisamente e il liquido acquista un certo numero di proprietà insolite; per esempio, esso può ora scorrere senza viscosità o attrito e penetrare in fessure inaccessibili perfino ai gas. Il liquido, che mantiene queste proprietà mentre viene portato verso lo zero assoluto, è chiamato elio II, o elio superfluido. L'ebollizione cessa al di sotto di 2,172 kelvin a causa di un'altra importante proprietà dell'elio II: una conduttività termica straordinariamente elevata (circa 10 milioni di volte superiore alla conduttività termica dell'elio I) che rende impossibile la formazione di sacche di calore isolate e quindi di bolle. Il fenomeno fu scoperto da Willem H. Keesom e sua figlia Annie, dell'Università di Leida, che chiamarono l'elio II «sovraconduttore di calore», e con validi motivi.

Che cosa c'è alla base delle insolite proprietà dell'elio II? La risposta è troppo complessa per entrare nei dettagli in questa sede, ma il fatto essenziale è che l'elio II è veramente un «fluido quantomeccanico»: a temperature così basse i principi della meccanica classica dei fluidi sono soppiantati da quelli della meccanica quantistica.

Secondo la meccanica quantistica un atomo deve occupare uno dei livelli, o stati energetici, specifici di un determinato insieme. La quantità di energia di un certo stato dipende dall'energia degli elettroni di un atomo e da alcune proprietà dell'atomo nel suo insieme, quali la vibrazione e lo stato di moto. Un atomo in moto può acquisire energia (per esempio, per collisione), ma la deve acquistare in quantità ben definite: in ogni evento esso deve incrementare la propria energia almeno in quantità sufficiente per saltare allo stato energetico immediatamente superiore.

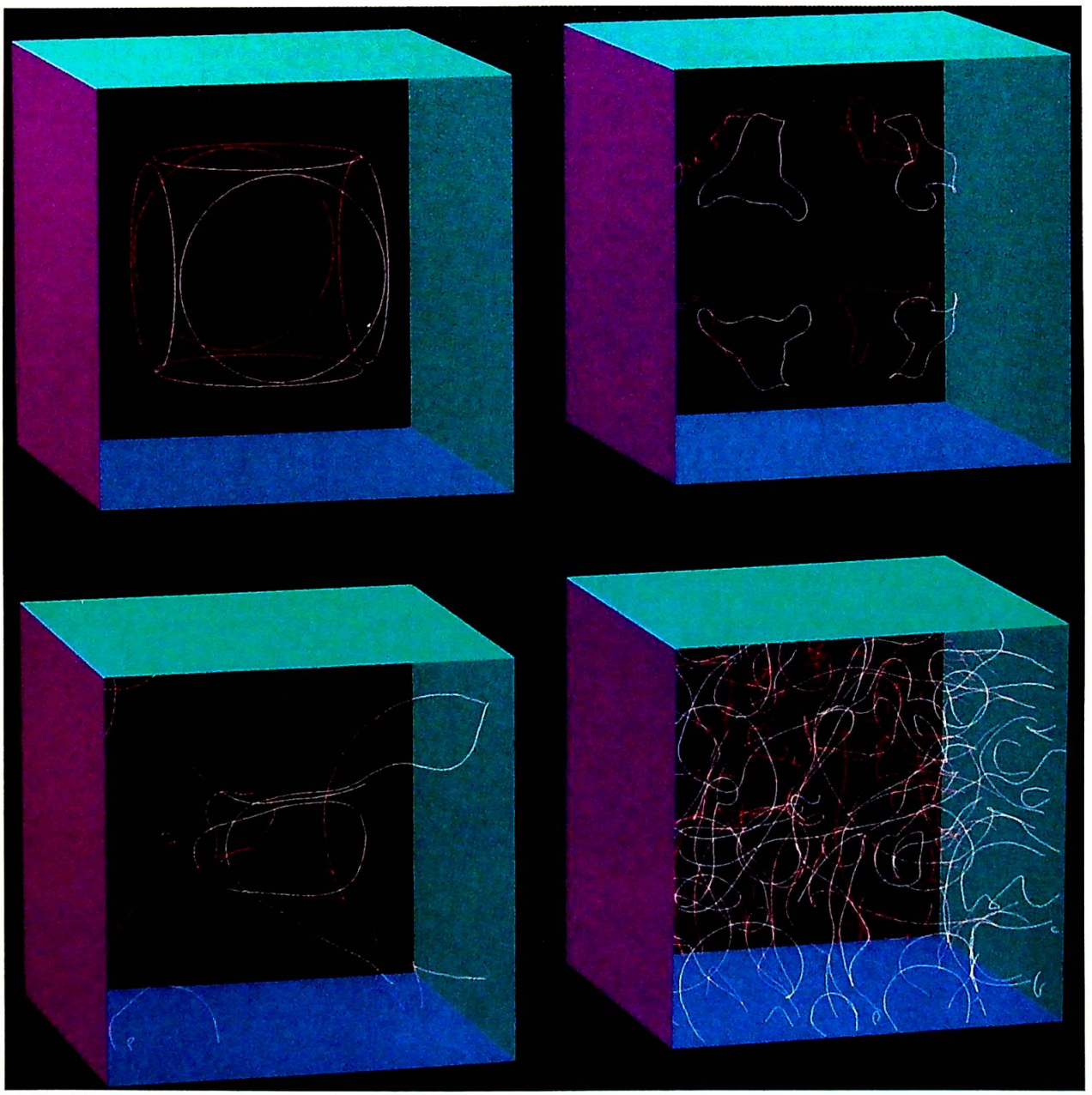
A causa di certe proprietà del nucleo di elio, allo zero assoluto molti atomi di un campione di elio liquido si portano nello stato di minima energia. Lo stato energetico immediatamente più elevato possiede un'energia alquanto superiore a quella dello stato di minima energia, e quindi solo perturbazioni di energia relativamente elevata possono condurre il fluido in quello stato. Perturbazioni di bassa energia, come quelle causate in genere dall'attrito, non hanno effetto sul fluido che rimane del tutto imperturbato. Un campione di elio superfluido nel suo insieme scorre quindi senza attrito.

Il quadro però non è completo. A qualsiasi temperatura superiore allo zero assoluto il liquido è esposto a eccitazioni casuali (per esempio vibrazioni) dovute al calore. Alcune di queste sono sufficientemente energetiche da espellere gli atomi di elio dallo stato di minima

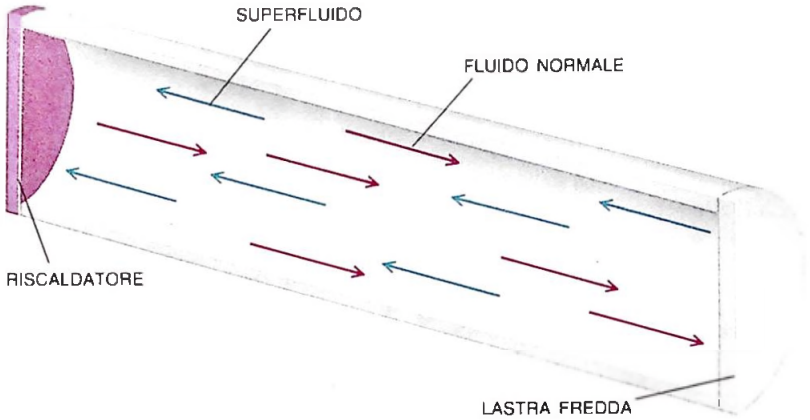
energia. Si è osservato che tali eccitazioni possono «scorrere» attraverso il superfluido; per esempio, le vibrazioni possono passare da atomo ad atomo comportandosi sotto molti aspetti come gli atomi di un fluido normale: esse possono «collidere» reciprocamente e con le pareti del contenitore.

La descrizione quantomeccanica della situazione risultante è complessa, ma per descrivere il trasporto di queste eccitazioni si può immaginare che a temperature di poco superiori allo zero assoluto l'elio liquido sia formato da una miscela di due fluidi che si compenetrano: un superfluido e un fluido normale. In un certo senso la componente superfluida è effettivamente allo zero assoluto e quel poco di calore che è nella miscela viene trasportato dal fluido normale. Le concentrazioni relative del superfluido e del fluido normale dipendono dalla temperatura: allo zero assoluto il liquido è interamente superfluido, mentre appena al di sopra di 2,172 kelvin è un fluido del tutto normale. I due fluidi possono scorrere l'uno accanto all'altro senza attrito per la particolare natura del superfluido.

Il modello a due fluidi permette di capire perché i superfluidi conducano così bene il calore. Supponiamo di disporre un riscaldatore elettrico all'estremità di un condotto pieno di elio II e una lastra fredda all'altra estremità. Dove c'è il riscaldatore «si crea» un fluido normale che fluisce verso la lastra fredda. Allo stesso tempo il superfluido scorre in direzione opposta verso il riscaldatore, compensando esattamente il flusso del fluido normale. Le velocità dei due flussi dipendono dalla differenza di temperatura tra il riscaldatore e la lastra



L'insorgere di turbolenza nell'elio superfluido (elio liquido che scorre senza viscosità o attrito) è riprodotto in una simulazione al calcolatore realizzata da K. W. Schwarz del Thomas J. Watson Research Center dell'IBM Corporation a Yorktown Heights (New York). Le sottili linee rosse rappresentano i nuclei di vortici quantizzati: vortici attorno ai quali l'elio superfluido circola a velocità esattamente determinate. All'inizio (*in alto a sinistra*) i nuclei di vortice sono disposti in modo ordinato; ogni nucleo forma un semplice anello e gli anelli occupano posizioni simmetriche. A mano a mano che la simulazione prosegue (*in alto a destra e in basso a sinistra*), i nuclei di vortice si attorcigliano formando un complesso groviglio (*in basso a destra*).



Il modello a due fluidi spiega molte proprietà dell'elio superfluido: un campione di elio superfluido è costituito da due fluidi che si compenetrano: un superfluido (*in blu*), che scorre senza attrito e, in un certo senso, si trova esattamente allo zero assoluto, e un fluido normale (*in rosso*), che scorre con attrito normale e trasporta tutto il calore nel campione. Un riscaldatore a una estremità del condotto dell'elio superfluido provoca un flusso in controcorrente: il fluido normale «creato» dal riscaldatore fluisce verso l'altra estremità del condotto, mentre il superfluido scorre in direzione opposta.

fredda, nonché dalle concentrazioni relative dei due fluidi.

Il fluido normale incontra resistenza lungo le pareti del condotto mentre allontana calore dal riscaldatore, ma il superfluido (che non trasporta affatto calore) scivola liberamente lungo le pareti del condotto; i due fluidi scorrono l'uno accanto all'altro senza attrito. In tal modo l'enorme conduttività termica dell'elio II ha origine non dai consueti meccanismi di moto degli atomi, nei quali il calore viene trasferito dalle collisioni fra gli atomi, ma da un vigoroso flusso in controcorrente di fluido normale in una direzione e di superfluido nell'altra. Il calore passa direttamente e velocemente da una estremità del condotto all'altra anziché propagarsi con il più lento processo di diffusione.

Il modello a due fluidi solleva un importante interrogativo: come si comporta questo fluido complesso in altre condizioni, per esempio in rotazione? Si potrebbe pensare che, se l'elio II fosse versato in un contenitore cilindrico in rotazione, il fluido normale ruoti con le pareti del contenitore a causa dell'attrito, mentre il superfluido rimanga in quiete. E ciò in effetti si verifica per *bassissime* velocità di rotazione; per un contenitore cilindrico avente il raggio di un centimetro la velocità di rotazione dovrebbe essere inferiore a 0,03 giri al minuto, pari a circa 40 giri al giorno. A velocità angolari più elevate i due fluidi ruotano insieme.

All'inizio degli anni cinquanta Lars Onsager della Yale University e Richard P. Feynman del California Institute of Technology proposero, su basi fondamentalmente teoriche, che la componente superfluida ruotasse in modo molto più complesso di quanto fanno i fluidi normali. Essi suggerirono che nel contenitore rotante si formasse un certo numero di «vortici quantizzati».

I vortici quantizzati sono gli elementi della turbolenza superfluida come i vortici comuni lo sono della turbolenza classica. Si tratta di entità notevoli. Il nucleo (o nocciolo) di ogni vortice ha un diametro di circa un decimo di nanometro, ossia 10^{-10} metri, pari a circa un quarto della distanza media tra gli atomi del fluido, e non contiene alcun atomo di superfluido (come non vi è acqua nel nucleo di vortice che si forma, per esempio, nello scarico di un lavandino). In termini quantomeccanici, il nucleo è un nodo nella «funzione d'onda» che descrive il superfluido: la probabilità di trovare in esso un atomo di elio è nulla.

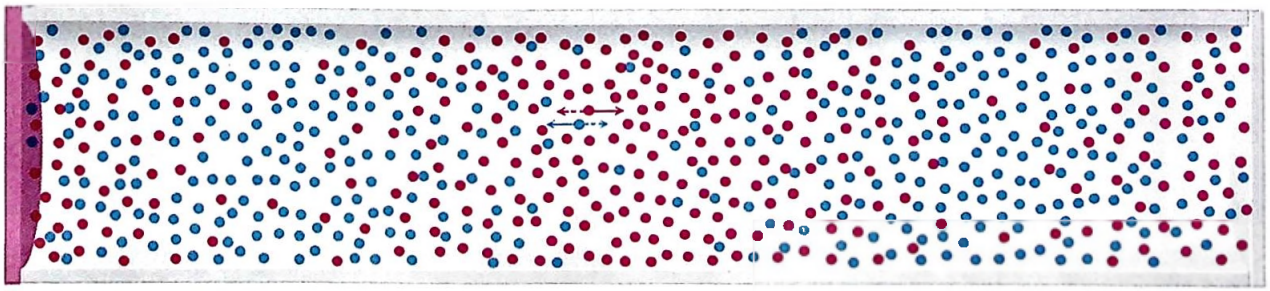
Anche il modo in cui gli atomi si muovono attorno al nucleo di un vortice è determinato dalla meccanica quantistica, secondo la quale ogni atomo di un superfluido può in un certo senso essere considerato come un'onda. La lunghezza d'onda dell'atomo dipende dalla velocità del suo moto circolare nel vortice, mentre il percorso dell'atomo attorno al nucleo di vortice deve contenere un numero intero di lunghezze d'onda. Di conseguenza la velocità del moto dell'atomo è quantizzata: un atomo che orbita a un certo raggio dal centro del nucleo di vortice può muoversi solo a una velocità compresa in un insieme definito di valori.

In generale gli atomi di elio tendono a muoversi attorno al nucleo di vortice alla minima velocità possibile. In tal caso la velocità tangenziale di ogni atomo è uguale al rapporto tra la costante di Planck e il prodotto tra il raggio dell'orbita circolare dell'atomo, la massa dell'atomo e 2π. La formula con cui è stata ricavata questa velocità è quasi identica a quella usata da Niels Bohr per determinare le caratteristiche dell'orbita di un elettrone attorno al nucleo dell'atomo.

Il nucleo di un vortice va dalla superficie superiore del liquido al fondo del contenitore. Se in un unico contenitore rotante si formano diversi nuclei di vortice, tutto l'insieme dei nuclei ruota esattamente con la stessa velocità angolare delle pareti del contenitore.

Il fluido normale non ruota attorno ai nuclei di vortice, ma è da essi influenzato. Se un flusso di fluido normale passa vicino a un nucleo di vortice, il flusso può venire diffuso o la sua direzione modificata. Ne consegue che i nuclei di vortice interferiscono con la trasmissione del calore nel superfluido. A sua volta il flusso del fluido normale può avere un'influenza sui nuclei di vortice: quando un nucleo di vortice fa cambiare direzione al flusso del fluido normale, il nucleo viene spostato di lato e leggermente piegato.

Ci sono voluti molti anni per accertare sperimentalmente la correttezza delle



Il «secondo suono» ha origine in un condotto di elio superfluido se un riscaldatore a una estremità è acceso e spento in rapida successione. In un'«onda» di secondo suono le regioni a elevata concentrazione di fluido normale si alternano a regioni a elevata concentrazione di superfluido. I fluidi oscillano rapidamente in direzioni opposte.

ipotesi di Onsager e Feynman. Ciò non sorprende troppo se si pensa che il volume totale occupato dai nuclei di vortice in un contenitore rotante a 10 giri al minuto è circa un bilionesimo del volume del contenitore.

Come si possono in pratica rilevare entità così piccole? Un metodo utilizza un fenomeno ondulatorio detto «secondo suono», meglio comprensibile ricorrendo a un'analogia con il suono comune. Un normale altoparlante consiste essenzialmente di una membrana che può essere fatta vibrare. Quando la membrana vibra, spinge l'aria avanti e indietro creando regioni alternate di aria densa e di aria rarefatta; si forma così un'onda di densità, ossia un'onda sonora.

Supponiamo ora di porre una membrana con minuscoli fori a una delle due estremità di un condotto contenente elio II. Se i fori sono abbastanza piccoli, la componente di fluido normale dell'elio II non può attraversarli, al contrario della componente superfluida, che non è viscosa. Se la membrana viene fatta vibrare, essa spinge avanti e indietro il fluido normale, mentre non esercita alcuna forza diretta sul superfluido. Questo crea regioni con alta densità di fluido normale, alternate a regioni con bassa densità, vale a dire un'onda di secondo suono.

Quando un'onda di secondo suono è trasmessa lungo un condotto, la componente superfluida viene indotta a scorrere avanti e indietro in modo esattamente opposto allo scorrimento avanti e indietro del fluido normale; le due componenti fluiscono l'una «attraverso» l'altra in direzioni opposte. Di conseguenza la densità complessiva del fluido nel condotto non varia (diversamente da quanto accade al mezzo di un'onda sonora ordinaria). Perciò un'onda di secondo suono è in realtà un'onda di concentrazione relativa. Le regioni in cui la concentrazione del fluido normale è alta e quella del superfluido è bassa si alternano a regioni in cui è alta la concentrazione del superfluido e bassa quella del fluido normale.

Si può anche dire che l'onda di secondo suono è un'onda termica, nella quale regioni di temperatura relativamente alta (ossia con un'alta concentrazione di fluido normale) si alternano a regioni di bassa temperatura (con un'alta concentrazione di superfluido). In realtà un altro metodo per generare il secondo suono si basa proprio su tale constatazione: il secondo suono viene prodotto accendendo e spegnendo un riscaldatore in rapida successione. Esso avvia e arresta periodicamente un flusso termico in controcorrente di elio normale e di elio superfluido. Per alte frequenze di accensione e spegnimento, il flusso oscillante in controcorrente diventa un'onda di secondo suono.

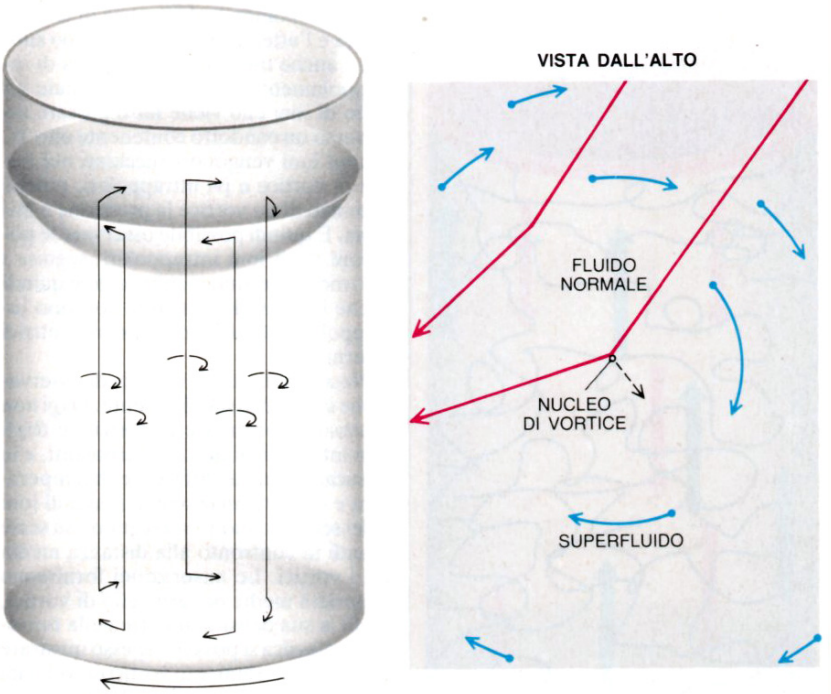
Come si può utilizzare il secondo suono per rilevare i vortici quantizzati? Ricordiamo che essi distruggono il flusso della componente di fluido normale dell'elio II. Perturbano perciò i moti oscillatori del fluido normale che formano un'onda di secondo suono. Allo stesso modo in cui uno schermo acustico può attenuare una comune onda sonora, i vortici quantizzati possono indebolire un segnale di secondo suono in un condotto contenente elio II. Nel 1956 William F. Vinen e Henry Hall dell'Università di Cambridge utilizzarono l'attenuazione del secondo suono per eseguire le prime osservazioni di un insieme di vortici in un contenitore rotante di elio II.

La sensibilità delle osservazioni di attenuazione del secondo suono è straordinaria. Nel nostro laboratorio all'Università dell'Oregon possiamo rilevare variazioni anche di soli 20 centimetri nella lunghezza delle linee vorticose in un centimetro cubo di elio II. In un esperimento di questo tipo il volume totale della linea vorticosa addizionale è inferiore a una parte su 10^{14} del volume totale dell'elio liquido.

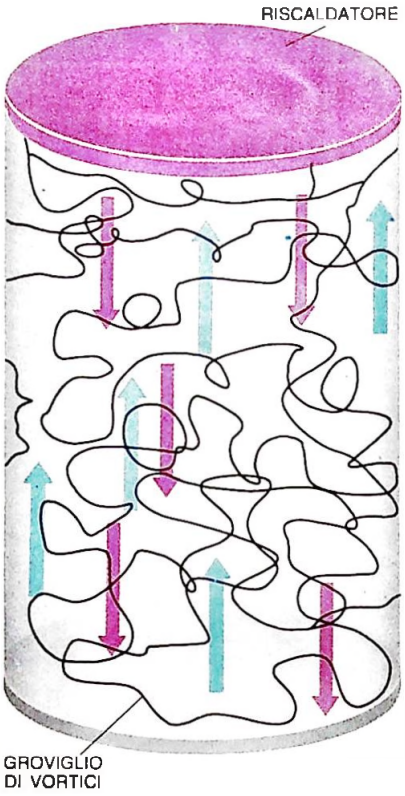
L'insieme dei vortici quantizzati che appare nei contenitori rotanti di elio II non è ciò che io intendo con l'espressione «turbolenza superfluida», essendo troppo ordinato. Quando gli studiosi di fluidodinamica parlano di turbolenza classica, essi si riferiscono alle complesse configurazioni che si possono formare in flussi veloci, quali quello dell'aria in una galleria del vento. Analogamente, per «turbolenza superfluida» intendo una complessa configurazione di vortici che può formarsi in un condotto di elio II quando la velocità relativa delle componenti normale e superfluida che fluiscono in direzioni opposte è alta.

Supponiamo, per esempio, di controllare la temperatura a entrambe le estremità di un condotto pieno di elio II mentre si aumenta gradualmente la potenza di un riscaldatore a una delle due estremità. Dapprima la differenza di temperatura fra le due estremità del condotto sarà molto piccola, a causa della elevata conduttività termica dell'elio II. A un certo valore critico della potenza del riscaldatore, la differenza di temperatura salirà però rapidamente. In altri termini, quando lungo il condotto viene trasportata una certa quantità di calore - ovvero quando la velocità del flusso in controcorrente ha raggiunto un certo punto critico - la conduttività termica del fluido diminuisce.

Misurando l'attenuazione del secondo suono si è dimostrato che questa brusca diminuzione di conduttività termica è dovuta alla formazione di vortici quantizzati, che interferiscono con il flusso in controcorrente. L'assorbimento del secondo suono è quasi lo stesso in tutte le direzioni, e ciò significa che questi vortici, diversamente da quelli che si formano in un contenitore rotante, non sono allineati in un'unica direzione. Sembra



Vortici quantizzati si formano quando un contenitore di elio superfluido è posto su una piattaforma rotante (*a sinistra*). Il superfluido circola attorno ai vortici, mentre i vortici ruotano con il contenitore. La velocità a cui una particella di superfluido ruota attorno a un nucleo di vortice (*a destra*) è proporzionale all'inverso della distanza tra particella e nucleo: le particelle più vicine al nucleo sono più veloci. Il nucleo non contiene superfluido. Quando il fluido normale (*in rosso*) scorre in prossimità di un nucleo, il flusso è deviato e il nucleo spostato di lato da un fenomeno di mutuo attrito. Così i vortici quantizzati interrompono il flusso di calore (e il secondo suono) lungo il contenitore.



La turbolenza superfluida viene prodotta quando il riscaldatore a una estremità del condotto spinge lungo il condotto stesso una quantità critica di calore. Il flusso in controcorrente del fluido normale (*in rosso*) e del superfluido (*in blu*) piega e attorciglia i vortici.

anzi che i nuclei di vortice siano ritorti, curvati e raggruppati assieme in un complesso groviglio; alcuni di essi formano cappi completi, mentre altri si snodano in lunghi percorsi tortuosi da una parete all'altra del condotto. Così, proprio come il rapido flusso dell'acqua di un ruscello può creare mulinelli e gorghi irregolari, il rapido flusso in controcorrente delle componenti normale e superfluida può provocare la formazione di un ammasso irregolare di nuclei di vortici quantizzati. Feynman aveva in realtà anticipato questo effetto su basi teoriche prima che Vinen pubblicasse le sue prime osservazioni di vortici quantizzati.

Il complesso groviglio di vortici che viene generato da un rapido flusso in controcorrente è quello che io chiamo «turbolenza superfluida» e altri anche «turbolenza quantistica». La turbolenza superfluida è uno dei fenomeni più sorprendenti associati alla superfluidità. Dopo tutto, al livello più fondamentale, un nucleo di vortice rappresenta un luogo nel quale non vi è superfluido. Eppure la formazione e il moto di questa entità, che è quasi priva di massa e occupa una piccolissima frazione del volume del condotto, hanno un profondo effetto sulla conduzione di calore nell'elio II.

La turbolenza superfluida viene studiata osservando le differenze di temperatura e l'attenuazione del secondo suono, e anche mediante una tecnica di intrappolamento di ioni, con la quale un getto di ioni elio viene fatto passare attraverso un condotto contenente elio II. Alcuni ioni vengono risucchiati nei nuclei di vortice e ivi intrappolati, poiché al centro di un vortice la pressione è minima. È quindi possibile osservare le posizioni degli ioni intrappolati, seguire i loro moti e perfino manipolarli (e quindi anche i nuclei di vortice in cui sono intrappolati) applicando campi elettrici esterni.

Nessuno di questi metodi di osservazione è del tutto soddisfacente. Oggi non è possibile osservare la posizione degli ioni intrappolati in flussi turbolenti, e le misurazioni delle differenze di temperatura e dell'attenuazione dei fasci di ioni e del secondo suono si eseguono su scale grandi in confronto alla distanza media tra i vortici. Le misurazioni forniscono proprietà medie del groviglio di vortici, quali la sua densità, mentre nella turbolenza classica si possono spesso misurare in un singolo elemento vorticoso velocità e fluttuazioni di pressione locali.

Come si fa allora a sapere se la turbolenza superfluida è davvero una turbolenza? Si può rispondere confrontando alcune caratteristiche della turbolenza classica e di quella quantistica.

Ovviamente, come sono irregolari i flussi turbolenti classici, così lo sono anche i grovigli di vortici nella turbolenza quantistica. Nella turbolenza classica gli elementi vorticosi locali nascono, si muovono e scompaiono in modo apparentemente casuale. Allo stesso modo, nella turbolenza superfluida sembra che i nuclei di vortice si torcano, si pieghino e si rigirino in modi imprevedibili. La turbolenza classica è altamente dissipativa di energia. Nella turbolenza superfluida, la componente superfluida in sé, quella che ruota attorno a un vortice quantizzato, non può dissipare energia non essendo viscosa, ma l'attrito tra i nuclei di vortice e la componente fluida normale è in realtà altamente dissipativo: un flusso turbolento in controcorrente genera calore per dissipazione viscosa quando viene perturbato il moto ordinato del fluido normale.

Vi sono anche notevoli differenze tra la turbolenza classica e la turbolenza superfluida. La turbolenza superfluida pare sia prodotta localmente in qualsiasi punto del flusso ed è realmente omogenea. La turbolenza classica invece si produce spesso quando il fluido scavalca un ostacolo e il moto turbolento decade a valle dell'ostacolo. Nella turbolenza classica capita spesso che un vortice si allunghi, o si estenda, mentre il diametro del suo nucleo si contrae. I singoli vortici quantizzati possono estendersi, ma il diametro dei loro nuclei non può ridursi, perché la dimensione dei nuclei è già a un minimo quantomeccanico. D'altra parte, fasci di vortici possono «restringersi» infittendosi mentre si allungano. Nella turbolenza classica la dimensione dei vortici può variare con continuità dalle dimensioni del condotto a dimensioni così piccole che i vortici sono eliminati per attrito interno. I vortici quantizzati possono formare strutture (grovigli) grandi come lo stesso condotto o piccole come le dimensioni atomiche, ma su scale intermedie la velocità di rotazione strettamente quantizzata attorno a ogni nucleo di vortice pone certi limiti alla dimensione e alla struttura dei grovigli.

Lo studio della turbolenza superfluida non presenta difficoltà. È facile da produrre e compatta in scala, e si manifesta in un fluido le cui proprietà sono essenzialmente semplici e conosciute con precisione. È possibile produrla e studiarla in condotti con un diametro compreso fra un micrometro (un milionesimo di metro) e qualche centimetro. Anche altre proprietà fondamentali si possono far variare in un ampio intervallo. La lunghezza del vortice per unità di volume del condotto può variare di cinque ordini di grandezza, e il rapporto tra la concentrazione del fluido normale e quella del superfluido può variare di oltre due ordini di grandezza.

Sembra che il fluido normale nella maggior parte degli esperimenti sulla turbolenza quantistica scorra con turbolenza debolissima o nulla, e non complichi pertanto il quadro sperimentale. Inoltre, le leggi che regolano il moto dei nuclei di vortice sono ben conosciute a livello fondamentale. Per molti aspetti i nuclei di vortice si comportano alla stregua di corde sottilissime sottoposte a forte tensione. I flussi di fluido normale e di superfluido attorno ai nuclei possono agire contro questa tensione interna, facendo muovere, piegare e torcere i nuclei.

William Vinen - uno dei primi a rilevare i vortici quantizzati - compì anche il primo serio studio sulla turbolenza superfluida. Usando come sonda l'attenuazione del secondo suono, egli scoprì che per produrre una quantità osservabile di linee vorticose aggrovigliate è necessaria una certa velocità critica del flusso in controcorrente (la velocità relativa del fluido normale e del superfluido). Vinen scoprì anche altre relazioni fondamentali sulla turbolenza superfluida. Per esempio, quando il flusso del riscaldatore (ossia la potenza per unità di superficie in un condotto in controcorrente) è ben superiore al valore al quale si instaura la turbolenza, la densità delle linee vorticose varia con il quadrato della velocità del flusso in controcorrente, e la differenza di temperatura tra le due estremità del condotto varia con il cubo del flusso del riscaldatore. Vinen mise a punto delle equazioni per descrivere la crescita e il decadimento della turbolenza superfluida e propose ipotetici meccanismi per spiegare alcune delle relazioni da lui scoperte.

Da allora i ricercatori hanno acquisito una conoscenza molto più dettagliata delle caratteristiche della turbolenza su-

perfluida. Per esempio, si è scoperto che la densità delle linee vorticose può variare a seconda della direzione nella quale viene misurata. Nel 1983 Carlo Barenghi e Charles E. Swanson, due dei miei laureandi, e io abbiamo trasmesso simultaneamente un secondo suono lungo il condotto e trasversalmente a esso e abbiamo misurato il grado di attenuazione di ogni segnale; abbiamo anche misurato la differenza complessiva di temperatura tra le due estremità del condotto. Abbiamo dimostrato che tali misurazioni potrebbero consentire ai ricercatori di valutare l'anisotropia del groviglio e di determinare se il groviglio di vortici nel suo complesso è in moto di deriva lungo il condotto.

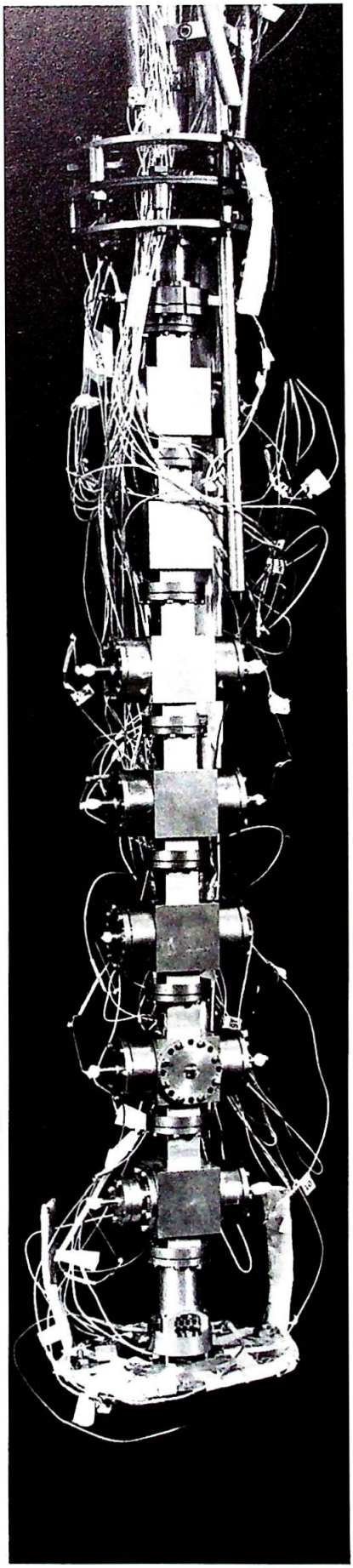
Risultati precisi si sono avuti tra il 1984 e il 1986 dal lavoro di tesi di Swanson e di Rabi Wang. Essi hanno scoperto che il groviglio di vortici sembra più denso se viene osservato lungo il condotto che non trasversalmente. Alle temperature minime il groviglio è quasi isotropo, mentre alle temperature massime, vicino al punto di transizione a elio I, il groviglio ha una densità quasi doppia lungo il condotto che non trasversalmente a esso. In una successiva ricerca Wang ha dimostrato che il groviglio nel suo insieme migra verso il riscaldatore con la medesima velocità della componente superfluida.

Ricercatori di vari laboratori hanno anche studiato come le caratteristiche della turbolenza dipendano dalla forma e dalle dimensioni del condotto. Questi studi hanno eliminato molta confusione sorta tra gli esperti del settore: per molti anni i risultati di esperimenti eseguiti in diversi laboratori parevano contraddirsi, e la confusione aumentava al crescere della quantità dei dati disponibili. Due sviluppi relativamente recenti - uno schema di classificazione degli stati turbolenti e una migliore formulazione del problema in termini di grandezze adimensionali - hanno finalmente chiarito la situazione.

Nel 1982 James T. Tough della Ohio State University, in una esauriente rassegna delle ricerche svolte sulla turbolenza nei superfluidi, ipotizzò che le differenze di geometria del condotto si traducano in differenti tipi di stato turbolento; egli introdusse un metodo per classificare i diversi stati di turbolenza. La principale differenza tra stati turbolenti riguarda il modo in cui la quantità di calore trasmessa lungo il condotto nell'unità di tempo varia quando viene fatta variare la differenza di temperatura tra le estremità del condotto. Tough osservò che una caratteristica in particolare della geometria della sezione trasversale del condotto determina in modo critico il tipo di turbolenza che si produrrà nel condotto; questa caratteristica è il rapporto tra la larghezza del condotto e la sua altezza (rapporto di formato). Nei condotti che hanno essenzialmente sezione quadrata o circolare (il cui rapporto di formato è quindi prossimo all'unità) vi sono due tipi possibili di stato turbolento. Nei condotti a sezione rettangolare con un grande rapporto di formato (cioè di circa $10 \div 1$) è possibile un solo tipo di stato turbolento. Tough ha chiarito le varie caratteristiche di ogni tipo di stato.

Gli altri recenti progressi nella comprensione generale dei flussi turbolenti in un superfluido riguardano un metodo per confrontare i risultati di esperimenti che hanno la stessa geometria, ma dimensioni molto diverse. Questo metodo permette di eseguire su piccoli modelli di laboratorio verifiche importanti quando i sistemi ora in corso di studio avranno raggiunto dimensioni industriali. Nella meccanica dei fluidi classica due condotti geometricamente identici presentano le stesse caratteristiche di flusso se hanno lo stesso numero di Reynolds: il prodotto tra la velocità di flusso e il diametro del condotto diviso per la viscosità cinematica (ossia il rapporto tra viscosità e densità). Il metodo classico è applicabile anche nel caso che i flussi siano turbolenti.

I tentativi di applicare questo stesso metodo a esperimenti relativi alla turbolenza quantistica non hanno avuto particolare successo, e quindi Swanson e io, seguendo un suggerimento di Klaus W. Schwarz, oggi al Thomas J. Watson Research Center dell'IBM Corporation a Yorktown Heights (New York), cominciammo nel 1984 a chiederci quali fossero le differenze fondamentali fra la turbolenza quantistica e quella classica. Secondo noi la questione fondamentale è che a una data temperatura e pressione il nucleo di un vortice quantizzato deve sempre avere lo stesso raggio, indipendentemente dalla scala del flusso: le dimensioni del nucleo sono fissate dai principi della meccanica quantistica e non sono inferiori in un condotto più piccolo. Abbiamo perciò ideato un analogo quantistico del numero di Reynolds. Un termine fondamentale nel nostro numero di Reynolds quantistico riguarda il logaritmo del rapporto tra la distanza media tra i vortici e la dimensione del nucleo di vortice, mentre un altro termine riguarda il rapporto tra la costante di Planck e la massa dell'atomo di elio. Il nuovo fattore di scala si è finora dimostrato estremamente soddisfacente.



L'apparecchio per generare turbolenza superfluida e misurare la densità dei grovigli di vortici. Il condotto del superfluido è la colonna centrale a sezione quadrata. Un riscaldatore alla sommità genera un flusso in controcorrente di elio normale ed elio superfluido. Trasmettitori e ricevitori di secondo suono (*cilindri orizzontali*) misurano la densità dei grovigli di vortici trasversalmente al condotto rilevando il grado di ostruzione da parte dei vortici al passaggio del secondo suono. Un altro trasmettitore alla base sonda la densità longitudinale dei grovigli inviando un segnale di secondo suono fino alla sommità del condotto, dove è riflesso verso un ricevitore sul fondo.

La scala della turbolenza quantistica è utilizzabile come sistema modello per lo studio della turbolenza classica. Per esempio, i flussi turbolenti di sistemi rotanti sono di notevole interesse geofisico, ma finora sono stati pochi gli esperimenti relativi a flussi turbolenti rotanti, forse a causa delle dimensioni e dei costi delle apparecchiature di galleria del vento necessarie. La turbolenza superfluida invece può essere facilmente studiata su una piattaforma rotante.

L'effetto della rotazione sul flusso turbolento è complesso e quasi impossibile da studiare. Non è un settore nel quale l'intuito sia particolarmente utile, poiché viviamo in un ambiente che localmente è quasi in quiete. Tuttavia, Swanson, Barenghi e io abbiamo scoperto che le proprietà della turbolenza quantistica in rotazione sono sorprendentemente semplici nelle condizioni limite di grande flusso termico e lenta rotazione o di piccolo flusso termico e rapida rotazione.

Per esempio, nelle condizioni di grande flusso termico e lenta rotazione, abbiamo scoperto che la densità totale di linee vorticose è inferiore a quella che si potrebbe prevedere sommando l'insieme regolare di linee che dovrebbero apparire in seguito alla rotazione (come in un esperimento con il contenitore rotante) al groviglio irregolare che dovrebbe formarsi a causa della turbolenza. Abbiamo concluso che alcune linee svolgono in effetti una duplice mansione: talune linee vorticose indotte dal calore devono orientarsi preferenzialmente in direzione parallela all'asse di rotazione.

Il grado di allineamento può essere migliorato aumentando la velocità di rotazione, come un gas di dipoli magnetici può venire polarizzato aumentando l'intensità di un campo magnetico esterno. Sembra in realtà che le due situazioni siano matematicamente molto simili: l'equazione che correla l'allineamento dei vortici alla velocità di rotazione è quasi identica a quella che correla la polarizzazione magnetica del gas di dipoli all'intensità del campo magnetico esterno. L'analogia può essere ulteriormente estesa. L'aggrovigliarsi dei vortici dovuto al flusso termico tende a disordinare il loro allineamento, come l'agitazione termica dovuta a un aumento di temperatura disordina un gas di dipoli magnetici. Lo studio della turbolenza quantistica in un sistema rotante ha quindi inaspettatamente fornito ai fisici uno dei pochi analoghi fisici conosciuti del disordine causato dall'agitazione termica.

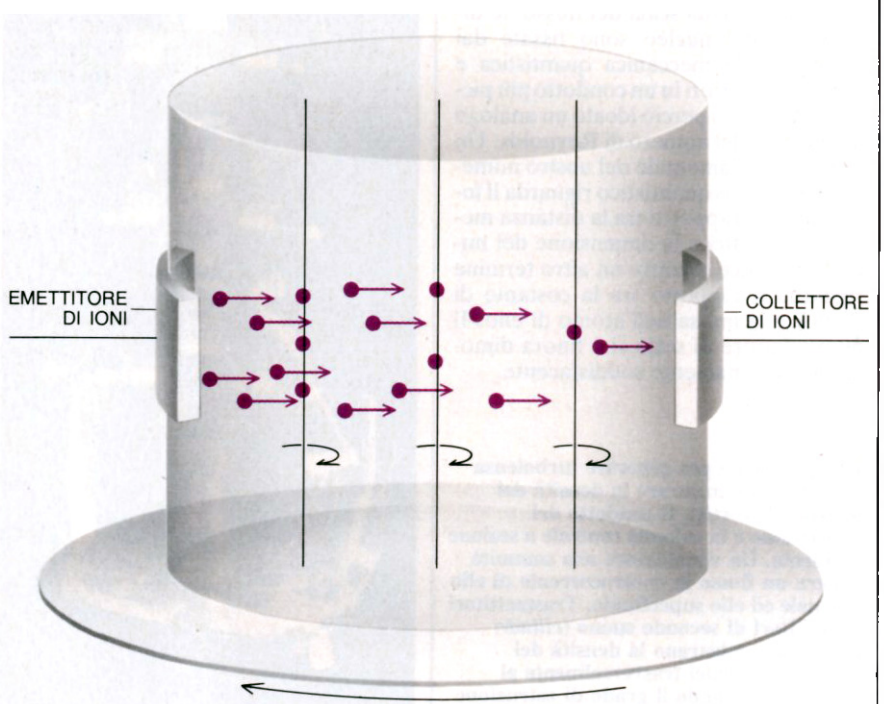
Un'altra proficua area di ricerca è quella dell'impiego di potenti e veloci calcolatori per simulare numericamente il comportamento dei vortici. Essendo impossibile osservare direttamente il moto di singoli vortici, le simulazioni al calcolatore sono attualmente il solo metodo disponibile per studiare la turbolenza superfluida a una scala così piccola. Uno degli obiettivi di tali simulazioni è la determinazione di come si sviluppi e si muova un ipotetico groviglio di vortici mediante la soluzione diretta di certe equazioni fondamentali del moto. Le forze esercitate sui vortici dai flussi di fluido normale e di superfluido sono note e il raggio estremamente piccolo del nucleo di vortice consente di simularlo come un sottile filamento.

Le simulazioni al calcolatore della turbolenza classica devono riprodurre il fluido nel suo complesso come un insieme tridimensionale di punti in moto nello spazio. Nel caso della turbolenza quantistica, supponendo che il flusso del fluido normale non sia turbolento, la situazione è molto più semplice. È necessario seguire soltanto un insieme monodimensionale di punti - il filamento del vortice - mentre si muove nello spazio tridimensionale. Ciononostante, finora solo Schwarz ha ottenuto significative simulazioni numeriche della turbolenza quantistica. Negli ultimi anni egli ha simulato diversi casi particolari.

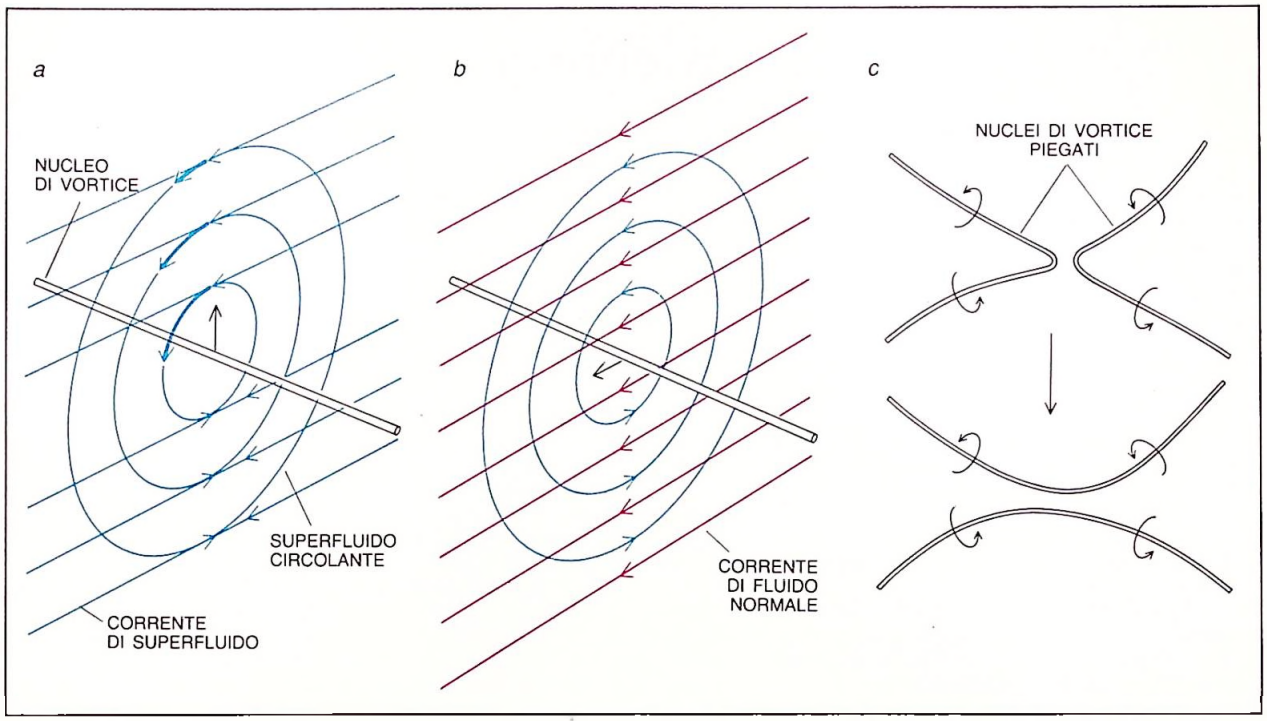
Uno di questi riguarda la turbolenza omogenea prodotta talvolta a temperature superiori a un kelvin. Schwarz ha messo a punto un insieme di regole che permettono un rapido calcolo delle proprietà del groviglio e ha scoperto che in molti casi si possono ignorare i complessi aspetti della meccanica quantistica e considerare invece soltanto i principi della fluidodinamica classica. Quando la velocità del flusso in controcorrente scende, in queste simulazioni, al di sotto di un certo valore, la tensione interna dei filamenti di vortice spinge i nuclei su traiettorie rettilinee che si spostano verso le pareti del condotto. Forse questo meccanismo è alla base dell'osservazione che la turbolenza scompare rapidamente quando il flusso termico in un condotto scende al di sotto di un valore critico. Altri risultati recenti suggeriscono che le interazioni tra i vortici e le microscopiche irregolarità delle pareti del condotto possano anche essere responsabili della comparsa e della scomparsa della turbolenza quantistica a velocità critiche di flusso in controcorrente. È noto che tali rugosità superficiali hanno un ruolo notevole nella comparsa della turbolenza in sistemi classici.

In certe parti di queste simulazioni Schwarz ha scoperto che non è possibile basarsi solo sui principi della fluidodinamica classica. Per esempio, quando due linee vorticose si avvicinano moltissimo l'una all'altra, la fluidodinamica classica deve cedere il passo alla meccanica quantistica per la descrizione del fenomeno. Per questo caso Schwarz ha adottato una regola proposta molti anni fa da Richard P. Feynman: ogni linea si divide in due nel punto di massimo avvicinamento; le linee successivamente si ricongiungono, ma in modo nuovo: gli estremi di ogni linea si ricongiungono con i corrispondenti estremi dell'altra. Quando nelle simulazioni vengono inclusi tali ricongiungimenti, quasi tutte le distribuzioni iniziali di vortici possono evolvere rapidamente in un complesso groviglio.

Quale meccanismo fisico potrebbe essere alla base del ricongiungimento? Nella fluidodinamica classica non è possibile che un vortice si spezzi semplicemente a metà. Può darsi che un primo indizio sia reperibile nelle recenti ricer-



Con l'intrappolamento di ioni si può misurare la densità di vortici in un campione di elio superfluido. Gli ioni elio sono emessi da una sorgente radioattiva posta a un lato del campione (*a sinistra*) e raccolti sul lato opposto (*a destra*). Lungo il percorso alcuni ioni sono intrappolati nel centro dei nuclei di vortice. Il numero di ioni intrappolati dai nuclei di vortice indica la densità dei vortici nel campione.



Il moto dei vortici è influenzato da alcune forze relativamente ben note. Se una corrente di superfluido oltrepassa un nucleo di vortice (*a*), fa accelerare la circolazione da un lato del nucleo e rallentare dall'altro. Per un principio fondamentale di fluidodinamica, la pressione è minore in un flusso veloce che in uno lento, quindi la forza di sollevamento (analoga alla portanza che agisce sull'ala di un aereo) spinge il nucleo di vortice in direzione perpendicolare alla corrente superfluida. Se una corrente di fluido normale oltrepassa un vortice (*b*), esercita una resistenza che spinge il nucleo in direzione parallela alla corrente. Un terzo principio del moto vorticoso (*c*) non è altrettanto conosciuto. Se due linee vorticose si avvicinano, possono dividersi in modo che gli estremi di una linea spezzata si ricongiungano poi ai corrispondenti estremi dell'altra.

che di Christopher Jones dell'Università di Newcastle upon Tyne e di Paul Roberts dell'Università della California a Los Angeles. Jones e Roberts hanno esaminato la descrizione matematica di un anello vorticoso - una linea vorticosa ripiegata a cappio - che si contrae fino quasi alle dimensioni di un nucleo di vortice. Essi hanno scoperto che per una dimensione definita la circolazione quantizzata attorno alla linea vorticosa scompare del tutto. Forse una simile sequenza di eventi avviene quando due parti di linee vorticose differenti si avvicinano sufficientemente: per ragioni quantomeccaniche, la circolazione potrebbe arrestarsi in un'area limitata, permettendo alle linee di ricongiungersi senza violare alcun principio della fluidodinamica.

Guardando al futuro, si possono prevedere costanti progressi nello studio della turbolenza nei superfluidi. Anche se non esiste alcuna sonda sperimentale che possa determinare le proprietà del flusso nei pressi di un singolo nucleo di vortice, sembra oggi possibile simulare numericamente il flusso in modo attendibile. Ad alcune domande - per esempio quella circa il meccanismo che sta alla base del ricongiungimento - si può solo cercare di rispondere su basi teoriche, ma anche in tale direzione si stanno registrando progressi.

Se tutto andrà ragionevolmente bene, credo che saremo quanto prima in grado di comprendere la turbolenza superfluida. Con ciò intendo dire che i risultati di un esperimento non ancora eseguito potranno presto essere prevedibili grazie a calcoli (e forse in parte con simulazioni) che siano basati solamente sui principi fondamentali della dinamica dei vortici. La turbolenza superfluida potrebbe allora essere il primo argomento a venire affrontato a questo livello di approfondimento.

(Da «Le Scienze» n. 245, gennaio 1989.)

RUSSELL J. DONNELLY, *già docente presso l'Università di Chicago, dal 1966 insegna fisica presso l'Università dell'Oregon. Nel 1972 è stato* visiting professor *presso l'Istituto Niels Bohr di Copenaghen.*

letture consigliate

La struttura del presente quaderno non è ispirata a criteri di tipo storico-cronologico. Può essere peraltro utile per il lettore disporre di un inquadramento storico dello sviluppo della teoria dei quanti. A questo scopo ci si può rivolgere ai due seguenti volumi:
F. Hund, *Storia della teoria dei quanti*, Boringhieri, Torino 1980;
G. Tagliaferri, *Storia della fisica quantistica*, Franco Angeli, Torino 1985.

Per quello che è stato lo specifico contributo alla meccanica quantistica da parte dei principali protagonisti di questo ambito di ricerca, si possono consigliare:
M. Born, *Autobiografia di un fisico*, Editori Riuniti, Roma 1980;
W.J. Moore, *Schrödinger: Life and Thought*, Cambridge University Press, Cambridge 1989;
D.C. Cassidy, *Uncertainty: The Life and Science of Werner Heisenberg*, W. H. Freeman and Company, New York 1991;
A. Pais, *Niels Bohr's Times: In Physics, Philosophy and Polity*, Oxford University Press, Oxford 1991.

Di taglio alquanto differente, ma comunque di notevole interesse per una migliore comprensione del contesto intellettuale e delle problematiche suscitate dallo sviluppo della meccanica quantistica, sono poi:
W. Heisenberg, *Natura e fisica moderna*, Garzanti, Milano 1985;
A. Fine, *The Shaky Game: Einstein, Realism and the Quantum Theory*, University of Chicago Press, Chicago 1986.

Come buoni testi di carattere divulgativo in lingua italiana possiamo consigliare:
J.M. Jauch, *Sulla realtà dei quanti*, Adelphi, Milano 1980;
J.C. Polkinghorne, *Il mondo dei quanti*, Garzanti, Milano 1986.

Per chi non abbia difficoltà a leggere testi in inglese o in francese, si possono anche consigliare:
J. A. Wheeler, W.H. Zurek (a cura), *Quantum Theory and Measurement*, Princeton University Press, Princeton 1983;
Bernard D'Espagnat, *Une incertaine réalité*, Gauthier Villars, Parigi 1985.

A questi si può affiancare, con tutte le peculiarità che può avere un testo scritto dall'estroso autore:
R.P. Feynman, *Q.E.D.*, Adelphi, Milano 1989.

Un volume di taglio abbastanza elementare, per quanto non più classificabile come divulgativo, è:
V. Rydnik, *La meccanica quantistica*, Editori Riuniti, Roma 1975.

Chi abbia buone conoscenze matematiche e desideri approfondire l'argomento può rivolgersi a:
J.C. Slater, *Teoria quantistica della materia*, Zanichelli, Bologna 1980.

Una trattazione completa la si può infine trovare nei due seguenti testi, ovviamente di non semplice lettura:
L.D. Landau, E.M. Lifsits, *Meccanica quantistica - Teoria non relativistica*, Editori Riuniti, Roma 1976;
L.D. Landau, E.M. Lifsits, *Teoria quantistica relativistica*, Editori Riuniti, Roma 1978.

Non si può infine fare a meno di ricordare un caposaldo della letteratura quantistica, che ha avuto numerosissime edizioni:
P.A.M. Dirac, *Quantum Mechanics*, Oxford University Press, Oxford.

Per quanti inoltre desiderino approfondire alcuni degli argomenti trattati nei singoli articoli presentati in questo quaderno, ci limitiamo a ricordare:
Yoseph Imry, *The Physics of Mesoscopic Systems* in G. Grinstein, E. Mazenko (a cura), *Directions in Condensed Matter Physics*, World Scientific Publishing Co., 1986;
A. Shapere, F. Wilczek (a cura), *Geometric Phases in Physics*, World Publishing Co. Pte. Ltd., P.O. Box 128, Singapore 9128, 1989;
Martin C. Gutzwiller, *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*, Springer-Verlag, 1990.

In particolare, per quanto concerne le tecniche sperimentali a cui si fa riferimento nella Presentazione, sono di particolare interesse le letture tenute da Hans Dehmelt, Wolfgang Paul e Norman F. Ramsey in occasione del conferimento a essi, nel 1989, del Premio Nobel per la fisica, raccolte in «Review of Modern Physics» Vol. 62, 1990. A queste si può affiancare:
H. Dehmelt, *A Single Atomic Particle Forever Floating at Resty in Free Space: New Value for Electron Radius*, in «Physica Scripta» Vol. T22, pp. 102-110, 1988.

Un aggiornamento su «misure» relative al comportamento quantistico è dato infine nel volume:
V.B. Braginsky, F. Khalili, *Quantum Measurement*, Cambridge University Press, Cambridge 1992.